

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**



**DINÁMICA Y CRECIMIENTO DE LOS GRANOS DE  
POLVO EN LA NEBULOSA PROTOPLANETARIA**

**MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR**

Carlos de la Fuente Marcos

Bajo la dirección del Doctor:

Pierre Barge

**Madrid, 2004**

**ISBN: 978-84-669-1735-3**

**©Carlos de la Fuente Marcos, 2001**

# TESIS DOCTORAL



## Dinámica y crecimiento de los granos de polvo en la Nebulosa Protoplanetaria

Presentada en la

**FACULTAD DE CC. FÍSICAS**

de la

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

para la obtención del

**GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICAS**

**POR**

**Carlos de la Fuente Marcos**

**DIRECTOR:** Pierre Barge

Julio, 2001



A mi madre y mi hermano,  
sin cuyo apoyo y comprensión este trabajo no podría haberse llevado a cabo

# Agradecimientos:

Esta Tesis se ha beneficiado de las sugerencias, consejos y comentarios realizados por un gran número de investigadores. En primer lugar debo manifestar el más profundo de los agradecimientos a mi director de Tesis, Dr. P. Barge, quien a lo largo de los últimos años ha supervisado pacientemente mi trabajo y me ha guiado por la maravillosa senda de la Dinámica de la Formación Planetaria. Agradezco también a mi tutor, Dra. E. de Castro, el gran interés mostrado por el presente trabajo desde el principio del mismo, así como la cuidadosa lectura de la versión final de esta Tesis, que se ha visto enriquecida con muchos de sus comentarios. Por sus acertadas sugerencias y comentarios en lo que se refiere al modelo estándar de formación planetaria estoy en deuda con el Dr. S. J. Weidenschilling, el Dr. G. W. Wetherill y el Dr. H. Emori. Así mismo estoy en deuda con el Dr. S. H. Dole por sus interesantes explicaciones sobre los programas FORTRAN pioneros en el campo de la formación planetaria realizados a principios de los años 60. Debo mencionar también al Dr. T. Mazeh que clarificó muchos de los aspectos relacionados con la formación de planetas gigantes excéntricos y al Dr. S. Ida por sus valiosos comentarios acerca de los procesos de formación planetaria en el Sistema Solar externo. Provechosas conversaciones fueron mantenidas, durante la celebración del congreso *Planetary systems: The Long View* en Blois, con los Drs. J. J. Lissauer, H. Beust, C. Terquem, P. Valageas, D. Gautier, M. Blanc, J. A. Fernández y T. Gallardo acerca de los procesos de formación planetaria en discos protoplanetarios. En este mismo congreso, también se mantuvieron interesantes conversaciones sobre la integración de las ecuaciones de movimiento

con los Drs. H. Tanaka y K. Tanaka, acerca de estructuras de gran escala capaces de confinar material sólido con los Drs. S. Sirono, S. Eggers, R. Hueso, W. R. Sheldon y D. Richardson. Agradezco, además, al Dr. J. Goodman sus interesantes comentarios sobre la propagación de perturbaciones espirales de un único brazo en discos protoplanetarios y a los Drs. J. N. Cuzzi y J. A. Wood por proporcionarme sus publicaciones. Debo también agradecer al Departamento de Astrofísica de la Universidad Complutense de Madrid por proporcionarme el acceso a los excelentes medios de cálculo empleados en este trabajo. La mayoría de los cálculos expuestos se han realizado en los ordenadores del Centro de Proceso de Datos, del Servicio Informático de Somosaguas y del Centro de Supercomputación Complutense de la Universidad Complutense de Madrid. Ayuda técnica durante la realización de los cálculos fue obtenida de J. Palero, E. Lezcano, C. Bravo, y P. Cuesta. Además agradezco especialmente a R. López y L. Padilla su ayuda para la puesta en ejecución de las versiones paralelizadas del programa FORTRAN NDISK. Agradezco, también, su colaboración a D. J. Silva Rodríguez. Por último, agradezco la hospitalidad del Laboratorio de Astrofísica de Marsella (Francia) durante las estancias de investigación, a lo largo de las cuales parte de este trabajo fue desarrollado y la financiación de una parte de esta investigación mediante la beca GdR's *Dynamique des Systèmes Gravitationnels* del CNRS.

CARLOS DE LA FUENTE MARCOS

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Julio 2001

# Dinámica y crecimiento de los granos de polvo en la Nebulosa Protoplanetaria

Carlos de la Fuente Marcos,  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, 2001

Director de Tesis: Pierre Barge

Tutor: Elisa de Castro Rubio

## RESUMEN

En el escenario estándar de la formación planetaria, los planetesimales (cuerpos de tamaño kilométrico) crecen a partir de granos de polvo, similares a los interestelares, embebidos en un disco gaseoso denominado nebulosa protoplanetaria. Durante esta etapa, los movimientos del gas pueden tener gran influencia en la dinámica y el crecimiento de los granos de polvo, dado que el flujo kepleriano del gas frena el movimiento de los mismos haciendo que caigan hacia el Sol, y la turbulencia inhibe la inestabilidad gravitacional de la capa de polvo. Aunque se acepta que los planetesimales fueron los elementos constituyentes de los planetas, todavía se desconoce cómo se produjo la formación de los mismos. Por esta razón, en los estudios más recientes, existe un renovado interés por comprender mejor la evolución de la capa de polvo inmersa en el disco gaseoso de la Nebulosa.

El gas que fluye en el disco puede engendrar estructuras carentes de simetría axial, como por ejemplo ondas espirales y vórtices, a partir de gran variedad de mecanismos de excitación e inestabilidad. En 1995, Barge y Sommeria pusieron de manifiesto que la existencia de vórtices gaseosos persistentes en la nebulosa solar tendría importantes consecuencias sobre la formación de los planetesimales y el posterior crecimiento de los planetas gigantes.

La investigación desarrollada en esta Tesis analiza la relación entre el polvo y el gas debida al acoplamiento por fricción dinámica entre ambos; en concreto, se estudia el efecto del flujo medio del gas sobre la dinámica de las partículas de polvo. El primer objetivo es investigar en profundidad los procesos de captura y crecimiento de los granos de polvo dentro de un vórtice y su posible relevancia en cuanto a la formación de los planetesimales. El segundo objetivo es la exploración de los efectos de ondas espirales propagándose en el disco gaseoso sobre la dinámica y el crecimiento de las partículas. La presencia de líneas de corriente no circulares perturba significativamente el movimiento de las partículas alrededor del Sol e incrementa su vida media en la Nebulosa.

# Índice

<b>Agradecimientos:</b>	<b>iii</b>
<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Capítulo 1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Preámbulo . . . . .	1
1.2 Problemas con la formación de los planetas gigantes . . . . .	6
1.3 Discos protoplanetarios . . . . .	12
1.4 Planetas extrasolares . . . . .	15
1.5 Esta Tesis . . . . .	23
<b>Capítulo 2 Ecuaciones de una partícula en un medio gaseoso</b>	<b>25</b>
2.1 Introducción . . . . .	25
2.2 Evidencias observacionales sobre la nebulosa solar . . . . .	26
2.3 Modelado de un disco de acreción protoplanetario . . . . .	31
2.4 Propiedades físicas de la nebulosa protoplanetaria . . . . .	39
2.5 La nebulosa solar estándar . . . . .	41
2.6 Nebulosa masiva . . . . .	47

2.7	Las ecuaciones del movimiento . . . . .	50
2.8	Resolución numérica . . . . .	53
2.9	Condiciones iniciales . . . . .	55
2.10	Función Inicial de Masas de los granos de polvo . . . . .	56
2.11	Medios de cómputo utilizados . . . . .	59
<b>Capítulo 3 Nebulosa axialmente simétrica</b>		<b>68</b>
3.1	Introducción . . . . .	68
3.2	Escalas temporales . . . . .	72
3.2.1	Escala temporal de caída libre . . . . .	72
3.2.2	Escala temporal de Kelvin–Helmholtz . . . . .	73
3.2.3	Escala temporal de sedimentación . . . . .	73
3.2.4	Escala temporal de caída por fricción . . . . .	77
3.3	Restricciones observacionales para discos de acreción protoplanetarios con simetría axial . . . . .	78
3.4	Resultados de las simulaciones . . . . .	83
3.5	Desviaciones de la simetría axial pura . . . . .	98
3.6	Resultados para una nebulosa masiva . . . . .	100
3.7	Evolución orbital de las partículas en un disco protoplanetario axial- mente simétrico sin autogravedad . . . . .	101
3.7.1	El efecto de la excentricidad del disco . . . . .	111
3.8	Resumen y Discusión . . . . .	114
<b>Capítulo 4 Vórtices en la nebulosa solar</b>		<b>117</b>
4.1	Introducción . . . . .	117
4.2	Ecuaciones básicas de un vórtice bidimensional . . . . .	124
4.3	Condiciones de captura de las partículas en el vórtice . . . . .	141
4.4	Autogravedad en la nebulosa solar . . . . .	148
4.5	Resultados de las simulaciones . . . . .	150

4.5.1	Dinámica de las partículas de polvo . . . . .	150
4.5.2	Energía y momento angular . . . . .	153
4.5.3	Acumulación de granos de polvo . . . . .	162
4.5.4	Concentración selectiva . . . . .	163
4.6	Comparación con trabajos anteriores . . . . .	175
4.7	Aplicación del modelo a la distribución orbital de los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper . . . . .	184
4.7.1	Modelos dinámicos para los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper . . . . .	187
4.7.2	Diferentes escenarios de formación planetaria . . . . .	190
4.7.3	Evolución de una población de proto-OCEKs . . . . .	194
4.7.4	Simulaciones de $N$ -cuerpos . . . . .	198
4.7.5	Efectos de los encuentros . . . . .	201
4.7.6	Discusión . . . . .	205
4.8	Un modelo para explicar la formación de planetas gigantes excéntricos en nebulosas protoplanetarias extrasolares . . . . .	213
4.8.1	Evolución de una población de planetas . . . . .	215
4.8.2	Mecanismo de formación . . . . .	217
4.8.3	Discusión y conclusiones . . . . .	220
4.9	Resumen y Discusión . . . . .	223
<b>Capítulo 5 Perturbaciones espirales</b>		<b>229</b>
5.1	Introducción . . . . .	229
5.2	Espiral con $m = 1$ . . . . .	235
5.2.1	Modelo Cinemático del Campo de Velocidades . . . . .	236
5.2.2	Expresión general del campo de velocidades para perturbaciones espirales . . . . .	247
5.2.3	Ciclos límite . . . . .	249
5.2.4	Segregación de masa . . . . .	260



5.2.5	Respuesta del disco ante la perturbación espiral . . . . .	261
5.3	Espiral con $m = 2$ . . . . .	265
5.4	Discusión y conclusiones . . . . .	269
<b>Capítulo 6 Crecimiento de las partículas</b>		<b>273</b>
6.1	Introducción . . . . .	273
6.2	Agregación de las partículas . . . . .	277
6.3	Resultados . . . . .	280
6.3.1	Simetría axial . . . . .	280
6.3.2	Perturbación espiral . . . . .	286
6.4	Discusión y conclusiones . . . . .	288
<b>Capítulo 7 Discos protoplanetarios en sistemas jerárquicos</b>		<b>293</b>
7.1	Introducción . . . . .	293
7.2	Formulación matemática del problema . . . . .	299
7.3	Limitaciones del método utilizado . . . . .	302
7.4	Resultados de las simulaciones numéricas . . . . .	304
7.4.1	Caso Binario . . . . .	306
7.4.2	Caso Triple . . . . .	319
7.4.3	Caso perpendicular . . . . .	326
7.5	Discusión . . . . .	331
7.5.1	Estrellas post T–Tauri en binarias . . . . .	334
7.5.2	Discos circumpulsar . . . . .	335
7.6	Conclusiones . . . . .	337
<b>Capítulo 8 Implicaciones astrofísicas de los resultados</b>		<b>341</b>
8.1	Vórtices: resultados e implicaciones . . . . .	341
8.2	Objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper: resultados e im- plicaciones . . . . .	345
8.3	Planetas extrasolares en órbitas excéntricas: resultados e implicaciones	346

8.4 Ciclos límite y perturbaciones espirales: resultados e implicaciones . .	346
8.5 Crecimiento de las partículas: resultados e implicaciones . . . . .	349
8.6 Discos protoplanetarios en sistemas jerárquicos: resultados e implica- ciones . . . . .	350
8.7 Implicaciones observacionales . . . . .	351
<b>Capítulo 9 Conclusiones</b>	<b>354</b>
9.1 Consecuencias de relevancia astrofísica . . . . .	354
9.2 Hacia un futuro prometedor . . . . .	357
<b>Capítulo A Características técnicas de los métodos de integración uti- lizados</b>	<b>1</b>
A.1 Integrador de Adams-Moulton . . . . .	1
A.2 Integrador de Runge-Kutta-Cash-Karp . . . . .	2
A.3 Integrador de Bulirsch-Stoer . . . . .	5
<b>Capítulo B Figuras en color</b>	<b>15</b>
<b>Referencias</b>	<b>17</b>

# Índice de Tablas

2.1	Características de los métodos de integración . . . . .	54
2.2	Comparación de las prestaciones de los diferentes ordenadores utiliza- dos en las simulaciones numéricas llevadas a cabo en esta Tesis . . . .	60
3.1	Vida media de las partículas (Júpiter, 280 K) . . . . .	88
3.2	Vida media de las partículas (Saturno, 280 K) . . . . .	89
3.3	Vida media de las partículas (Urano, 280 K) . . . . .	89
3.4	Vida media de las partículas (Neptuno, 280 K) . . . . .	91
3.5	Vida media de las partículas (Júpiter, 1000 K) . . . . .	92
3.6	Vida media de las partículas (Saturno, 1000 K) . . . . .	93
3.7	Vida media de las partículas (Urano, 1000 K) . . . . .	94
3.8	Vida media de las partículas (Neptuno, 1000 K) . . . . .	95
4.1	Parámetros del cociente de densidades superficiales . . . . .	174
4.2	Comparación de las características de los vórtices analizados en esta Tesis y en trabajos de investigación previos . . . . .	181
4.3	Sistemas de tipo 16 Cygni . . . . .	222
4.4	Principales resultados obtenidos en el Capítulo 4 . . . . .	226
7.1	Efecto del compañero cercano . . . . .	327
A.1	Coefficientes del algoritmo de Cash–Karp . . . . .	4

# Índice de Figuras

2.1	Densidad superficial de polvo y gas en la Nebulosa . . . . .	46
2.2	Fuerza de gravedad del disco . . . . .	49
2.3	Función Inicial de Masas de Safronov . . . . .	58
2.4	Tiempo de CPU para la simulación prueba de la versión paralelizada de NDISK2 . . . . .	64
2.5	Aceleración comparada para la simulación prueba de la versión para- lelizada de NDISK2 . . . . .	66
3.1	Vida media de las partículas en una nebulosa fría . . . . .	86
3.2	Vida media de las partículas en una nebulosa caliente . . . . .	90
3.3	Trayectoria de caída en un sistema rotante . . . . .	91
3.4	Efecto de la excentricidad . . . . .	99
3.5	Nebulosa masiva . . . . .	100
3.6	Representación gráfica del cociente $\tau_c/\tau_l$ , relación entre las escalas temporales de circularización y viscosa . . . . .	108
4.1	Sistemas de referencia . . . . .	120
4.2	Patrón de flujo en la nebulosa solar . . . . .	135
4.3	Discriminante de la ecuación característica . . . . .	145
4.4	Escala temporal de captura normalizada . . . . .	146
4.5	Trayectoria de captura . . . . .	154

4.6	Trayectoria epicíclica de captura . . . . .	155
4.7	Trayectoria de una partícula con un ciclo límite . . . . .	156
4.8	Ciclo límite . . . . .	157
4.9	Energía específica frente a momento angular específico para un anillo de partículas en presencia de un vórtice . . . . .	159
4.10	Representación de $1 - a_o/a$ frente a $e^2$ para un anillo de partículas en presencia de un vórtice (I) . . . . .	160
4.11	Representación de $1 - a_o/a$ frente a $e^2$ para un anillo de partículas en presencia de un vórtice (II) . . . . .	161
4.12	Distribución de partículas de polvo en el disco con $f=2$ . . . . .	164
4.13	Distribución de partículas de polvo en el disco con $f=4$ . . . . .	165
4.14	Evolución de la distribución de partículas de polvo con $f=4$ (I) . . . .	166
4.15	Evolución de la distribución de partículas de polvo con $f=4$ (II) . . . .	167
4.16	Evolución de la distribución de partículas de polvo con $f=4$ (III) . . . .	168
4.17	Porcentaje de máxima eficiencia de captura . . . . .	169
4.18	Ritmo de captura de partículas para un vórtice con $f = 3$ . . . . .	171
4.19	Comparación de las distribuciones de tamaño con $f=3$ . . . . .	172
4.20	Comparación de las distribuciones de tamaño con $f=9$ . . . . .	173
4.21	Cociente de densidades superficiales . . . . .	176
4.22	Vida media de una partícula en función del tamaño con $r=0,2$ m . . . .	177
4.23	Vida media de una partícula en función del tamaño con $r=0,9$ m . . . .	178
4.24	Evolución orbital de proto-OCEKs . . . . .	195
4.25	Distribución orbital de tres poblaciones de OCEKs . . . . .	197
4.26	Distribución orbital de OTNs y ODDs . . . . .	200
4.27	Distribución de excentricidades para una muestra de OTNs y de Cen- tauros+ODDs . . . . .	206
4.28	Distribución de $\text{Log}(a)$ para una muestra de OTNs y de Centauros+ODDs	207
4.29	Distribución de excentricidades en la muestra observacional . . . . .	208

4.30	Distribución de $\text{Log}(a)$ en la muestra observacional . . . . .	209
4.31	Distribución de excentricidades en la muestra observacional y en las tres poblaciones test de OCEKs . . . . .	210
4.32	Distribución de $\text{Log}(a)$ en la muestra observacional y en las tres po- blaciones test de OCEKs . . . . .	211
4.33	Excentricidades inducidas por interacciones gravitacionales . . . . .	218
5.1	Diferencia entre ondas espirales <i>leading</i> y <i>trailing</i> . . . . .	239
5.2	Espiral con $m = 1$ ( <i>trailing</i> ) . . . . .	245
5.3	Espiral con $m = 1$ ( <i>leading</i> ) . . . . .	246
5.4	Confinamiento en un brazo espiral . . . . .	257
5.5	Evolución de un disco de partículas sometido a una perturbación espi- ral T ( <i>trailing</i> ) . . . . .	258
5.6	Evolución de un disco de partículas sometido a una perturbación espiral	259
5.7	Segregación de masa . . . . .	262
5.8	Respuesta del disco de material sólido ante la perturbación espiral . .	263
5.9	Disco sometido a una perturbación espiral y mapa de fases . . . . .	264
5.10	Líneas de corriente para el caso de una espiral de dos brazos . . . . .	267
6.1	Crecimiento de una partícula de radio inicial 10 m . . . . .	282
6.2	Variación del radio por acreción para una partícula métrica (I) . . . .	283
6.3	Variación del radio por acreción para una partícula métrica (II) . . .	284
6.4	Crecimiento de una partícula de radio inicial 0,1 m . . . . .	285
6.5	Acreción y perturbación espiral (I) . . . . .	287
6.6	Acreción y perturbación espiral (II) . . . . .	288
6.7	Acreción y perturbación espiral (III) . . . . .	289
6.8	Evolución del espectro de masas . . . . .	291
7.1	Trayectorias de partículas en un sistema jerárquico binario . . . . .	309

7.2	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 cm con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (I) . . . . .	312
7.3	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 cm con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (II) . . . . .	313
7.4	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 dm con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (I) . . . . .	314
7.5	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 dm con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (II) . . . . .	315
7.6	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 m con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (I) . . . . .	316
7.7	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 m con un disco de masa $M_D = 0,001 M_\odot$ (II) . . . . .	317
7.8	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 cm con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (I) . . . . .	320
7.9	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 cm con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (II) . . . . .	321
7.10	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 dm con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (I) . . . . .	322
7.11	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 dm con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (II) . . . . .	323
7.12	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 m con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (I) . . . . .	324
7.13	Semieje mayor de las partículas en el rango 1–10 m con un disco de masa $M_D = 0,01 M_\odot$ (II) . . . . .	325
7.14	Trayectoria espiral de una partícula en un sistema triple (I) . . . . .	328
7.15	Trayectoria espiral de una partícula en un sistema triple (II) . . . . .	329
7.16	Semieje mayor de las partículas para un sistema jerárquico triple . . .	330
7.17	Partícula en un sistema triple para el caso perpendicular . . . . .	332

7.18	Trayectoria tridimensional de una partícula para el caso perpendicular	333
7.19	Semieje mayor osculatriz para un sistema con una estrella PTT . . .	336



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Preámbulo

El Sol, al igual que otras estrellas, se formó como resultado del colapso gravitacional de un gran volumen de polvo y gas interestelar (Shu et al. 1987). Debido a que este material interestelar poseía una cierta cantidad de momento angular, la mayor parte del mismo no fue capaz de caer directamente al protosol, sino que pasó a formar parte de un disco de gas y polvo (la nebulosa solar) en órbita alrededor del Sol primitivo. Una vez que el material interestelar se incorporó a la Nebulosa mediante procesos de acreción, parte de él fue perdiendo suficiente momento angular como para precipitarse hacia el Sol primitivo. Aunque la mayor parte del material nebuloso pasó a formar parte del protosol, una pequeña fracción del mismo permaneció en el disco para dar lugar al sistema planetario solar.

Actualmente, el Sistema Solar contiene una gran diversidad de objetos celestes que incluyen el Sol, los planetas y sus satélites, los asteroides y los cometas. El Sol es una estrella enana de la secuencia principal cuyo tipo espectral es G2, compuesta principalmente de hidrógeno y helio. Se cree que el Sol nació en el seno de una nube molecular gigante hace unos 4.600 millones de años. Los planetas y cuerpos menores que componen el Sistema Solar debieron formarse a partir del material circunestelar

en órbita alrededor del Sol primitivo (Safronov 1972; Wetherill 1989). Casi todo el gas residual del disco desapareció antes de que el protosol alcanzase la secuencia principal, hace unos 4 Ga ( $1 \text{ Ga} = 10^9$  años), mientras a partir del polvo se formaban los núcleos planetarios.

Durante el lapso de tiempo que transcurrió desde el colapso y aplanamiento de la nube primordial hasta la aparición de los planetas propiamente dichos, el protosol poseyó un disco protoplanetario. Los discos circunestelares parecen ser un producto natural del proceso de formación estelar. Actualmente, se admite la existencia de dos etapas claramente diferenciadas en la evolución de los discos protoestelares (Shu et al. 1987; Podosek y Cassen 1994); la distinción entre ambas etapas es observable por medio de técnicas espectroscópicas. La primera corresponde a la época en la que el material interestelar cae activamente sobre la protoestrella y su disco. Ésta es seguida por una segunda etapa en la que la caída de material cesa, después de formarse un disco en torno a la joven estrella que ahora evoluciona como una T–Tauri (en el caso de progenitores de estrellas de tipo solar). Las características encontradas en los espectros de estrellas de tipo T–Tauri con edades del orden de 10 Ma ( $1 \text{ Ma} = 10^6$  años) permiten suponer que éstas se encuentran rodeadas por discos de polvo (Strom et al. 1989; Skrutskie et al. 1990; Beckwith y Sargent 1991; Mannings y Emerson 1994; Koerner et al. 1995; Muzerolle et al. 2000), por lo que es razonable considerar que las dos etapas de la evolución del disco deberían tener una duración de ese orden. La primera etapa, se caracteriza por un nivel de emisión en las longitudes de onda infrarrojas (IR) muy elevado; demasiado alto para ser explicado como resultado de la radiación estelar interceptada por el disco y reemitida en el IR. Se cree que el exceso de radiación IR se genera en la zona de separación entre la estrella y el disco, donde la energía mecánica se disipa en forma de calor al precipitarse sobre la estrella un gran flujo de material proveniente del disco. La mayoría de las estrellas T–Tauri que presentan este exceso de radiación IR tienen una edad  $< 1 \text{ Ma}$  (Beckwith et al. 1990; Osterloh y Beckwith 1995). Esta propiedad impone fuertes restricciones

a la duración de la etapa evolutiva del disco en la que se produce el acrecimiento de material y es consistente con el tiempo que tardarían las fuerzas gravitatorias en conseguir que un volumen suficiente de material interestelar se depositase sobre la estrella ( $\approx 0,1$  Ma). Al igual que en el caso de otros discos protoestelares observados, la nebulosa solar debió ser muy activa durante la primera fase de su existencia ( $< 1$  Ma a partir del comienzo de la caída de material), disipándose gran cantidad de energía mecánica a medida que el material interestelar pasaba a formar parte de la Nebulosa y del Sol primitivo. En los  $\approx 10$  Ma que siguieron a la etapa de caída de material, la Nebulosa alcanzó un nuevo estado evolutivo caracterizado por una menor actividad. Según indican las vidas medias de los isótopos radiactivos encontrados en meteoritos (Palme y Boynton 1993, Wadhwa y Russell 2000), las condiciones físicas reinantes en la Nebulosa durante esas dos etapas fueron muy diferentes.

La principal fuente de datos acerca de las condiciones físicas que reinaron en ambas etapas evolutivas es el análisis de las condritas. El material condrítico constituye la clase de meteoritos más abundante y de composición más primitiva encontrada en el Sistema Solar. Dicho material está formado por agregados de pequeños objetos esferoidales resultado de una formación dispersa en una nebulosa con regímenes de temperatura diferentes y debió originarse en la segunda y más larga etapa evolutiva. Los constituyentes elementales de la mayoría de las condritas reciben el nombre de cóndrulos y son esferitas igneas de tamaño milimétrico cuya composición química presenta abundancias aproximadamente cósmicas de Magnesio (Mg), Hierro (Fe), Silicio (Si), Calcio (Ca) y Aluminio (Al).

El estudio y la comprensión de los procesos físicos que condujeron a la formación de la Tierra y del resto de los planetas del Sistema Solar han tenido que recorrer un largo camino desde los albores del pensamiento clásico hasta nuestros días debido a su gran complejidad y a sus implicaciones más allá de las propiamente astrofísicas. Las primeras ideas acerca de una nebulosa solar primordial en la que un sinnúmero de cuerpos, sometidos a un movimiento constante a través del vacío, colisionan y sufren

procesos de acrecimiento aparecen en los escritos del atomista griego Leucipo del siglo V a. de C. En cierto sentido, el pensamiento de Leucipo fue capaz de anticipar las ideas cosmogónicas que se propondrían veintitrés siglos más tarde (Cosmogonía de Kant-Laplace). Ya en época más reciente, la formación del Sistema Solar ha atraído el interés de los estudiosos del movimiento de los cuerpos celestes desde los tiempos de Copérnico, a mediados del siglo XVI. En 1630, Descartes en su *Tratado del Mundo* propuso la primera explicación *científica* de la génesis del Sistema Solar a través de su teoría de los remolinos o vórtices. Aunque la teoría de Descartes fue concebida algunos decenios antes de la formulación de la teoría de la Gravitación Universal por parte de Newton, al definir el problema con precisión, se estaban estableciendo las bases de cualquier Cosmogonía que pretendiera ser calificada como *evolucionista*.

Exceptuando disensiones ocasionales, durante los últimos 200 años las teorías que tratan de explicar la formación del Sistema Solar se han apoyado en la llamada Cosmogonía de Kant-Laplace. Según esta cosmogonía, tanto los planetas como los cuerpos menores del Sistema Solar (asteroides, cometas) se formaron a partir de un disco de polvo y gas que rodeaba al Sol primitivo. Este concepto fue sugerido durante el siglo XVIII por Kant (1755) y Laplace (1796) independientemente y, aunque explicaba de forma natural el hecho de que las órbitas de los planetas del Sistema Solar se localizasen aproximadamente en un plano, sus autores no ofrecieron prueba firme alguna de su hipótesis.

Otros autores, como por ejemplo Chladni (1794), Proctor (1898), y Chamberlin (1904) desarrollaron la teoría de la formación planetaria de forma algo más cuantitativa. Años después, los trabajos pioneros de Safronov (1972), y la *Escuela de Kyoto* de Hayashi y sus colaboradores (Hayashi et al. 1985) revistieron las descripciones cualitativas previas de un carácter esencialmente cuantitativo. Su teoría se conoce como *Modelo Estándar* y postula que la formación de los planetas se produjo a partir de granos de polvo de tamaño micrométrico, que gracias a procesos de coagulación física o química, fueron capaces de generar cuerpos rocosos de 0,1 a 10

km de diámetro, denominados planetesimales. Estos cuerpos caracterizaron la etapa intermedia que permitió pasar del polvo microscópico a los embriones planetarios. Se cree que, una vez alcanzado el tamaño kilométrico, los procesos físicos dominantes pasaron a ser la interacción gravitatoria y la fusión de planetesimales por colisión. Así, parte de los planetesimales formados que no se calentaron a temperaturas lo suficientemente elevadas, dieron origen a los meteoritos condriticos o condritas que, por este motivo, preservaron las huellas de los procesos acontecidos en las primeras fases de la evolución de la nebulosa solar. Como se comentó con anterioridad, el análisis de las condritas encontradas en la Tierra y la Luna establece restricciones a las condiciones físicas reinantes en el Sistema Solar primitivo.

A principios del último tercio del siglo XX, ya estaban sentadas las bases de una teoría estándar de la formación planetaria; no obstante, la teoría carecía de suficiente apoyo observacional debido principalmente a las limitaciones de la instrumentación disponible. Afortunadamente, en los últimos 15 años se han producido avances significativos en este campo. En primer lugar, las observaciones en el infrarrojo y en las radioondas de objetos estelares jóvenes (sistemas de tipo Vega) y de las regiones centrales de nubes moleculares (Shu et al. 1987) han permitido estudiar las primeras etapas de la formación estelar. En segundo lugar, el desarrollo de nuevas técnicas, tanto analíticas como numéricas, que tienen por objeto reconstruir de forma detallada las diferentes etapas que condujeron a la formación de nuestro sistema planetario, está permitiendo la interpretación de las observaciones.

Considerando un flujo de gas puramente kepleriano (axialmente simétrico) en la nebulosa solar, es bien conocido que las partículas sólidas se precipitan hacia la estrella central siguiendo una trayectoria espiral. Si se tiene en cuenta el gradiente de presiones, el flujo deja de ser puramente kepleriano. Ésto es debido, principalmente, a la diferencia sistemática entre la velocidad del gas, la cual está soportada por la presión, y la velocidad que caracteriza los movimientos puramente keplerianos (Weidenschilling 1977). En el caso estándar, la vida media de las partículas (cuyo rango

de tamaños se extiende desde centímetros hasta metros) en la Nebulosa se reduce significativamente (hasta ser inferior a  $10^4$  años) como se mostrará en el Capítulo 3, y su distribución espacial está severamente limitada por la escala de tiempo necesaria para la aglomeración del material sólido. Este límite a la duración de la escala temporal impone fuertes restricciones a las condiciones en las que se produjo la formación de los planetesimales a partir de la acumulación gradual de partículas sólidas, si no se considera la tradicional inestabilidad gravitacional de la capa de polvo (Safronov 1969). Por supuesto, y como pusieron de manifiesto Cuzzi y sus colaboradores (1993), la reacción contraria ejercida por la densa subcapa de partículas sólidas sobre el gas tiende a alargar la vida media de las partículas; sin embargo, este efecto es débil en el caso de partículas de tamaño submétrico. De este modo, en un escenario en el que el crecimiento de las partículas es continuo, la cuestión es cómo pueden las partículas llenar el vacío existente en la región de tamaño métrico. Debido a la corta vida media de las partículas en la Nebulosa, un flujo de gas axialmente simétrico no puede explicar la participación de este tipo de partículas en la formación de planetesimales.

## 1.2 Problemas con la formación de los planetas gigantes

Una teoría satisfactoria de la formación del Sistema Solar debe proporcionar no sólo una explicación razonable del origen de los planetas terrestres, sino también de la formación de los planetas del Sistema Solar externo y de los cuerpos menores como los asteroides, cometas y satélites. Aunque los mismos métodos empleados para explicar la formación de los planetas del Sistema Solar interno han sido aplicados para el caso de los planetas gigantes, relativamente pocos trabajos han visto la luz en relación con este tema debido a que los resultados obtenidos parecen estar en contradicción con aquellos procedentes de las observaciones.

Como se ha señalado con anterioridad, las observaciones de estrellas jóvenes muestran que las nebulosas circunestelares se dispersan en una escala temporal inferior a los 10 millones de años. Sin embargo, en el caso de los planetas gigan-

tes, el modelo analítico clásico de Safronov (1969) proporciona una escala de tiempo característica para la formación de Júpiter de unos 250 millones de años y de unos 500.000 millones para el caso de Neptuno; estos valores son claramente inaceptables a la luz de las evidencias observacionales actuales. Algunos investigadores (Greenberg et al. 1984; Lissauer 1987; Wetherill y Chapman 1988; Wetherill 1988) han logrado reducir significativamente estos tiempos de formación considerando una densidad superficial del polvo en la Nebulosa muy elevada, o aumentando el factor de enfoque gravitacional que aparece en las ecuaciones de colisión entre partículas. Con estas hipótesis adicionales el núcleo de Júpiter tardaría en formarse unos  $3,5 \times 10^5$  años, el de Saturno 2 Ma, el de Urano 10 Ma y el de Neptuno 30 Ma. Sin embargo, cálculos hidrodinámicos en tres dimensiones (Boss 1988) no permiten justificar la existencia de densidades superficiales tan elevadas. Por otra parte, y desde un punto de vista estrictamente físico, el incremento del factor de enfoque gravitacional es altamente discutible. Según esto, los modelos actuales no explican satisfactoriamente la formación de los planetas gigantes en una escala temporal de unos pocos millones de años.

Tradicionalmente, se han propuesto dos escenarios diferentes para la formación de los planetas gigantes: el modelo de la inestabilidad del gas y el modelo de la inestabilidad nuclear. El primero postula que la nebulosa solar primitiva era lo suficientemente masiva como para que grandes porciones de la misma pudieran llegar a ser inestables frente al colapso gravitacional. Los productos finales de tal colapso, protoplanetas gaseosos gigantes, evolucionaron posteriormente hasta alcanzar el aspecto que presentan hoy en día. Esta hipótesis tiene la ventaja de permitir de una forma natural la acreción de grandes cantidades de material de composición química solar en una escala de tiempo dinámica corta. Los análisis más detallados de las consecuencias de este modelo fueron llevados a cabo por Cameron y sus colaboradores (De Campli y Cameron 1979; Cameron et al. 1982; Cameron 1985). Sin embargo, esta hipótesis también presenta inconvenientes. En primer lugar, todos los planetas

exteriores contienen en su composición material con metalicidad elevada; es decir, diferente del H y el He. En segundo lugar, a medida que los sólidos se incorporan mediante un proceso de acreción al protoplaneta gaseoso gigante se disuelven y se mezclan con el gas, a altas temperaturas y presiones, en el interior del protoplaneta gaseoso gigante, por lo que es muy difícil explicar cómo pudo formarse un núcleo en tales condiciones (Stevenson 1982a). En tercer lugar, un escenario como éste es especialmente difícil de justificar en los casos de Urano y Neptuno, los cuales están compuestos mayoritariamente de material con metalicidad elevada y una proporción de hidrógeno y helio relativamente baja. En cuarto lugar, y como puso de manifiesto Cameron (Cameron 1989), una inestabilidad de este tipo requeriría una masa nebular del orden de una masa solar ( $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30}$  Kg) o mayor. Este valor es considerablemente superior al sugerido tradicionalmente para la nebulosa solar, que está basado en las observaciones (Strom et al. 1989a). Un argumento concluyente en contra del modelo de la inestabilidad del gas se deriva de la teoría de las enanas marrones. El mayor de los planetas gigantes, Júpiter, tiene muchas propiedades físicas en común con las enanas marrones, las cuales son objetos de composición solar que poseen una masa inferior a  $0,08 M_{\odot}$ . Esta similitud (interior convectivo electrónicamente degenerado, baja luminosidad intrínseca derivada de la disminución de energía térmica) sugiere que existiría un continuo de tales objetos, extendiéndose desde objetos con masa  $M \sim 0,001 M_{\odot}$  (Júpiter,  $M_J = 1,90 \times 10^{27}$  Kg) hasta el límite de la combustión del hidrógeno en  $M \sim 0,08 M_{\odot}$  (Burrows et al. 1989). Sin embargo, Boss (1986b) mostró que existe una masa mínima para el colapso de un fragmento de una nube interestelar de H–He en un objeto condensado de tipo enana marrón o joviano, y esta masa mínima es  $\sim 0,02 M_{\odot}$  (unas  $20 M_J$ ). De este modo, los planetas gigantes deberían haberse formado mediante un proceso de nucleación en dos etapas, con una nebulosa solar en la que las partículas sólidas poseían densidades lo suficientemente altas para conducir a la formación de los núcleos protoplanetarios antes de la disipación del gas. La formación de enanas marrones puede haber sido totalmente



análoga a la formación de los protoplanetas gaseosos gigantes. Los productos finales de ambos procesos de formación son muy similares, difiriendo principalmente en la existencia o no de un núcleo núcleo rocoso denso.

Por otra parte, el modelo de inestabilidad nuclear propuesto para explicar la formación de los planetas gigantes postula que éstos crecieron inicialmente por medio de la acreción de planetesimales, esto es, de la misma manera que se formaron los planetas terrestres. Sin embargo, en contraste con la formación de los planetas terrestres, los planetas gigantes crecieron lo suficientemente rápido como para que el proceso de captura gravitacional de grandes cantidades de gas de la Nebulosa tuviese lugar antes de la disipación del mismo. Con el tiempo, se alcanzó tal ritmo de acreción de gas, que Júpiter y Saturno llegaron a tener más masa de gas que de planetesimales. Por otra parte, Urano y Neptuno pudieron no haber alcanzado un ritmo de acreción de gas tan elevado en una escala de tiempo inferior a la correspondiente a la disipación del gas nebular. En esta hipótesis, el término *núcleo* se refiere a la masa total de los planetesimales acretados, la cual, al menos inicialmente, estaba concentrada en la región central del protoplaneta. El término *inestabilidad* se refiere a la posible existencia de una fase en la que el gas fue incorporado de una forma muy rápida. Stevenson y Lunine (1988) sugirieron un mecanismo mediante el cual pudo formarse rápidamente el núcleo de Júpiter, pero no está claro cómo puede aplicarse este mecanismo de formación a los otros planetas gigantes. En el modelo de inestabilidad nuclear, los planetesimales y el gas permanecen separados espacialmente unos de otros, con el material de metalicidad elevada localizado exclusivamente en un núcleo segregado. Este modelo proporciona una buena aproximación a la fase inicial de formación, en la que la masa del núcleo no era superior a unas pocas  $M_{\oplus}$  ( $M_{\oplus}$  = Masa de la Tierra =  $5,98 \times 10^{24}$  Kg). Sin embargo, conforme la masa de la envoltura crece, se incrementan las dificultades para que los planetesimales puedan alcanzar el núcleo antes de disolverse en la envoltura (Pollack et al. 1986; Podolak et al. 1988). De este modo, una fracción significativa de los planetesimales que hipotéti-

camente formarían los planetas gigantes, especialmente los últimos en incorporarse a los mismos, pudieron disolverse en sus envolturas.

Según el modelo estándar, los planetas se formaron a partir de la aglomeración de los granos de polvo inmersos en el disco residual de gas que permanece tras la formación de una estrella de poca masa. Este tipo de estructuras reciben el nombre de discos circunestelares, discos protoplanetarios o nebulosas protoplanetarias. Los discos circunestelares fueron detectados por primera vez gracias a los instrumentos a bordo del satélite IRAS (*Infrared Astronomical Satellite*) (Aumann et al. 1984; Gillet 1986), y se observan comúnmente alrededor de objetos estelares jóvenes, mostrando una extensión radial de alrededor de 100 UA ( $1 \text{ UA} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ ); para encontrar un análisis detallado de estas primeras detecciones, consultar los artículos retrospectivos de Beckwith y sus colaboradores (1990), Beckwith y Sargent (1993), Strom y su grupo (1993) y las referencias incluidas en ellos. Con el objeto de explicar su masa y la evolución de su momento angular, así como las restricciones derivadas de los datos meteoríticos (Palme y Boynton 1993, Wadhwa y Russell 2000), se supone que tales discos son turbulentos durante una parte de su existencia (Lin 1981; Morfill 1985; Boss 1988; Norman y Paresce 1989; Clemens et al. 1992; Sterzik et al. 1995; Stepinsky y Valageas 1996, 1997; Walter et al. 2000). En particular se ha propuesto que en ellos se produce turbulencia a gran escala que da lugar a la propagación de ondas espirales (Michel 1984; Larson 1984; Kaising 1989) y/o a la formación de vórtices persistentes (Barge y Sommeria 1994, 1995; Adams y Watkins 1995; Tanga et al. 1996; Adams y Laughlin 1996; Mehta y Flierl 1996, 1997; Bracco et al. 1998, 1999; Godon y Livio 1999a, 1999b, 2000; Chavanis 2000; Davis et al. 2000; de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999, 2001).

Ya en 1944, von Weizsäcker propuso un escenario heurístico según el cual el sistema planetario existente en la actualidad se originó a partir de una configuración peculiar de la nebulosa solar en la que había una red organizada de cadenas concéntricas de vórtices. Según las ideas de von Weizsäcker, las partículas sólidas

se situaron fuera de los vórtices y se acumularon en las zonas de contacto entre los mismos, aglomerándose posteriormente para formar los planetas. A mediados de los 90, Barge y Sommeria (1994, 1995), sobre la base de nuevos avances en el estudio de la turbulencia bidimensional (Sommeria et al. 1991; Miller et al. 1992; Michel y Robert 1994), propusieron que los vórtices a gran escala podían persistir dentro de la nebulosa solar durante un gran número de periodos de rotación. Estos autores mostraron además que los vórtices anticiclónicos pueden capturar y concentrar gran cantidad de partículas sólidas, y sugirieron que los núcleos de tales vórtices podían ser lugares preferentes para la formación de planetesimales o embriones planetarios (Adams y Watkins 1995; Tanga et al. 1996; Adams y Laughlin 1996; Mehta y Flierl 1996, 1997; Bracco et al. 1998, 1999; Godon y Livio 1999a, 1999b, 2000; Davis et al. 2000; de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999, 2001). La corta escala temporal necesaria para la acumulación del material sólido por parte de un vórtice puede ayudar a explicar la formación de los planetas gigantes gaseosos en una escala de tiempo inferior al millón de años, como se verá en detalle en el Capítulo 4 de esta Tesis.

En Junio de 1998 un descubrimiento observacional pareció confirmar que la escala de tiempo de formación de los planetas de tipo joviano no podía ser explicada por la teoría estándar. La cámara NICMOS (*Near-Infrared Camera and Multi-Object Spectrometer*) del Telescopio Espacial Hubble (HST) permitió observar lo que parecía ser un protoplaneta gigante, TMR-1C, que había sido eyectado en la vecindad de una protoestrella (Terebey et al. 1998a, b) en la Nube Molecular de Taurus. La estrella progenitora (TMR-1 = IRAS 04361+2547) parece ser una estrella protobinaria (TMR-1A y TMR-1B) con una separación entre las componentes de unas 42 UA. Los datos fotométricos obtenidos parecían ser consistentes con la presencia de un joven planeta gigante de tipo joviano ( $2-3 M_J$ ,  $M_J = 0,00096 M_\odot$ ) situado en la Nube Molecular de Taurus. La edad estimada para la protobinaria era de  $3 \times 10^5$  años, valor que constituía un límite inferior para la escala temporal en la que un protoplaneta gigante podía formarse. Terebey y sus colaboradores estimaron una escala de

tiempo para la eyección del protoplaneta en el rango 400–1.200 años y una separación entre el planeta y la estrella doble de 1.500 UA. Estas estimaciones proporcionaban un rango para la velocidad de escape de 5,9–17,8 Km/s. Esta observación, llevada a cabo con el Telescopio Espacial Hubble (HST), parecía constituir la primera detección observacional mediante imagen directa de un candidato a planeta extrasolar. Desafortunadamente, los mismos autores se han retractado parcialmente de su primera interpretación de estas observaciones (Terebey et al. 2000) y han admitido que los datos fotométricos concuerdan razonablemente con los correspondientes a una estrella de fondo perteneciente al disco galáctico.

### 1.3 Discos protoplanetarios

Desde que en 1984 se observó por primera vez un disco de polvo y gas alrededor de la estrella  $\beta$  Pictoris, se han llevado a cabo múltiples observaciones espectroscópicas de este disco protoplanetario, incluyendo las del Telescopio Espacial Hubble; las observaciones han conducido a una descripción detallada del disco y a la detección indirecta de pequeños cuerpos de tamaño kilométrico inmersos en el mismo o incluso de un posible planeta de  $\approx 10 M_{\oplus}$  a una distancia de 70 UA de la estrella central (Aumann et al. 1984; Smith y Terrile 1984; Ferlet et al. 1993; Gorkavyi et al. 2000, 2001; Larwood y Kalas 2001). Además, recientes observaciones fotométricas, del que se considera prototipo de sistema planetario en formación, o incluso ya formado, indican la presencia de al menos un planeta gigante, ya condensado, en una órbita inclinada que perturba gravitacionalmente al disco de planetesimales que se extiende en el rango de distancias a la estrella central: 120–150 UA (Mouillet et al. 1997a, b; Augereau et al. 2001). Aunque el satélite IRAS ha detectado excesos en el infrarrojo, que han sido interpretados como debidos a discos de gas y polvo, en muchas estrellas cercanas, el caso de  $\beta$  Pictoris sigue siendo único. De hecho, los discos protoplanetarios alrededor de las estrellas de la secuencia principal son mucho menos luminosos que la mayoría de los observados alrededor de estrellas T–Tauri, especialmente si

no pueden ser vistos de canto desde la Tierra. Las diferencias entre estos sistemas, según provengan de procesos de acreción planetaria o de eyección de materia, pueden proporcionar restricciones sobre los procesos de formación planetaria.

En Agosto de 1992, y haciendo uso de observaciones realizadas en la longitud de onda del rojo a  $0,695 \mu\text{m}$  de longitud de onda, se descubrió un disco protoplanetario alrededor de la estrella 68 de la constelación de Ofiuco. El disco se ve casi exactamente de frente. Un modelo sencillo de disco compuesto de partículas esféricas bastante pequeñas (una decena de micrómetros), que reflejen la luz estelar, reproduce bien las observaciones y sugiere que la densidad de polvo en el disco de 68 Ofiuco es menor que la del disco de  $\beta$  Pictoris. Según las medidas de IRAS a 12 y  $25 \mu\text{m}$ , se puede estimar su temperatura en alrededor de 1.000 K, temperatura superior a la del polvo del disco de  $\beta$  Pictoris.

Observaciones de la binaria DQ Tau, llevadas a cabo en 1990 (Tokunaga et al. 1990) y en 1997 (Mathieu et al. 1997), parecen indicar la presencia de gas en rotación kepleriana en torno al centro de masas de la binaria. El modelo de disco propuesto para explicar las observaciones requiere la presencia de gas con una densidad superficial media de  $5 \times 10^{-4} \text{ g cm}^{-2}$  que se extiende hacia fuera hasta una distancia de  $0,5 \pm 0,1 \text{ UA}$  del centro de masas del sistema y hacia dentro al menos hasta una distancia de  $0,1 \text{ UA}$  (Carr et al. 2001). El modelado de la distribución de energía espectral de DQ Tau parece indicar la presencia de una pequeña cantidad de material difuso ( $\sim 10^{-10} M_{\odot}$ ) en un *agujero* en un disco ópticamente delgado. Así el *aclarado* dinámico del material no se ha producido de manera completamente eficiente en el disco circunestelar en torno a esta binaria. Las observaciones parecen indicar que el material está asociado con un flujo procedente del disco circumbinario que alimenta la acreción sobre las superficies estelares de las componentes del sistema binario.

En 1998 se detectó observacionalmente la presencia de un sistema en torno a  $\rho^1$  Cancri constituido por un disco circunestelar y al menos un planeta. Este sistema

tiene una edad de 5 Ga y las observaciones de ISO (*Infrared Space Observatory*), realizadas en una longitud de onda de 60–90  $\mu\text{m}$ , concuerdan con la presencia de una población de granos de polvo de tamaño aproximadamente igual a 10  $\mu\text{m}$ , formando parte de un disco con una masa de  $\approx 4 \times 10^{-5} M_{\oplus}$  y localizado a una distancia comprendida entre 35 y 60 UA de la estrella central, presentando además una *cavidad* central definida (Dominik et al. 1998). También en 1998 se detectó un disco protoplanetario en torno a la estrella DM Tauri (Guilloteau y Dutrey 1998). Otro ejemplo de disco circunestelar lo constituye el sistema observado en torno a la estrella  $\epsilon$  Eridani (Greaves et al. 1998, Gatewood 2000) cuya edad está en el rango 0,5–1,0 Ga. En este sistema la formación planetaria está en su última etapa o ya ha concluido, no obstante todavía permanece una cierta cantidad de polvo (de masa en el rango 0,01–0,4  $M_{\oplus}$ ) situada a una distancia de la estrella central superior a 115 UA. Además, las estrellas de tipo UX Ori (de tipos espectrales A0–A5) son conocidas por poseer cantidades significativas de cuerpos de tamaño métrico orbitando en torno a ellas, a pesar de que su edad es de varios Ma (Grinin et al. 1996).

Recientemente se han descubierto discos circunestelares en el cúmulo estelar joven IC 348 en Perseo (Haisch Jr. et al. 2000, 2001). Las estrellas con discos circunestelares en IC 348 tienen una edad media de 0,9 Ma. Las observaciones revelan que las estrellas con tipos espectrales más tempranos que G no poseen discos, mientras que las estrellas de tipos espectrales G y posteriores tienen discos protoplanetarios en un porcentaje que se encuentra en el rango 50–67%, siendo las estrellas de últimos tipos espectrales las que poseen un porcentaje más elevado de discos. Estos resultados observacionales parecen indicar que las estrellas de tipos espectrales G y más tempranos han evolucionado más rápidamente que aquellas otras de tipos espectrales posteriores. La fracción de discos observada, en la banda L y con edades similares, en los cúmulos IC 348 y Taurus es la misma, dentro del margen de error, sugiriendo que, al menos para cúmulos que no tengan estrellas O, la vida media del disco es independiente de las condiciones físicas reinantes durante el proceso de formación.

Más recientemente, observaciones en el infrarrojo medio de la región central de la Nebulosa Trífida, llevadas a cabo con ISOCAM (*Infrared Space Observatory Camera*), han revelado la presencia de discos circunestelares con dos componentes: una caliente con temperatura en el rango 500–1.000 K y otra con temperaturas inferiores en el rango  $\sim 150$ –200 K en torno a varios miembros estelares del cúmulo (Lefloch et al. 2000, 2001). Observaciones complementarias llevadas a cabo con el VLA (*Very Large Array*) parecen sugerir que la emisión en el infrarrojo medio provendría de la presencia de una envoltura de polvo o disco circunestelar, evaporándose por efecto de la ionización producida por la estrella central. Para varias de las estrellas observadas, la banda de silicatos en la longitud de onda  $9,7 \mu\text{m}$  se puede observar en emisión. Al menos una de las estrellas jóvenes observadas en la región central de la Nebulosa Trífida muestra indicios de la presencia de silicatos cristalinos en el disco circunestelar.

## 1.4 Planetas extrasolares

Rodeada por un océano estelar aparentemente ilimitado, la humanidad ha especulado durante siglos con la existencia de sistemas planetarios orbitando en torno a otras estrellas y con la posibilidad del desarrollo de la vida en algunos de ellos, pero sólo recientemente, y gracias al desarrollo de nuevas tecnologías observacionales, ha sido posible la detección de planetas fuera de nuestro sistema solar.

En los escritos de autores clásicos como Demócrito (ca. 460-370 a. de C.), Epicuro (341-270 a. de C.), Lucrecio (ca. 99-55 a. de C.) o Hipólito (siglo III d. de C) aparecen ya predicciones acerca de la existencia de sistemas planetarios distintos del nuestro. Durante la Edad Media y comienzos del Renacimiento la idea de la existencia de otros sistemas planetarios fue defendida, en contra de las opiniones imperantes en la época, por Guillermo de Ockham (ca. 1280-1347), Guillermo de Vorilong (ca. 1450) y Giordano Bruno (1584), entre otros. El sistema heliocéntrico propuesto por Copérnico en 1543 fue considerado también como un firme apoyo en

favor de la existencia de otros sistemas planetarios distintos del nuestro. El primer astrónomo que se preguntó sobre posibles métodos capaces de detectar otros sistemas planetarios fue Huygens en su obra *Cosmotheoros* (1695). Ya en el siglo XX, el primero en realizar cálculos teóricos sobre los efectos observables a que daría lugar la presencia de planetas sobre el movimiento de la estrella progenitora fue el astrónomo americano P. Van de Kamp a finales de los años 30.

Sin embargo, la existencia de otros sistemas planetarios distintos del nuestro ha permanecido durante largo tiempo en el terreno de la especulación científica ante la imposibilidad práctica de contrastar las hipótesis teóricas con la realidad. Afortunadamente, el gran desarrollo experimentado en los últimos 26 años por las técnicas observacionales en el campo de la investigación planetaria ha permitido comenzar a perfilar respuestas a cuestiones tan fundamentales como:

- (1) ¿Cuál es la abundancia de sistemas planetarios en el Universo?
- (2) ¿Qué características distintivas presentan otros sistemas planetarios en comparación con el nuestro?
- (3) ¿Cómo se forman y evolucionan los sistemas planetarios?
- (4) ¿Cómo varían las características de los sistemas planetarios con el tipo espectral de la estrella central?

La detección de compañeros de tamaño planetario en órbita alrededor de estrellas distintas del Sol ha sido uno de los grandes retos de la astrofísica observacional moderna. La búsqueda de planetas extrasolares se relaciona íntimamente con cuestiones como el origen del Sistema Solar y su existencia es vital para comprender la relación entre la Tierra, la vida sobre nuestro planeta y el resto del Universo.

Brillando únicamente debido a la luz estelar que son capaces de reflejar, los planetas extrasolares análogos a los de nuestro propio sistema solar deberían ser miles de millones de veces menos luminosos que sus estrellas progenitoras y, dependiendo de la distancia que les separa de nosotros, deberían poseer separaciones angulares de su estrella compañera de, como mucho, unos pocos segundos de arco. Ambas circunstan-



cias hacen que la observación directa sea extraordinariamente difícil, particularmente en las longitudes de onda donde el cociente de intensidades lumínicas estrella/planeta es mayor, y especialmente observando desde la superficie de la Tierra, donde el efecto perturbador de la atmósfera terrestre degrada de forma significativa la calidad de las imágenes.

Hasta hace relativamente poco, los astrónomos no contaban con pruebas directas que apoyaran la hipótesis de que hubiera planetas, del tipo que fuese, en órbita alrededor de estrellas similares al Sol. En la actualidad, los planetas extrasolares pueden identificarse por métodos indirectos, analizando la influencia que ejercen sobre los movimientos de sus estrellas progenitoras.

Los métodos utilizados hasta la fecha para la detección de planetas extrasolares son los siguientes:

1. **Método de cronometrado de pulsos.** Este método está íntimamente relacionado con la espectroscopía Doppler de líneas individuales y con la astrometría, que son ampliamente utilizadas en la detección de planetas orbitando en torno a estrellas de tipo solar. Los primeros candidatos a planetas extrasolares fueron detectados mediante esta técnica en órbita en torno al radio pulsar PSR 1257+12 (Wolszczan y Frail 1992; Wolszczan 1994, 1997). Otros pulsares candidatos a poseer sistemas planetarios son: PSR 1620-26 (Arzoumanian et al. 1996; Joshi y Rasio 1997), PSR B0329+54 (Shabanova 1995), PSR B1937+21 (Fukushima 1995, sin publicar; Ohnishi et al. 1995) y PSR B1828-11.
2. **Acelerometría.** Conforme un objeto celeste gira en torno a una estrella, su fuerza gravitatoria provoca que ésta oscile alrededor del centro de masas común, lo que produce un desplazamiento periódico, el efecto Doppler, en el espectro de la estrella tal como se ve desde la Tierra.
3. **Obtención de imágenes directas de los planetas extrasolares.** Este método, hoy por hoy, es inviable ya que requeriría la utilización de telescopios

espaciales de gran apertura (Walker et al. 1994). Refinamientos de este método de carácter general son la coronografía y la interferometría de moteado.

4. **Método de perturbaciones gravitacionales.** Consiste en detectar las perturbaciones de la trayectoria de una estrella producidas por el campo gravitatorio del planeta que la orbita (tal y como anticipó Van de Kamp en los años 30). Este método presenta tres variantes distintas:
  - (a) **Método de las velocidades radiales.** Con este método se han detectado planetas de tipo joviano en órbita alrededor de estrellas relativamente cercanas (Butler et al. 1996b).
  - (b) **Medir variaciones de la posición relativa de la estrella sobre la esfera celeste.** Esta variante es pura astrometría y puede llevarse a cabo tanto en el óptico (Benedict 1993; Hummel 1994) como en radio (Lestrade et al. 1994). Las mejores medidas astrométricas se han obtenido utilizando el VLBI (*Very Large Baseline Interferometer*), haciendo posible (en teoría) la detección de planetas de tipo joviano (Lestrade et al. 1994).
  - (c) **Medir el desfase temporal en las señales recibidas.** Éste es el llamado método de cronometraje utilizado en la detección de planetas orbitando pulsares y carece de utilidad para estrellas normales (Wolszczan 1994).
5. **Método de los tránsitos planetarios.** Este método se ha aplicado al disco protoplanetario de  $\beta$  Pictoris, encontrándose evidencias de la existencia de un planeta gigante en su interior. En Julio de 1999 el Telescopio Espacial Hubble utilizó este método para la búsqueda de planetas extrasolares en el cúmulo globular 47 Tucanae pero los resultados fueron negativos (Davies y Sigurdsson 2001). En Mayo de 2000, se analizó la curva de luz de la binaria eclipsante CM Draconis (Doyle et al. 2000), pero la primera detección indiscutible de un tránsito planetario se produjo en Julio de 2000 (Charbonneau et al. 2000; Henry et al. 2000; Deeg et al. 2001).

6. **Método de las lentes gravitacionales o método de amplificación.** Con este método se han obtenido evidencias de la presencia de un planeta cerca del centro de nuestra galaxia (Bennet et al. 1999). Este método es el único capaz de detectar planetas (Covone et al. 2000) en torno a estrellas a distancias superiores a varios Kpc ( $1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 3,086 \times 10^{13} \text{ Km} = 3,26 \text{ UA}$ ). En Mayo de 2000 se ha descubierto lo que parece ser un compañero de tipo joviano de la microlente gravitacional OGLE-1998-BUL-14 (Albrow et al. 2000a, b).
7. **Detección de los campos magnéticos internos** de los posibles candidatos a planetas extrasolares (Lecacheux 1991).

El éxito o fracaso de cualquier método empleado en la búsqueda de planetas extrasolares depende no sólo de las limitaciones tecnológicas, sino también de las características de los hipotéticos planetas a observar: en particular de su masa, radio, temperatura y distancia a la estrella central. Los métodos empleados más frecuentemente en el estudio de posibles sistemas planetarios extrasolares son el de las velocidades radiales (variante del método de las perturbaciones gravitacionales), el astrométrico y el de acelerometría, aunque todos ellos presentan el inconveniente de ser apropiados sólo para la detección de planetas externos. Para poder detectar planetas más internos, es posible usar el eco de las fulguraciones de una estrella sobre un planeta cercano. En lo que se refiere a métodos válidos para cualquier tipo de planeta, el más eficiente es el método de cronometraje. Desafortunadamente, este método es únicamente válido para planetas en órbita en torno a pulsares. Si se quieren detectar planetas lejanos orbitando en torno a estrellas de la secuencia principal hay que recurrir al método de amplificación, cuya desventaja estriba en el hecho de que sólo permite detectar un planeta cada vez (durante el tránsito simple debido al movimiento propio de su estrella progenitora) y no sirve para posteriores observaciones de un planeta previamente detectado; no obstante para campañas de observación a gran escala es útil, porque proporciona información estadística sobre el número de

sistemas planetarios. Finalmente, el método de ocultación es el único que permite detectar planetas interiores alrededor de estrellas de la secuencia principal con la instrumentación disponible y obtener sus radios, semiejes mayores e inclinaciones.

Hasta el momento han sido anunciadas detecciones de más de cincuenta candidatos a planetas extrasolares utilizando los métodos anteriores. En cada caso, medidas muy precisas de la velocidad radial estelar indican la presencia de un compañero invisible de baja masa orbitando una estrella cercana de tipo solar. Las estrellas primarias de estos candidatos a sistemas planetarios son 51 *Pegasi* (Mayor y Queloz 1995), 70 *Virginis* (Marcy y Butler 1996), 47 *Ursae Majoris* (Butler y Marcy 1996),  $\tau$  *Bootis* (Marcy 1996a), HD12661 (Marcy y Butler 1996), HD 134987 (Butler y Marcy 1996),  $\nu$  *Andromedae*,  $\rho$  *Coronae Borealis*, 16 *Cygni*B (Butler et al. 1997; Marcy et al. 1999), 55 *Canceri* (Marcy et al. 1998; Schneider et al. 2001), HD 114762, HD 210277, HD 168443 (Marcy et al. 1999), HD 1237 (Butler et al. 1999), HD 82943 (Butler et al. 2000), HD 169830 (Marcy et al. 2000) y HD 141569 (Weinberger et al. 2001). Las masas individuales de los más de cincuenta compañeros no son conocidas, ya que el ángulo de inclinación de sus planos orbitales con respecto a la línea de visión no ha podido ser determinado. En el caso de 51 Peg hay algunas restricciones al rango de inclinaciones posibles derivadas de la anchura de las líneas rotacionales observadas. Ésto limita la masa del compañero al rango de 0,5–0,7 masas jovianas ( $M_J$ ).

Recientemente se ha puesto en duda que muchos de estos candidatos sean realmente planetas extrasolares. La objeción proviene de la interpretación de las observaciones de los datos astrométricos del satélite *Hipparcos* (*Intermediate Astrometric Data*, IAD) para 30 estrellas que muestran variaciones radiales periódicas de pequeña amplitud. Considerando únicamente sistemas con periodos superiores a 10 días, en los cuales el movimiento es atribuido a la presencia de un *compañero planetario extrasolar* para la estrella, este análisis parece indicar que la muestra de estrellas estudiadas con el objeto de detectar posibles sistemas planetarios puede es-

tar sesgada. Si la interpretación de las observaciones de *Hipparcos* es correcta, ésta proporcionaría una explicación alternativa, de manera que las propiedades orbitales de los *planetas extrasolares* serían estadísticamente indistinguibles de las que podrían observarse en sistemas estelares binarios sin planetas extrasolares (Black et al. 2000; Gatewood 2000; Gatewood et al. 2001). Sin embargo la interpretación mencionada no es única y existen otros argumentos que apoyan la candidatura de los objetos observados a ser verdaderos planetas extrasolares (Pourbaix 2000, 2001; Pourbaix y Jorissen 2000).

Como conclusión podría decirse que en los últimos 5–8 años se ha asistido a la confirmación experimental de las predicciones hechas por Leucipo, Demócrito y Epicuro hace más de 2.000 años: que hay infinitos mundos, unos similares y otros muy diferentes al nuestro. En años sucesivos el estudio de otros sistemas planetarios distintos del nuestro dará un impulso definitivo al desarrollo de la teoría de la formación planetaria. En este sentido, la misión COROT (CONvección, ROTación y Tránsitos), que será lanzada en el año 2004 y que estará en parte dedicada al estudio de tránsitos planetarios (Schneider et al. 1998; Defaÿ et al. 2001), será capaz de detectar, en sus dos años y medio de vida operativa, decenas de planetas con radios del orden de  $\sim R_{\oplus}$  ( $= 6,377 \times 10^6$  m), o incluso inferiores, orbitando estrellas a una distancia de las mismas del orden de  $\sim 0,5$  UA o superiores. Además de la misión COROT, hay proyectadas otras misiones espaciales con propósitos similares aunque con una metodología diferente, basada en este caso en la detección de perturbaciones en la posición astrométrica. La misión SIM (*Space Interferometric Mission*) proyectada por la NASA y dedicada principalmente a la astrometría. El objetivo de esta misión es conseguir una precisión astrométrica de  $4 \mu\text{arcseg.}$ , lo que permitiría detectar planetas con la masa de Saturno (respectivamente con la masa de la Tierra) a una distancia igual o superior a 15 pc (respectivamente a 5 pc) para un nivel de  $5 \times \sqrt{N}\sigma$  (respectivamente de  $0,15 \times \sqrt{N}\sigma$ ), siendo  $N$  el número de medidas de posición. Otro proyecto importante es el Proyecto GAIA (*Global Astrometric Inter-*

*ferometer for Astrophysics*), que está diseñado para medir la posición de  $10^9$  estrellas de la Galaxia con una precisión de  $1 \mu\text{arcseg.}$  (respectivamente de  $10 \mu\text{arcseg.}$ ) para estrellas con  $V = 5$  (respectivamente con  $V = 15$ ). Para estrellas de tipo solar, sería capaz de detectar planetas de unas  $10 M_{\oplus}$  orbitando alrededor de estrellas situadas a distancias iguales o superiores a  $10 \text{ pc}$  y planetas jovianos en torno a estrellas situadas incluso a  $200 \text{ pc}$  (Lattanzi et al. 1997). Las simulaciones previas indican que la misión GAIA tiene una eficiencia de detección de sistemas Sol–Júpiter superior al 50% a una distancia de  $150 \text{ pc}$ , con un radio de acción capaz de cubrir  $\sim 3,0 \times 10^5$  sistemas estelares, y con un límite operativo situado a una distancia de  $200 \text{ pc}$ . La sensibilidad de GAIA se complementa con otra característica especial de la misión: su capacidad única para identificar la muestra completa de estrellas situada en un radio de unos pocos cientos de parsecs de distancia al Sol. De esta manera, GAIA será capaz de buscar planetas orbitando en torno a las 300.000 estrellas más cercanas al Sol. Estos datos permitirán determinar con precisión la frecuencia de existencia de sistemas planetarios en función del tipo de estrella progenitora, así como la masa de los planetas componentes del sistema y su separación con respecto a la estrella central.

La posibilidad de observar estos sistemas planetarios en su totalidad, es decir, incluyendo los planetas de tipo terrestre, en diferentes etapas de su evolución permitirá un análisis cuantitativo más profundo de la importancia relativa de los diferentes procesos físicos y químicos en los sucesivos estadios evolutivos acontecidos en una nebulosa protoplanetaria y sobre todo dar una respuesta definitiva a la pregunta: ¿son realmente *especiales* las características de nuestro sistema planetario en comparación con otros sistemas planetarios del Universo o por el contrario existen lugares comunes en la formación de cualquier sistema planetario?

## 1.5 Esta Tesis

Esta Tesis estudia principalmente la etapa más temprana de la formación planetaria (el primer Ma de vida de la Nebulosa), durante la cual los granos de polvo primordiales evolucionaron para dar lugar a los planetesimales de tamaño kilométrico. Este tema ha sido analizado en el marco del modelo estándar principalmente por Weidenschilling (1984, 1987) y Weidenschilling y sus colaboradores (1989). Aunque el estudio de este periodo ha estado normalmente relegado a un segundo plano debido a su presunta simplicidad, en los últimos años ha llegado a ser evidente que en el caso de la formación de los planetas gigantes, existen graves objeciones al modelo estándar. De hecho, es realmente difícil resolver la contradicción a la que conduce el análisis de las escalas de tiempo evolutivas características del gas y de la componente sólida sin introducir un cierto número de hipótesis *ad hoc* de dudosa justificación física. A la luz de los nuevos descubrimientos, tanto observacionales como teóricos, en el campo de la formación planetaria es cada vez más evidente que en las primeras etapas de la formación del Sistema Solar, la Nebulosa difícilmente pudo ser axialmente simétrica. Esta Tesis aporta nuevas alternativas al modelo estándar que principalmente difieren de él en que consideran la posible existencia de desviaciones respecto a la evolución simétrica tradicionalmente aceptada. Estas perturbaciones toman la forma de estructuras gaseosas (vórtices o perturbaciones espirales) a gran escala que, localizadas en el disco nebular, pueden sobrevivir en el mismo durante lapsos de tiempo considerables. La principal misión de estas estructuras sería la de actuar como *catalizadores* en el proceso de formación planetaria, acortando significativamente la escala de tiempo necesaria para la formación de los planetesimales. El análisis detallado de los efectos de dichas estructuras sobre la dinámica de las partículas sólidas permite extraer conclusiones acerca de la viabilidad de estos nuevos mecanismos así como de sus posibles consecuencias observacionales.

A lo largo de los próximos Capítulos se estudia la dinámica de las partículas sólidas haciendo uso de modelos simplificados para reproducir la asimetría del campo

de velocidades generada por la presencia de un vórtice o una onda espiral. Principalmente se consideran partículas sólidas con tamaños en el rango cm–m situadas alrededor del Sol en la vecindad de la órbita actual de Júpiter. Los parámetros físicos necesarios para los cálculos proceden de un modelo estándar de la nebulosa solar. Desde un punto de vista práctico, la principal herramienta empleada en esta Tesis es la simulación numérica por medio de métodos de integración directos. En el Capítulo 3 se analiza la dinámica de las partículas en una nebulosa axialmente simétrica, obteniéndose conclusiones acerca de la vida media característica de dichas partículas. En los siguientes Capítulos se estudia la dinámica de las partículas sólidas embebidas en un disco de gas que posee un gradiente de presión interno, pero cuyo campo de velocidades difiere del correspondiente a movimientos puramente keplerianos (las líneas de corriente no son circulares). En el caso de un flujo gaseoso sin simetría axial, debido a la presencia de un vórtice gigante o de una perturbación espiral, el cálculo de las líneas de corriente conlleva un comportamiento puramente hidrodinámico. A lo largo de este estudio se han considerado dos tipos de estructuras diferentes:

1. un flujo en el que un vórtice a gran escala procede de la concentración de la vorticidad debida a la turbulencia a pequeña escala o a inestabilidades específicas: inestabilidad de Rossby (Lovelace et al. 1999; Li et al. 2000a, b, 2001) e inestabilidad baroclínica (Klahr y Bodenheimer 2000) ,
2. un flujo en el cual una perturbación espiral ( $m = 1$ ) es excitada por un cuerpo perturbador masivo (Shu 1984; Lissauer 1989), vórtices gigantes o asimetrías del disco.

El objetivo principal es obtener las consecuencias astrofísicas más relevantes derivadas de la presencia de fuerzas de arrastre debidas a la utilización de campos de velocidades sin simetría axial contrariamente a lo que se suponía en el modelo estándar de formación planetaria en la evolución dinámica de la componente sólida de la nebulosa protoplanetaria.



## Capítulo 2

# Ecuaciones de una partícula en un medio gaseoso

### 2.1 Introducción

En este Capítulo se analizan los procesos físicos que condicionan la interacción entre partículas de polvo y un medio gaseoso, con el objeto de justificar las ecuaciones del movimiento de las partículas que se utilizarán posteriormente. Además, se exponen de forma detallada los métodos numéricos empleados en la resolución de dichas ecuaciones y las condiciones iniciales de las partículas sólidas en las simulaciones. También se comentan brevemente algunos aspectos técnicos relacionados con los medios de cómputo empleados.

A lo largo de los años se han propuesto numerosos modelos para la nebulosa solar (Morfill et al. 1993; Palme y Boynton 1993). No obstante, existen unas cuantas propiedades generales comunes a todos:

1. La temperatura de la nebulosa solar decrecía a medida que se incrementaba la distancia heliocéntrica.
2. El gas nebular poseía aproximadamente la misma composición que el Sol.

3. La nebulosa solar acreció material en forma de gas y granos de polvo a partir de la nube interestelar que la rodeaba.

La dinámica de las partículas de polvo se analiza teniendo en cuenta que se encuentran inmersas en una nebulosa gaseosa análoga a la descrita por Laplace (1796). La Nebulosa presenta una composición química similar a la del Sol y rota en torno a éste, encontrándose sometida, por tanto, a los efectos de la gravedad solar. Las partículas se encuentran embebidas en el gas de dicha nebulosa, constituyendo lo que en Mecánica de Fluidos se denomina un sistema fluido de dos fases. Para la etapa evolutiva de la nebulosa solar que va a estudiarse en esta Tesis, se puede suponer que la fase constituida por las partículas está formada por granos sólidos similares a los interestelares, cuyo comportamiento está influido considerablemente por el gas circundante con el que están mezclados de forma uniforme. La densidad media de masa de la componente sólida en estas condiciones sería tan sólo el 1% de la correspondiente a la componente gaseosa, con lo que la influencia de los sólidos sobre su propio comportamiento dinámico es despreciable.

## **2.2 Evidencias observacionales sobre la nebulosa solar**

En el pasado, la nebulosa solar fue considerada como un medio físico simple en el que los procesos de mezcla habían actuado eficazmente y que se había enfriado de forma paulatina desde una temperatura máxima, la cual era una función decreciente de la distancia heliocéntrica (Cameron 1969; Larimer 1967; Grossman 1972; Lewis 1972a; Grossman y Larimer 1974). Ahora se sabe, sin embargo, que la nebulosa solar no era homogénea; el estudio de muestras con diferentes orígenes meteoríticos ha probado que presentan distinta composición isotópica en oxígeno, e incluso se ha observado que diferentes componentes de un mismo meteorito (en particular, las condritas carbonáceas del meteorito Allende) presentan distinta composición isotópica al considerar varios elementos trazadores, no sólo oxígeno. Para explicar estas evidencias

observacionales directas, Boynton (1978a) sugirió que los diferentes componentes del meteorito Allende no podían haberse formado en un escenario simple sometido a un enfriamiento gradual y en condiciones de aislamiento respecto al medio interestelar.

Las abundancias de elementos determinadas a partir del análisis de materiales relacionados con los procesos que tuvieron lugar en la nebulosa protoplanetaria se normalizan habitualmente a las de las condritas carbonáceas C1, las cuales proporcionan la mejor estimación de las abundancias solares para los elementos condensables. Las condritas carbonáceas de tipos 1, 2 y 3 son un tipo de condrita poco frecuente, se conocen unas treinta, y se caracterizan por presentar en su composición derivados del carbono. Las condritas carbonáceas son las muestras más primitivas de materia que se conocen en el Sistema Solar. Se supone que estas rocas tienen las mismas propiedades que el material sólido obtenido a partir del enfriamiento de una nube gaseosa de composición solar hasta una temperatura de 300 K a baja presión. Para estas rocas se suele utilizar la clasificación de Wiik (1956): las condritas carbonáceas de tipo C1 son las menos densas y exhiben fuertes propiedades magnéticas, son, además, las más primitivas y muestran mínimas alteraciones químicas. Las de tipo C2 son débilmente magnéticas e incluso algunas no exhiben propiedades magnéticas en absoluto. Por último, las de tipo C3 son las más densas, son deficientes en agua y están compuestas principalmente del mineral olivina.

Para explicar la diferente composición química encontrada en muestras de meteoritos se puede proponer la hipótesis de que las muestras examinadas correspondan a una mezcla de componentes aislados formados a dos temperaturas diferentes, o que, por el contrario, pertenezcan a un único componente que permaneció parcialmente aislado del gas nebular mientras se producía la condensación. En lugar de estar aislado completamente del gas, el material sólido recién condensado pudo haber estado concentrado en una región donde se enriqueció debido a su interacción con el gas, mientras el proceso de condensación continuaba su curso. Esta concentración pudo deberse a la deposición de los granos de polvo en el plano medio de la nebulosa solar.

Los meteoritos condriticos contienen evidencias de la existencia de procesos de fraccionamiento que acontecieron en la nebulosa solar primitiva y que contribuyeron a separar grupos de elementos químicos que tenían propiedades químicas similares entre sí. Estos procesos de fraccionamiento indican que, al menos durante cortos periodos de tiempo (horas), la nebulosa solar llegó a alcanzar altas temperaturas (1.400 – 1.500 K) y, además, durante largos periodos de tiempo debieron mantenerse temperaturas moderadamente elevadas (1.200 K). Aunque estas evidencias han sido obtenidas para material procedente de la región del cinturón de asteroides, es razonable suponer que una situación similar se produjo en otras partes de la Nebulosa. En esta época primitiva, debieron producirse múltiples episodios de condensación y aislamiento de los granos de polvo respecto a la componente gaseosa, como cabe esperar en un entorno físico caótico. Sin embargo, la ausencia de inclusiones ricas en Calcio (Ca) y Aluminio (Al) en condritas ordinarias, pone de manifiesto que los procesos de mezcla de materiales sólidos fueron poco eficientes cuando se consideran distancias heliocéntricas grandes.

Otra evidencia observacional directa de gran importancia sobre los procesos físicos y químicos que acontecieron en la nebulosa solar primitiva procede del estudio de los cometas. Debido a que los cometas son las muestras de hielo de agua y especies volátiles más primitivas del Sistema Solar, pueden ser considerados como la más valiosa conexión entre la nebulosa solar y la química interestelar. Los resultados derivados del estudio de fragmentos moleculares del coma y de las abundancias del núcleo cometario deducidas a partir de los modelos químicos del coma obtenidos en la misión Rosetta y en las diversas misiones que estudiaron el cometa Halley, permiten deducir que el cociente metano-monóxido de carbono ( $\text{C H}_4 / \text{C O}$ ) en el cometa Halley es comparable al encontrado en algunas nubes interestelares (Lacy et al. 1991), y mucho más alto que el predicho por los modelos de la nebulosa solar estándar. Análogamente, la abundancia relativa de amoníaco con respecto al agua ( $\text{N H}_3 / \text{H}_2 \text{ O}$ ) es mucho más elevada que la predicha por los modelos nebulares.

Bajo estas condiciones, del 0,1% al 1% del carbono puede estar en forma de metano en el borde de la región químicamente activa de la nebulosa solar. Esta abundancia se diluye después en la nebulosa solar externa debido a una mezcla radial ineficiente. Prinn y Fegley (1989) llegaron a la conclusión de que el metano y el amoníaco podrían haberse formado en las regiones de la nebulosa solar que rodeaban a los planetas gigantes en formación, donde la presión era muy alta, y después fueron transportados hacia las regiones externas de la Nebulosa pasando a formar parte del cometa Halley. Cálculos realizados por Engel y sus colaboradores (1990) muestran que los granos de polvo interestelares que cayeron en la nebulosa solar, se evaporaron parcialmente, permaneciendo tan sólo una fracción de los mismos en estado sólido. A continuación dichos granos de polvo fueron capaces de condensar o absorber los gases parcialmente procesados de la nebulosa solar que acabaron rodeando a un núcleo de material relativamente inalterado; el resultado final de este proceso evolutivo pudo haber sido un cometa como el Halley.

Los gases y el material sólido, procesados en la región de formación estelar en la que nació el Sol, dieron lugar a la nebulosa solar, sufriendo posteriormente transformaciones físicas y químicas antes de pasar a formar parte de cuerpos sólidos (planetesimales). Los gases y los granos de polvo pudieron experimentar, en mayor o menor medida, la acreción nebular, el calentamiento debido al arrastre de los granos de polvo por el gas, el transporte radial de los granos de polvo y la química de los procesos térmicos implicada en ese transporte, y la química energética asociada con descargas eléctricas, fulguraciones nebulares e irradiación ultravioleta (Van Dishoeck et al. 1993). Además, parte del material sólido pudo contribuir a aumentar la densidad de algunas regiones de la Nebulosa, creando un entorno favorable para la formación de los planetas gigantes (Lunine y Tittlemore 1993). La condensación de volátiles y/o su confinamiento en una matriz más refractaria fueron las etapas finales del procesamiento de material.

Otro dato importante para los modelos de nebulosa solar, que puede obtenerse

de las observaciones, es el concerniente al perfil de velocidades del material sólido en el disco protoplanetario. Las líneas de emisión originadas por algunas especies químicas presentes en el gas de las nebulosas protoplanetarias observadas hasta la fecha proporcionan una valiosa información sobre la cinética del disco protoplanetario que puede extrapolarse al caso de la nebulosa solar. En particular, han podido detectarse movimientos de rotación keplerianos ( $v(r) \propto r^{-1/2}$ ) en algunos objetos estelares de Clase II, por ejemplo DL Tau (Dutrey et al. 1998) que poseen una masa de 0,6–0,85  $M_{\odot}$  y un disco circunestelar cuyo radio externo es de 525 UA. En otros sistemas estelares se han detectado movimientos más complejos. Hayashi y sus colaboradores (1993) detectaron la presencia de un flujo de material hacia la estrella y la existencia de rotación del material en torno a HL Tau, con un valor de la velocidad del flujo hacia la estrella de  $\sim 1 \text{ km s}^{-1}$  ( $\sim 10^3 \text{ m s}^{-1}$ ) y una velocidad de rotación de  $\sim 0,2 \text{ km s}^{-1}$  ( $\sim 2 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$ ) a una distancia radial de 700 UA. Además de rotación en torno a la estrella y flujo de material hacia la misma, incluso las protoestrellas más jóvenes muestran evidencias de flujo de material hacia el exterior. Un ejemplo de este comportamiento lo constituye la fuente infrarroja IRAS 20386+6751, clasificada como una protoestrella de clase O en la nube molecular L1157, presenta un flujo de material hacia la estrella en una escala de distancias de 500 UA (Gueth et al. 1997) así como un flujo de material hacia el exterior. La interacción de este flujo de material hacia el exterior del objeto con la nube molecular que la rodea se manifiesta en una mayor abundancia de especies químicas tales como metanol,  $\text{CH}_3\text{OH}$ , monóxido de silicio,  $\text{SiO}$ , y amoníaco,  $\text{NH}_3$ . Se cree que estos incrementos en las abundancias están relacionados con la interacción entre el flujo de material hacia el exterior y el material propio de la nube y puede ser un indicio de la conversión de material en estado sólido a fase gaseosa.

## 2.3 Modelado de un disco de acreción protoplanetario

En esta Tesis, se considerará un disco de acreción en el que el material sólido que se encuentra confinado en las proximidades del plano medio ( $z = 0$ , si se utilizan coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ ) es transportado radialmente hacia la estrella con una velocidad  $v_r$  y con un ritmo de acreción de masa  $\dot{M}$ , que no depende de la distancia radial. Se supone, por simplicidad, que el material se mueve en una órbita kepleriana con una velocidad angular  $\Omega = (GM_*/r^3)^{1/2}$ , donde  $M_*$  es la masa del objeto estelar central,  $G$  es la constante de la gravitación universal de Newton y  $r$  es la distancia radial. De este modo, si se supone que el disco es lo suficientemente delgado ( $H \ll r$ , siendo  $H$  el espesor del disco de acreción) como para poder adoptar la hipótesis de densidad constante en la dirección vertical, el disco de acreción puede caracterizarse por su densidad superficial de masa  $\sigma(r, t)$ , que viene dada por la expresión:

$$(2.1) \quad \sigma(r, t) = \int_{z=0}^H \rho(z, r, t) dz = \rho(r, t) H(r, t) .$$

En estas condiciones pueden obtenerse las ecuaciones de conservación de la masa y del momento angular. Considérese un anillo comprendido entre  $r$  y  $r + \Delta r$  con una masa total de  $2\pi r \Delta r \sigma$  y un momento angular total de valor  $2\pi r \Delta r \sigma r^2 \Omega$ . El ritmo de acreción de masa puede obtenerse considerando el flujo radial procedente del anillo adyacente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(2\pi r \Delta r \sigma) &= v_r 2\pi r \sigma - v_{r+\Delta r} 2\pi(r + \Delta r) \sigma(r + \Delta r, t) \\ &= v(r) 2\pi r \sigma(r, t) - v(r + \Delta r) 2\pi(r + \Delta r) \sigma(r + \Delta r, t) \\ &= -2\pi \Delta r \frac{\partial}{\partial r}(r \sigma v_r) , \end{aligned}$$

donde el signo negativo indica movimiento radial hacia dentro. Así, en el límite cuando  $\Delta r \rightarrow 0$ , la ecuación de conservación de la masa adopta la forma:

$$(2.2) \quad r \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(r \sigma v_r) = 0 .$$

La ecuación de conservación del momento angular debe incluir un término debido a los efectos de la viscosidad. En general, se supondrá que la viscosidad proviene de la turbulencia subsónica en el disco protoplanetario, ya que la turbulencia supersónica sería amortiguada por las ondas de choque. Utilizando la *aproximación alfa* (Shakura y Sunyaev 1973), la viscosidad (turbulenta) viene dada por la expresión:

$$(2.3) \quad \nu = \alpha c_s H ,$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente de Shakura y Sunyaev, de valor  $\alpha < 1$  ( $\alpha \lesssim 1$  en algunos casos o  $\alpha \in (10^{-5}-10^{-3})$  en otros, dependiendo del modelo de nebulosa solar utilizado) y  $c_s$  es la velocidad del sonido.

La ecuación para el ritmo de cambio del momento angular viene dada por:

$$(2.4) \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \sigma r^{\frac{1}{2}}) \right\} .$$

Esta ecuación es no lineal ya que  $\nu$  es función de las variables locales en el disco. Para una solución dada  $\sigma$  de la ecuación (2.4), la velocidad radial,  $v_r$ , puede obtenerse mediante la expresión:

$$(2.5) \quad v_r = -\frac{3}{\sigma r^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \sigma r^{\frac{1}{2}}) .$$

Si se conoce el valor de la viscosidad  $\nu$ , pueden encontrarse soluciones para la ecuación (2.5). Suponiendo  $\nu = \text{constante}$ , la ecuación (2.5) se transforma en:

$$(2.6) \quad v_r = -\frac{3\nu}{\sigma r^{\frac{1}{2}}} \left[ r^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \sigma}{\partial r} - \frac{\sigma}{2r^{\frac{1}{2}}} \right] .$$

De manera que  $v_r = 0$  para algún valor de la distancia radial  $r_t$  que verifique la ecuación:

$$(2.7) \quad \frac{\partial \sigma}{\partial r} = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{r} .$$

Para  $r > r_t$ ,  $v_r > 0$  y el material se mueve hacia el exterior transportando momento angular. Por otro lado, si  $r < r_t$ ,  $v_r < 0$  y el movimiento del material es hacia dentro. El valor del radio de giro,  $r_t$ , aumenta a medida que el disco evoluciona, ya que el



material situado a esta distancia radial pierde momento angular para valores mayores de la distancia radial y el material se mueve hacia dentro. Cuando la evolución se completa, la mayor parte de la masa del disco ha sido acretada por el objeto estelar central, mientras que el momento angular ha sido transportado a gran distancia de la estrella por una fracción muy pequeña de la masa.

Si se considera un disco de acreción protoplanetario en estado estacionario, entonces la ecuación (2.2) se convierte en:

$$(2.8) \quad r\sigma v_r = \text{constante} ,$$

la cual es esencialmente una ecuación de conservación de la masa. Debido a que  $v_r < 0$ , el ritmo de acreción,  $\dot{M}$ , puede describirse mediante la ecuación:

$$(2.9) \quad \dot{M} = -2\pi r\sigma v_r .$$

Análogamente, de la ecuación (2.4) se deduce que:

$$(2.10) \quad \sigma r^{\frac{1}{2}} = \text{constante} .$$

Si se supone movimiento kepleriano del material, se obtienen las ecuaciones:

$$(2.11) \quad \nu\sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[ 1 - \left( \frac{R_*}{r} \right)^{1/2} \right] ,$$

$$(2.12) \quad v_r = \frac{\dot{M}}{2\pi r\sigma} = \frac{3\nu}{2r} \left[ 1 - \left( \frac{R_*}{r} \right)^{1/2} \right]^{-1} .$$

Para  $r \gg R_*$ , se obtiene  $v_r \sim -\nu/r \sim -\alpha c_s H/r$ . Teniendo en cuenta que se ha adoptado la hipótesis de disco delgado,  $H \ll r$  y  $v_r < c_s$ , es decir, el flujo es altamente subsónico.

Para un disco delgado, como el considerado en el marco de las aproximaciones utilizadas, las estructuras verticales y radiales están esencialmente desacopladas. En estas condiciones, se producirán interacciones disipativas que darán lugar a una generación local de energía, radiándose ésta también de forma local, es decir, el transporte de energía en la dirección vertical hacia la superficie del disco predomina sobre

el transporte de energía en dirección radial. Si se supone que  $M_*$  y  $R_*$  son la masa y el radio del objeto estelar central, respectivamente, entonces el flujo de acreción que se genera viene dado por la ecuación (Millar 2000):

$$(2.13) \quad \sigma_{SB} T_{ac}^4 = \frac{3\dot{M}\Omega^2}{8\pi} \left[ 1 - \left( \frac{R_*}{r} \right)^{1/2} \right],$$

donde  $\sigma_{SB}$  es la constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma_{SB} = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4$ ).

Dado que se adopta la hipótesis de que el transporte de energía se produce mayoritariamente en dirección vertical en lugar de en dirección radial, la variación de la densidad y la temperatura con la altura sobre el plano medio del disco para una distancia radial dada se pueden obtener mediante un cálculo de la transferencia radiativa con la opacidad apropiada para el medio.

Para un modelo de disco de acreción protoplanetario en el que  $\alpha = 0,01$ ,  $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ a}^{-1}$  y  $M_* = 1 M_\odot$  los valores de la densidad del gas son varios órdenes de magnitud más elevados que el valor típico que puede hallarse en nubes interestelares y la temperatura varía en un factor 300, desde 5 a 1.500 K en el rango de distancias 100–0,1 UA. Estos valores tienen consecuencias inmediatas para los modelos químicos del disco de acreción protoplanetario.

Las consecuencias principales que se deducen de las ecuaciones anteriores son:

1. Las densidades de población de partículas (número de partículas por unidad de volumen) son lo suficientemente grandes,  $n > 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  ( $n > 10^{17} \text{ m}^{-3}$ ), para que las colisiones de tres cuerpos sean importantes.
2. Para el material a una temperatura  $< 100 \text{ K}$ , la densidad de población de partículas es tal que las especies químicas en fase gaseosa colisionarán rápidamente con los granos de polvo convirtiéndolos en partículas de hielo. Una escala temporal aproximada para que ésto tenga lugar es  $\sim 3 \times 10^9 / n \text{ (cm}^{-3}\text{) años (a)}$ . Teniendo en cuenta que estos discos evolucionan durante  $10^5$  años, este proceso de congelación puede considerarse instantáneo. Así, para un modelo con  $\alpha = 0,01$ ,  $\dot{M} = 10^{-7} M_\odot \text{ a}^{-1}$  y  $M_* = 1 M_\odot$ , la mayor parte de las

especies químicas en fase gaseosa estarán congeladas sobre los granos de polvo para valores de la distancia radial  $r \gtrsim 10$  UA.

3. Para pequeñas distancias radiales,  $r \lesssim 0,1$  UA, la temperatura llega a ser tan alta que las partículas de polvo son completamente vaporizadas. Ésto tiene como consecuencia: (a) la reducción de la opacidad del disco, (b) la liberación de elementos químicos tales como carbono, hierro y silicio procedentes del polvo, (c) La condensación de nuevas partículas de polvo, probablemente con una composición química diferente de las partículas originales, a medida que el material se enfria.
4. A distancias intermedias,  $\sim 1 - 10$  UA, que serán las distancias radiales utilizadas a lo largo de esta Tesis, la temperatura es lo suficientemente grande como para disolver los mantos helados de los granos de polvo devolviendo el material del que se componen a la fase gaseosa original.
5. La escala de tiempo asociada a los procesos químicos es muy corta comparada con la escala temporal correspondiente al movimiento radial, ya que  $v_r$  es muy pequeña (del orden de  $0,4 \text{ km s}^{-1}$  ( $4 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$ ) a 10 UA).

Las consecuencias 1), 2) y 3) indican que es particularmente importante hacer un tratamiento de la interacción gas-partícula de polvo en el disco tan precisa como sea posible si se desea investigar la distribución radial de las especies moleculares. En este sentido la consecuencia 5) indica que la escala temporal correspondiente a la difusión radial,  $\tau_{rd} \sim r/v_r \sim 10^4$  a, es muy grande comparada con la escala temporal típica asociada a fenómenos de colisión,  $\tau_{col} \sim (n\sigma v)^{-1}$ , la cual está caracterizada por la escala temporal de evolución química y es del orden de minutos u horas. Teniendo en cuenta lo anterior, se puede adoptar una aproximación de estado estacionario para los procesos químicos, y suponer que para una distancia radial dada, las condiciones físicas en el disco de acreción protoplanetario permanecieron constantes a medida que tenían lugar los procesos químicos.

Existen evidencias observacionales de la congelación de especies moleculares sobre granos de polvo en discos de acreción protoplanetarios. Observaciones de varias moléculas en discos de acreción protoplanetarios en torno a DM Tau y GG Tau, llevadas a cabo por Dutrey y sus colaboradores (1997), indican que a distancias radiales mayores que 100 UA las moléculas son sobreabundantes por factores de 5 a 100 veces superiores a las abundancias que pueden encontrarse en los núcleos de las nubes moleculares frías. Observaciones interferométricas de sulfuro de carbono en HL Tau, las cuales son sensibles a valores más pequeños de las distancias radiales, revelan evidencias de subabundancia (Blake et al. 1992), aunque éstas no son completamente claras, ya que el material interestelar tiene que pasar a través del frente de choque de acreción a medida que cae hacia el disco.

Modelos químicos detallados de los discos de acreción protoplanetarios llevados a cabo por el grupo de Heidelberg (Duschl et al. 1996, Bauer et al. 1997, Finocchi et al. 1997), por el grupo de Japón (Aikawa et al. 1996, 1997, 1999) y por el UMIST, *University of Manchester Institute of Space and Technology* (Willacy et al. 1998), han concentrado su atención sobre un cierto número de aspectos de la química, pero han utilizado diferentes modelos físicos para el disco de acreción. Aikawa y sus colaboradores (1996, 1997, 1999) han empleado el modelo de la *nebulosa solar de masa mínima* (Hayashi 1981) en el cual la materia del Sistema Solar actual se encuentra redistribuida en el disco hasta llegar a un radio de *corte* límite de 800 UA. En este caso la densidad superficial está dada por la ecuación:

$$(2.14) \quad \sigma(r) = 1.700 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ gcm}^{-2},$$

que escrita en unidades del Sistema Internacional queda en la forma:

$$(2.15) \quad \sigma(r) = 17.000 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ kgm}^{-2},$$

con una temperatura dada por la expresión:

$$(2.16) \quad T(r) = \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{1}{2}} \text{ K},$$

como se verá más detalladamente en la Sección 2.5 de este Capítulo. Aikawa y sus colaboradores han analizado la conversión del CO gaseoso en sólido y la influencia de los rayos cósmicos sobre la química del disco de acreción protoplanetario. Por tanto, su estudio está limitado a distancias mayores que 10 UA. A distancias más pequeñas, la densidad superficial es tan grande que los rayos cósmicos no son capaces de penetrar hasta el plano medio de la nebulosa protoplanetaria, dejando así de tener validez el modelo químico en el cual los rayos cósmicos son la única fuente de ionización.

Los modelos del grupo de Heidelberg emplean también la aproximación de disco delgado para el disco de acreción, pero difieren en la densidad superficial, que ahora es:

$$(2.17) \quad \sigma(r) = 2.500 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{3}{5}} \text{ gcm}^{-2},$$

que en el Sistema Internacional tiene la forma:

$$(2.18) \quad \sigma(r) = 25.000 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{3}{5}} \text{ kgm}^{-2},$$

y en la temperatura, que en este caso es:

$$(2.19) \quad T(r) = 1.000 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{9}{10}} \text{ K},$$

lo cual proporciona un valor de la velocidad radial hacia la estrella de:

$$(2.20) \quad v(r) = 27 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{2}{5}} \text{ cms}^{-1},$$

que en el Sistema Internacional de unidades tiene la forma:

$$(2.21) \quad v(r) = 2,7 \times 10^{-1} \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{2}{5}} \text{ ms}^{-1}.$$

Los modelos del grupo de Heidelberg están principalmente encaminados al estudio de la destrucción de los granos de polvo, por lo que se centran fundamentalmente en la parte más caliente del disco de acreción protoplanetario, la cual corresponde a una distancia radial  $r < 1 \text{ UA}$ .

El modelo de UMIST determina la temperatura del plano medio considerando una estructura *unizional* en dirección vertical. Willacy y sus colaboradores (1998) emplearon el modelo de disco desarrollado por Bell y su grupo (1997), en el cual la estructura vertical del disco de acreción protoplanetario se estudia en detalle y se incluye convección en la dirección vertical pero no en la radial. Este modelo no emplea la aproximación de disco delgado, y permite considerar que el material externo al disco *apantalle* el material más próximo al centro del disco. Este modelo proporciona un valor de la densidad superficial dado por la ecuación:

$$(2.22) \quad \sigma(r) \sim 600 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{3}{2}} \text{ gcm}^{-2},$$

que en el Sistema Internacional tiene la forma:

$$(2.23) \quad \sigma(r) \sim 6.000 \left( \frac{r}{1\text{UA}} \right)^{-\frac{3}{2}} \text{ Kg m}^{-2},$$

El perfil de temperaturas depende del valor de la opacidad adoptado. El modelo de Bell y sus colaboradores emplea una descripción muy detallada de la opacidad y proporciona un valor para la temperatura a gran distancia en el disco de  $T(r) \propto r^{-3/2}$ .

Cerca de la estrella, el perfil de temperaturas es menos suave. Para valores de los parámetros similares a los empleados en los modelos de Aikawa y su equipo y Duschl y sus colaboradores, Bell y su grupo encuentran un valor de la temperatura a 1 UA de  $T \sim 700$  K. En general, Bell y sus colaboradores encuentran temperaturas más bajas que Duschl y su grupo en el rango 100–0,1 UA. Ésto es debido al hecho de que Bell y su equipo utilizan un valor más alto de la viscosidad el cual conduce, para el mismo ritmo de acreción, a una densidad superficial más baja y así, a una temperatura más baja.

Ya que Willacy y sus colaboradores (1998) utilizan perfiles de temperatura y densidad en el rango 100–0,1 UA, sus modelos químicos deben incluir interacciones entre los granos de polvo, particularmente acreción y procesos químicos superficiales, en la parte externa del disco, y la evaporación de los mantos helados a medida que

el material se calienta según es transportado radialmente hacia la estrella central. El modelo no tiene en cuenta procesos de desintegración de granos de polvo y no se puede aplicar a regiones que posean temperaturas del orden de  $T \gtrsim 1.000$  K.

Finalmente, y ya que los modelos de Finocchi y sus colaboradores (1997) y Willacy y su grupo (1998) consideran procesos químicos en las partes del disco donde la densidad superficial es grande, los rayos cósmicos quedan excluidos y la ionización se produce debido a la desintegración de los isótopos radioactivos (Finocchi et al. 1997).

## 2.4 Propiedades físicas de la nebulosa protoplanetaria

Se adoptará una formulación simple de las características físicas de la nebulosa solar definiendo la densidad superficial de masa del disco protoplanetario  $\sigma(r)$  y la temperatura del disco  $T(r)$  mediante las expresiones:

$$(2.24) \quad \sigma(r) = \sigma_o \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-p},$$

$$(2.25) \quad T(r) = T_o \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-q},$$

donde  $r_o$  es un radio de referencia con la frecuencia orbital kepleriana  $\Omega_o$  y la velocidad  $v_K$ . Se supone que el disco es verticalmente isoterma con temperatura  $T(r)$ .

La escala de alturas vertical (semiespesor del disco)  $H$  está dada por la ecuación:

$$H = \frac{\sqrt{\pi} C_s}{2 \Omega} = \left( \frac{2 K}{\mu m_H} \right)^{1/2} T^{1/2} \Omega^{-1},$$

que puede escribirse también en la forma:

$$(2.26) \quad H = \left( \frac{2 K}{\mu m_H} \right)^{1/2} T_o^{1/2} \Omega_o^{-1} \left( \frac{r}{r_o} \right)^{3/2-q/2} = H_o \left( \frac{r}{r_o} \right)^{3/2-q/2},$$

donde  $C_s$  es la velocidad del sonido,  $\Omega$  la frecuencia angular,  $K$  es la constante de Boltzmann,  $\mu$  es la masa molecular media ( $\mu \approx 2,34$ ), y  $m_H$  es la masa de un átomo

de hidrógeno. La densidad del gas, promediada sobre la escala de alturas, viene descrita por:

$$(2.27) \quad \rho_g = \frac{\sigma}{2H} = \frac{\sigma_o}{2H_o} \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-(2p-q+3)/2} = \rho_o \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-s}.$$

Con el objeto de simplificar la descripción física de la nebulosa solar, el valor de la densidad del gas en el plano medio se escoge igual a este valor promedio. Por otro lado, la presión  $P$  viene dada por:

$$(2.28) \quad P = \frac{\rho_g K T}{\mu m_H} = \frac{\rho_o K T_o}{\mu m_H} \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-(s+q)}.$$

La pequeña perturbación a la fuerza radial debida al gradiente de presiones (Nakagawa et al. 1986; Adachi et al. 1976) está descrita por la ecuación:

$$(2.29) \quad \Psi = - \left( \frac{1}{2 \rho_g r \Omega^2} \right) \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{(p+q/2+3/2) K T_o}{2 r_o^2 \Omega_o^2 \mu m_H} \left( \frac{r}{r_o} \right)^{(1-q)}.$$

La ecuación (2.29) proviene de considerar la existencia de un gradiente de presiones en el disco. En ese caso, la fuerza por unidad de masa debida al gradiente de presiones es  $\Delta g = 1/\rho (\partial P/\partial r)$  con lo que el equilibrio de fuerzas exige que  $V_g^2/r = V_k^2/r + \Delta g$ , donde  $V_g$  es la velocidad del gas y  $V_k$  es la velocidad kepleriana. Por otra parte,  $V_k = \Omega r$ ; sustituyendo en la ecuación para la diferencia de velocidades  $\Delta V = V_k - V_g$ :

$$(2.30) \quad \Delta V = V_k - \sqrt{V_k^2 + \Delta g r} = V_k \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\Delta g}{g}} \right),$$

siendo  $g = V_k^2/r$ . El desarrollo en serie de Taylor a primer orden (gradiente de presiones pequeño) da lugar a:

$$(2.31) \quad \Delta V \approx V_k \left( 1 - \left( 1 + \frac{\Delta g}{2g} \right) \right) = -\frac{V_k}{2} \frac{\Delta g}{g}.$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.31), la perturbación a la velocidad kepleriana se puede escribir como:

$$(2.32) \quad \Psi = \frac{\Delta V}{V_k} = 1 - \frac{V_g}{V_k} = -\frac{r}{2\rho V_k^2} \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{2\rho \Omega^2 r} \frac{\partial P}{\partial r},$$



y la desviación respecto al comportamiento kepleriano viene dada por la ecuación (2.29).

Puede obtenerse, además, la densidad de masa superficial de referencia en términos de los parámetros globales del disco protoplanetario mediante normalización en la forma:

$$(2.33) \quad \sigma_o = \left(\frac{2-p}{2\pi R_o^2}\right) \left(\frac{R_D}{R_o}\right)^{p-2} M_D ,$$

donde  $M_D$  es la masa de la nebulosa circunestelar y  $R_D$  su radio. Utilizando evidencias observacionales y valores deducidos de los modelos teóricos (Beckwith et al. 1990; Beckwith y Sargent 1991; Cassen 1992) se puede considerar el siguiente rango de valores para  $p$  y  $q$ :

$$(2.34) \quad \frac{1}{2} < q < \frac{3}{4}, \quad 0 < p < \frac{5}{3},$$

y la siguiente expresión para la temperatura  $T_o$ :

$$(2.35) \quad T_o \approx 200 (1 + \sigma_o \kappa)^{1/4} \approx 280 K ,$$

donde  $\kappa$  es la opacidad nebular opacidad nebular en el infrarrojo térmico (Pollack et al. 1985; Ruden y Pollack 1991; Mizuno et al. 1988; Cuzzi y Weidenschilling 1992; Miyake y Nakagawa 1992, 1993). Para una nebulosa protoplanetaria en calma con parámetros en este rango, el parámetro de perturbación  $\Psi$  es aproximadamente  $10^{-3}$ . El gas de la nebulosa solar orbita con una velocidad local  $V_g = V_K(1 - \Psi)$ .

## 2.5 La nebulosa solar estándar

En esta Tesis se usará frecuentemente un modelo de nebulosa solar circunestelar estándar de masa mínima, sin autogravedad y en el que las densidades superficiales (del gas y de las partículas) y la temperatura están dadas por leyes de potencias decrecientes con la distancia heliocéntrica de la forma  $r^{-3/2}$  y  $r^{-1/2}$ , respectivamente (este modelo recibe el nombre de modelo de Hayashi (1981b)). Además, se considera

la existencia de equilibrio hidrostático en la dirección vertical, estudiándose principalmente la dinámica de las partículas sólidas en una región anular en torno a la órbita actual de Júpiter. Los tamaños de las partículas estarán comprendidos entre valores centimétricos y métricos.

En este tipo de nebulosa solar se tienen los valores  $M_D = 0,0425 M_\odot$ ,  $p = 1,5$  y  $q = 0,5$ . Ésto conduce a una densidad de masa superficial total de valor  $\sigma_o \approx 1.700 \text{ g cm}^{-2}$  ( $\sigma_o \approx 17.000 \text{ Kg m}^{-2}$  en el Sistema Internacional) para una distancia radial de referencia  $r = 1 \text{ UA}$ . Por otra parte, la densidad del gas a 1 UA es  $1,4 \times 10^{-9} \text{ g cm}^{-3}$  ( $1,4 \times 10^{-8} \text{ Kg m}^{-3}$  en el Sistema Internacional) y la temperatura es 280 K. El recorrido libre medio es  $\approx 1 \text{ cm}$ , de manera que la mayoría de las partículas situadas a 1 UA de la estrella central se encuentran en el régimen de Stokes (descrito en las siguientes Secciones). Debido a que esta nebulosa tiene una temperatura considerable, la fracción de masa mínima de hielo de agua respecto a material condensado de valor  $5,3 \times 10^{-3}$  proporciona una densidad de masa superficial de las partículas de  $9 \text{ g cm}^{-2}$  ( $90 \text{ Kg m}^{-2}$  en el Sistema Internacional). A 10 UA la densidad volúmica de masa del gas es  $2 \times 10^{-12} \text{ g cm}^{-3}$  ( $2 \times 10^{-11} \text{ Kg m}^{-3}$  en el Sistema Internacional), la densidad superficial de masa es de unos  $55 \text{ g cm}^{-2}$  ( $550 \text{ Kg m}^{-2}$  en el Sistema Internacional), la temperatura es 90 K, y las partículas, con todos los volátiles condensados, tienen densidad superficial  $0,6 \text{ g cm}^{-2}$  ( $6 \text{ Kg m}^{-2}$  en el Sistema Internacional). El recorrido libre medio a esta distancia tiene el valor de 600 cm (6 m), de manera que la mayor parte de las partículas a 10 UA están en el régimen de Epstein (descrito en las Secciones siguientes de este Capítulo). También se utilizará una nebulosa solar con características análogas pero temperatura en el plano medio a 1 UA de 1.000 K (Capítulo 3). En los últimos años se ha sugerido que la masa de la nebulosa solar pudo ser significativamente mayor que la supuesta en el modelo de masa mínima. Para tener en cuenta esta posibilidad se han realizado cálculos para una nebulosa 25 veces más masiva que la de masa mínima y con una temperatura de 1.000 K.

En la nebulosa solar estándar de masa mínima y considerando una distancia heliocéntrica igual a 1 UA, las densidades superficiales son de  $1.700 \text{ g cm}^{-2}$  ( $17.000 \text{ Kg m}^{-2}$ ) para el gas y de  $20 \text{ g cm}^{-2}$  ( $200 \text{ Kg m}^{-2}$ ) para las partículas, mientras que la temperatura  $T$  es de 280 K. La nebulosa solar estándar se supone compuesta de un 98,03% de gases, un 1,75% de material helado, un 0,22% de material terrestre y un 1,97% de material terrestre helado. Los gases que la componen son hidrógeno molecular ( $\text{H}_2$ ), helio (He), neon (Ne), y argon (Ar). Los materiales helados están compuestos de agua ( $\text{H}_2 \text{O}$ ), amoníaco ( $\text{N H}_3$ ), y metano ( $\text{C H}_4$ ), mientras que los elementos terrestres constituyen los restantes elementos en forma atómica, de acuerdo a las abundancias dadas por Goles (1969).

La nube molecular de  $1 \text{ M}_\odot$  a partir de la cual se formó la nebulosa solar mediante colapso gravitacional estaba caracterizada por una temperatura típica de  $\approx 10 \text{ K}$  y una densidad de  $\approx 10^{-20} \text{ g cm}^{-3}$  ( $\approx 10^{-17} \text{ Kg m}^{-3}$  en el Sistema Internacional). La velocidad del sonido en  $\text{cm s}^{-1}$  para el gas de dicha nube molecular está dada por la expresión:

$$(2.36) \quad C_s = \left( \frac{8 K T}{\pi \mu m_H} \right)^{1/2} = 3,00 \times 10^4 \left( \frac{T}{10K} \right)^{1/2} \left( \frac{2,34}{\mu} \right)^{1/2},$$

donde  $\mu = 2,34$  es el peso molecular medio del gas compuesto principalmente de  $\text{H}_2$  y He.

La evolución del Sistema Solar comienza a partir de una nebulosa solar preplanetaria con masa pequeña ( $0,01 - 0,04 \text{ M}_\odot$ ) que tiene estructura de disco y en la que la gravedad solar, la presión del gas y la fuerza centrífuga están en equilibrio. Para construir este modelo de la nebulosa solar se supone que el gas y el polvo de origen interestelar están bien mezclados y que la distribución radial de densidad de masa superficial del disco es de tal forma que los planetas terrestres actuales, así como las regiones centrales de los planetas gigantes, se han formado mediante un proceso de migración mínima del polvo en la dirección radial. La hipótesis de una nebulosa solar poco masiva se propuso teniendo en cuenta la masa actual del Sistema Solar y la presencia de ciertas cantidades de  $\text{H}_2$  y He que reprodujesen la abundancia quími-

ca solar. El valor  $0,01 M_{\odot}$  se considera únicamente como una masa mínima de la Nebulosa, ya que hay que tener en cuenta que una cantidad de masa comparable a ésta, pudo caer sobre el Sol durante las diversas etapas del proceso de formación planetaria.

Otra hipótesis importante en este modelo es la distribución radial de la masa de la Nebulosa, justificada a partir de las masas y las órbitas de los planetas en el Sistema Solar actual. La estructura de la nebulosa solar, una vez que ha entrado en equilibrio, está determinada por el equilibrio de fuerzas y por un balance en la transferencia de calor. La nebulosa en equilibrio es un disco aplanado girando en torno al Sol con una velocidad ligeramente más baja que la correspondiente al movimiento circular kepleriano, debida a la presencia de un pequeño gradiente de presiones del gas en la dirección radial. La temperatura de la Nebulosa está determinada por el balance entre el calentamiento debido a la radiación solar y el enfriamiento debido a la emisión de radiación térmica.

La nebulosa poco masiva no se fragmenta debido a su pequeña autogravedad, y, al principio, los granos de polvo comienzan a caer hacia el plano ecuatorial de la Nebulosa. Cuando la mayoría de los granos de polvo se han depositado en el plano ecuatorial, la Nebulosa llega a ser transparente a la radiación solar visible y como resultado, la temperatura del gas nebular está determinada principalmente por esta radiación. La temperatura  $T$  a una distancia  $r$  del Sol, utilizando la ecuación (2.35), viene dada por:

$$(2.37) \quad T = 280 \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right)^{1/4} \left( \frac{r}{1 \text{UA}} \right)^{-1/2},$$

donde  $L$  y  $L_{\odot}$  son la luminosidad solar en esta etapa y en el momento actual, respectivamente. Teniendo en cuenta la débil dependencia de  $T$  con  $L$  se utilizará la aproximación  $L = 1 L_{\odot}$ .

En el modelo de la nebulosa en equilibrio de Hayashi, la etapa transparente se caracteriza por una distribución de densidad superficial del polvo que puede obtenerse a partir de las masas y radios de los planetas actuales utilizando la hipótesis de un

desplazamiento radial mínimo del polvo. La ecuación para esa densidad superficial es:

$$(2.38) \quad \sigma_s = \begin{cases} 7,1 \times \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} & \text{para } 0,35 \text{ UA} < r < 2,7 \text{ UA}, \\ 30 \times \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} & \text{para } 2,7 \text{ UA} < r < 36 \text{ UA}, \end{cases}$$

o en unidades del Sistema Internacional:

$$(2.39) \quad \sigma_s = \begin{cases} 71 \times \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ Kg m}^{-2} & \text{para } 0,35 \text{ UA} < r < 2,7 \text{ UA}, \\ 300 \times \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ Kg m}^{-2} & \text{para } 2,7 \text{ UA} < r < 36 \text{ UA}, \end{cases}$$

La diferencia en los coeficientes en la expresión (2.38) proviene de que junto con los materiales rocosos, en la región externa hay materiales helados y como la temperatura en esa región es  $T < 170 \text{ K}$  (temperatura de condensación del hielo), esos materiales pueden condensar. Según la ecuación (2.37) este valor de la temperatura corresponde a un valor de la distancia radial  $r > 2,7 \text{ UA}$ .

Por otra parte, la densidad superficial del gas necesaria para reproducir la composición química solar puede expresarse en la forma simple:

$$(2.40) \quad \sigma_g = 1,7 \times 10^3 \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ g cm}^{-2} \quad \text{para } 0,35 \text{ UA} < r < 36 \text{ UA},$$

o en unidades del Sistema Internacional:

$$(2.41) \quad \sigma_g = 1,7 \times 10^4 \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-3/2} \text{ Kg m}^{-2} \quad \text{para } 0,35 \text{ UA} < r < 36 \text{ UA}.$$

Las distribuciones anteriores para  $\sigma_s$  y  $\sigma_g$  se representan en la Figura (2.1). La masa total de la Nebulosa es  $0,013 M_\odot$ .

Además Hayashi (1981b) obtuvo a partir de la condición de equilibrio en la dirección  $z$  la densidad del gas  $\rho_g$  en el plano ecuatorial y el espesor medio de la Nebulosa  $z_0$ , esto es:

$$(2.42) \quad \rho_g = 1,4 \times 10^{-9} \left(\frac{r}{1 \text{ UA}}\right)^{-11/4} \text{ g cm}^{-3},$$

o en el Sistema Internacional:

$$(2.43) \quad \rho_g = 1,4 \times 10^{-6} \left( \frac{r}{1 \text{ UA}} \right)^{-11/4} \text{ Kg m}^{-3},$$

y

$$(2.44) \quad z_0 = \left( \frac{2KT}{\mu m_H GM_\odot} r^3 \right)^{1/2} = 0,047 \left( \frac{r}{1 \text{ UA}} \right)^{5/4} \text{ UA}.$$

Las ecuaciones anteriores son, por supuesto, aproximadas pero están expresadas en forma suficientemente simple para poder estudiar adecuadamente la evolución posterior de la nebulosa solar.

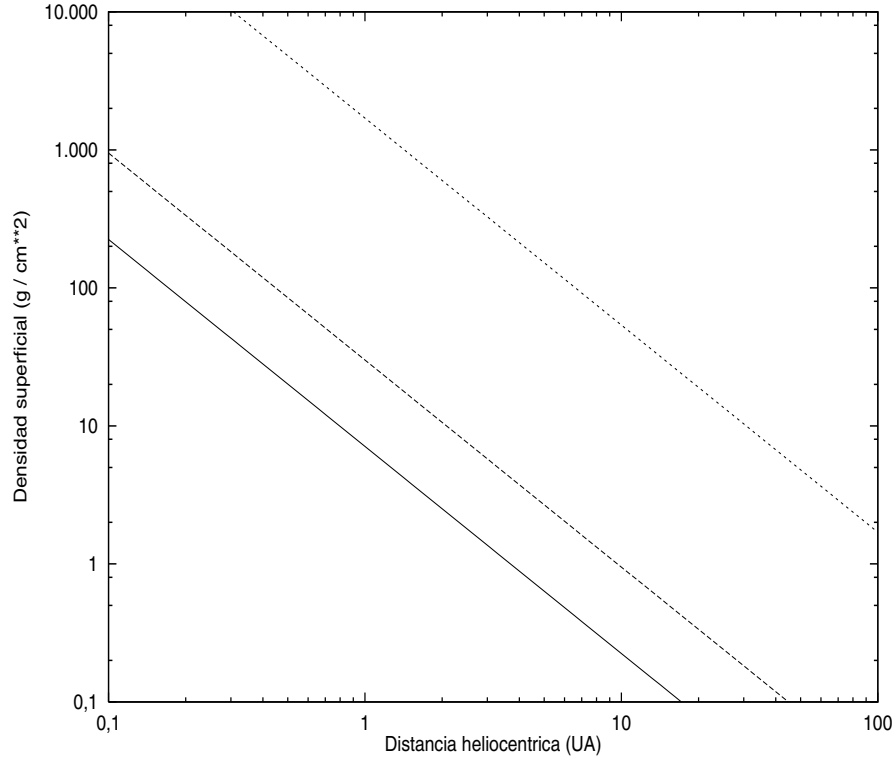


Figura 2.1: Distribuciones de densidad superficial de polvo y gas en función de la distancia heliocéntrica. La gráfica superior corresponde a la densidad superficial del gas, la intermedia corresponde a la densidad superficial de la componente sólida en la región externa con presencia de hielo y rocas y la inferior es para la densidad superficial de la componente sólida en la región más interna. Nótese la escala logarítmica.

## 2.6 Nebulosa masiva

Si se considera que la masa del disco de polvo y gas es lo suficientemente grande como para que la contribución de la gravedad del disco sea significativa, el potencial gravitatorio en un punto cualquiera del mismo, suponiendo que éste es delgado, viene dado por la expresión (Binney y Tremaine 1987):

$$(2.45) \quad V(r, \phi, z, u, \alpha) = -G \int_0^{2\pi} \int_{R_*}^{R_D} \sigma(u) \frac{1}{\sqrt{r^2 + u^2 + z^2 - 2ru \cos(\phi - \alpha)}} u du d\alpha,$$

donde  $\sigma(u)$  es la densidad superficial de masa del disco,  $r$  es la coordenada radial de la partícula,  $u$  es la variable radial para la integración de la contribución al potencial de la densidad de masa del disco y  $\alpha$  es la variable angular correspondiente a la misma integración,  $\phi$  es la coordenada angular de la partícula, y  $z$  es la altura sobre el plano de la Nebulosa si se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas. Por otra parte, si se considera un disco axialmente simétrico el potencial gravitatorio del mismo no puede depender de la coordenada angular por lo que en este caso se evaluará la expresión (2.45) para  $\phi = 0$ . En este caso se tiene:

$$(2.46) \quad \sqrt{r^2 + u^2 + z^2 - 2ru \cos \alpha} = \sqrt{(r+u)^2 + z^2} \sqrt{1 - k^2 \cos^2(\alpha/2)},$$

donde

$$(2.47) \quad k^2 = \frac{4ru}{(r+u)^2 + z^2},$$

y se ha empleado la relación  $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2(\alpha/2)$ . Si se realiza la sustitución de (2.46) en (2.45) teniendo en cuenta que  $x = \cos(\alpha/2)$ , se obtiene la ecuación:

$$(2.48) \quad V(r, z) = -4G \int_{R_*}^{R_D} \frac{\sigma(u) u du}{\sqrt{(r+u)^2 + z^2}} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2 x^2)}}.$$

Haciendo uso de la notación de las integrales elípticas de Legendre completas de primera y segunda especie:

$$(2.49) \quad K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2 x^2)}},$$

$$(2.50) \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi = \int_0^1 \sqrt{\frac{1 - k^2 x^2}{1 - x^2}} dx ,$$

y de la relación entre las mismas:

$$(2.51) \quad \frac{d(kK(k))}{dk} = \frac{E(k)}{1 - k^2} .$$

Por tanto, la ecuación (2.48) se transforma en:

$$(2.52) \quad V(r, z) = -\frac{2G}{\sqrt{r}} \int_{R_*}^{R_D} K(k) k \sigma(u) \sqrt{u} du .$$

Para calcular la fuerza generada por el potencial se deriva la expresión anterior con respecto a  $r$  obteniéndose:

$$(2.53) \quad \frac{\partial V}{\partial r}(r, z) = \frac{G}{r^{3/2}} \int_{R_*}^{R_D} \left[ kK(k) - 2r \frac{d(kK(k))}{dk} \frac{\partial k}{\partial r} \right] \sigma(u) \sqrt{u} du .$$

Empleando la relación entre la integral elíptica de primera especie y la de segunda y haciendo uso de la expresión:

$$(2.54) \quad 2r \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{k^3}{4} \left( \frac{u}{r} - \frac{r}{u} + \frac{z^2}{ru} \right) ,$$

tras sustituir y operar se obtiene la expresión de la fuerza:

$$(2.55) \quad F_D = -\frac{G}{r^{3/2}} \int_{R_*}^{R_D} \left[ K(k) - \frac{1}{4} \left( \frac{k^2}{1 - k^2} \right) \left( \frac{u}{r} - \frac{r}{u} + \frac{z^2}{ru} \right) E(k) \right] k \sigma(u) \sqrt{u} du .$$

Teniendo en cuenta la expresión para la densidad superficial,  $\sigma(u) = \sigma_o / u^{3/2}$ , la ecuación (2.55) queda en la forma:

$$(2.56) \quad F_D = \frac{G\sigma_o}{r^{3/2}} \int_{R_*}^{R_D} \left[ K(k) - \frac{1}{4} \left( \frac{k^2}{1 - k^2} \right) \left( \frac{u}{r} - \frac{r}{u} \right) E(k) \right] k u^{-1} du ,$$

ecuación que puede simplificarse utilizando  $W = k^2 / (1 - k^2)$ , obteniéndose la expresión que a partir de este momento se denominará autogravedad del disco y se designará mediante la letra griega  $\Phi$ :

$$(2.57) \quad \Phi = \frac{G\sigma_o}{r^{3/2}} \int_{R_*}^{R_D} \left[ K(k) - \frac{1}{4} W \left( \frac{u}{r} - \frac{r}{u} \right) E(k) \right] \frac{k}{u} du .$$



Aunque en  $z = 0$  la expresión anterior es singular cuando  $k = 1$ , la variación con la altura es muy suave, por lo que es posible introducir un factor de suavizado para evitar la singularidad que, por otra parte, es integrable aún tratándose de una integral impropia de segunda especie (singularidad en el dominio de integración). Así pues, en los cálculos numéricos se hará uso de este factor de suavizado cuando la región a estudiar sea el plano medio de la Nebulosa. Por otra parte, la evaluación numérica de las integrales se hará por medio de las integrales elípticas de Carlson (Press et al. 1994). Desafortunadamente, la realización de todos los cálculos en cada paso temporal es enormemente costosa, computacionalmente hablando. Por ello, se precalcularon las diferentes expresiones de la fuerza para diversos valores de la masa de la Nebulosa. Los resultados de estos cálculos se muestran en la Figura (2.2). De la

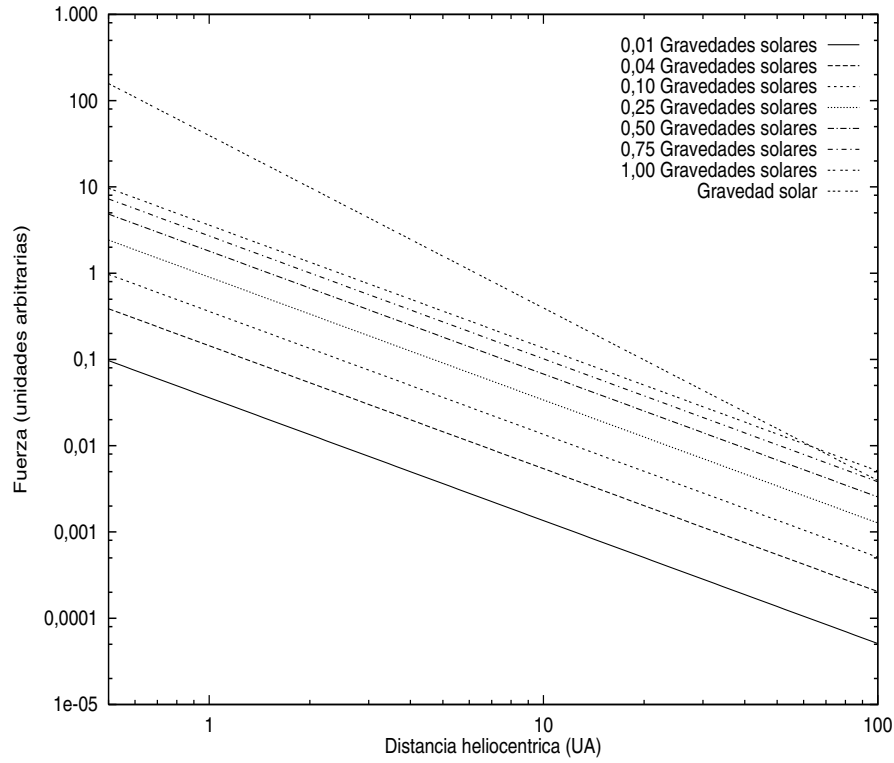


Figura 2.2: Variación de la componente radial de la fuerza gravitatoria generada por el disco para diferentes valores de la masa del mismo. La fuerza está en las unidades en las que se realizan los cálculos.

misma se desprende que la gravedad del disco sólo es importante cuando se consideran nebulosas muy masivas. Pero incluso en ese caso, dicha fuerza sólo es comparable a la generada por la estrella principal en el borde externo del disco. Dado que en la mayor parte de los casos estudiados en esta Tesis las fuerzas de fricción debidas al gas son del mismo orden o superiores a las generadas por la estrella central, la gravedad del disco es un efecto de segundo orden.

## 2.7 Las ecuaciones del movimiento

En esta Tesis se estudiará la etapa de la evolución de la nebulosa protoplanetaria en la que ésta puede considerarse como un disco de acreción turbulento. Durante esta etapa, la estrella completa su acreción y el disco evoluciona transportando momento angular hacia las regiones más externas del mismo. Mientras tanto, los granos de polvo se encuentran sometidos a difusión turbulenta (debido a los movimientos del gas), lo cual puede acelerar su crecimiento; sin embargo, a causa de la fragmentación colisional, esta coagulación turbulenta se detiene cuando el tamaño de las partículas está en el rango centimétrico. A la distancia del Sol considerada y en este rango de tamaños, las partículas ni están *pegadas* a las líneas de corriente del gas, ni son insensibles a los movimientos del mismo; así pues, para una partícula dada existe competición entre el arrastre ejercido por el gas y la inercia.

El movimiento de una partícula sólida sometida a la atracción de la estrella central, al arrastre por fricción con el gas de la nebulosa protoplanetaria y a la autogravedad de la Nebulosa ( $\vec{\Phi}$ ), en el caso de que ésta sea masiva, puede expresarse en un sistema inercial con centro en el Sol mediante la ecuación:

$$(2.58) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G M_{\odot} \frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{u}}{T_s} - \vec{\Phi} - \frac{3}{s} \frac{ds}{dt} \frac{d\vec{r}}{dt},$$

siendo  $\vec{r}$  el vector de posición de la partícula,  $\vec{u}$  la velocidad de la partícula relativa al gas,  $T_s$  el tiempo de frenado,  $G$  la constante de la gravitación universal de Newton y  $M_{\odot}$  la masa del Sol. El tercer término tiene en cuenta la autogravedad de la Nebulosa

y no tiene una expresión analítica exacta debido a su complejidad (como fue puesto de manifiesto en la Sección 2.6 dedicada a la nebulosa masiva), debiendo evaluarse numéricamente en cada caso mediante la ecuación (2.57). El cuarto término tiene en cuenta el aumento de tamaño de la partícula por acreción, siendo  $s$  el radio de la partícula.

Supóngase que durante la formación de los planetas de nuestro sistema solar, el gas y los granos de polvo constituían un disco nebular en rotación alrededor del protosol como el descrito en el modelo de Kant–Laplace. Con el objeto de estudiar la dinámica de las partículas de polvo, sometidas al arrastre del gas en la nebulosa protoplanetaria, considérese un sistema de referencia inercial con origen en el Sol. La velocidad relativa de una partícula con respecto al gas,  $\vec{u}$ , se define a través de su relación con la velocidad de la partícula en el sistema de referencia inercial escogido,  $\vec{v}$ , y con la velocidad del gas,  $\vec{V}_g$ , por la expresión:

$$(2.59) \quad \vec{u} = \vec{v} - \vec{V}_g .$$

Las partículas responden a la fricción con el gas de forma diferente según sea su tamaño. La magnitud más útil en el estudio de la respuesta diferencial de las partículas ante las fuerzas de rozamiento es el tiempo de frenado,  $T_s$  (Whipple 1973). Esta escala temporal es la característica para que la velocidad de una partícula disminuya de  $\vec{v}$  a  $\vec{v}/e$  (siendo  $e = 2,71828 \dots$ ) como consecuencia de la fricción, y depende no sólo de la masa y de la velocidad de las partículas sino también de su distancia heliocéntrica y por tanto del modelo de nebulosa empleado en los cálculos. El régimen de arrastre de la partícula por el gas, depende del número de Knudsen, o relación entre el tamaño de la misma y el recorrido libre medio de las moléculas del gas ( $\lambda \approx m_H \mu / \rho_g \sigma_{H_2}$ , con  $\sigma_{H_2} \approx 2 \times 10^{-19} \text{ m}^2$ ) y del número de Reynolds, o relación entre las fuerzas inerciales y las viscosas. La ecuación que describe el tiempo de frenado,  $T_s$ , según el valor del número de Knudsen es:

$$(2.60) \quad T_s = \begin{cases} \frac{\rho_p}{\rho_g} \frac{s}{C_s} & \text{si } s \leq 9/4\lambda \quad (\text{Régimen de Epstein}), \\ \frac{8\rho_p}{3\rho_g} \frac{s}{C_D u} & \text{en cualquier otro caso} \quad (\text{Régimen de Stokes}), \end{cases}$$

donde  $\rho_g$  es la densidad del gas,  $C_s$  su velocidad térmica,  $\rho_p$  es la densidad del material sólido (en todos los cálculos se supondrá que su valor es  $2.000 \text{ kg m}^{-3}$ ),  $s$  es el radio de la partícula, y  $C_D$  es un coeficiente adimensional que depende del número de Reynolds,  $Re = 2sup_g/\eta_g$  ( $\eta_g$  es la viscosidad dinámica del gas,  $\eta_g = \rho_g\lambda C_s/2$ ). La velocidad térmica está dada por  $\sqrt{8KT/\pi\mu m_H}$ , donde  $K$  es la constante de Boltzmann,  $\mu$  es la masa molecular media ( $\mu \approx 2,34$ ),  $T$  es la temperatura, y  $m_H$  es la masa de un átomo de hidrógeno. En la ecuación de  $T_s$ , el régimen de Epstein corresponde a una aproximación para el caso subsónico cuando  $\lambda \geq 2s$ , que simplifica la fuerza de arrastre si  $v \ll C_s$  transformándola en  $F = AC_s\rho s^2v$ , donde  $A \approx 4\pi/3$  si el coeficiente de agregación de los átomos o las moléculas sobre una esfera moviéndose en el medio es igual a la unidad (Whipple 1973). Para el coeficiente adimensional de arrastre se usará la expresión introducida por Weidenschilling (1977):

$$(2.61) \quad C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} & \text{si } Re < 1, \\ \frac{24}{Re^{0.6}} & \text{si } 1 < Re < 800, \\ 0,44 & \text{si } Re > 800. \end{cases}$$

Con el objeto de estudiar la evolución dinámica de las partículas se emplea el coeficiente adimensional  $\tau_s = \Omega T_s$  que caracteriza la respuesta de una partícula moviéndose en el gas de la Nebulosa ante la fricción. Una partícula *pequeña*, definida como aquella para la que  $\tau_s \ll 1$ , está acoplada al gas; esto es, la fuerza de arrastre domina sobre la gravedad solar y la partícula tiende a moverse de forma solidaria con el gas. Para un cuerpo *grande*, con  $\tau_s \gg 1$ , el arrastre del gas es pequeño comparado con la gravedad solar y el cuerpo se mueve según una órbita kepleriana.

## 2.8 Resolución numérica

En un sistema de referencia centrado en el Sol, las componentes de la aceleración de una partícula gobernada por la ecuación (2.58) vienen dadas por:

$$(2.62) \quad \frac{d^2 X}{dt^2} = -GM_{\odot} \frac{X}{r^3} - \frac{(v_X - (V_g)_X)}{T_s} - \Phi_X - \frac{3v_X}{s} \frac{ds}{dt},$$

$$(2.63) \quad \frac{d^2 Y}{dt^2} = -GM_{\odot} \frac{Y}{r^3} - \frac{(v_Y - (V_g)_Y)}{T_s} - \Phi_Y - \frac{3v_Y}{s} \frac{ds}{dt},$$

donde el tercer término de las ecuaciones es debido a la autogravedad de la Nebulosa y es despreciable en el caso de la nebulosa de masa mínima y el cuarto término incluye la contribución a la aceleración del incremento de masa por acreción, siendo  $s$  el radio de la partícula. En el sistema de referencia centrado en el Sol y no rotante, las componentes de la velocidad del gas son:

$$(2.64) \quad (V_g)_X = -\Omega_0 Y - (v_g)_x \frac{Y}{r} + (v_g)_y \frac{X}{r},$$

$$(2.65) \quad (V_g)_Y = \Omega_0 X + (v_g)_x \frac{X}{r} + (v_g)_y \frac{Y}{r},$$

donde  $\Omega_0$  es la velocidad angular kepleriana a la distancia considerada y  $(v_g)_x, (v_g)_y$  las componentes radial y tangencial de la velocidad perturbada del gas.

Para resolver las ecuaciones del movimiento anteriores, en esta Tesis se utilizan técnicas de integración directas. De hecho, en las diferentes versiones del programa FORTRAN NDISK desarrollado para llevar a cabo los trabajos de investigación en los que se fundamenta esta Tesis (consultar el CD-ROM que acompaña esta Tesis para ver un listado del programa mencionado), se han empleado varios métodos de integración diferentes con el propósito de comparar su rendimiento y precisión. Los esquemas de integración empleados son los algoritmos de Adams–Moulton, Runge–Kutta y Bulirsch–Stoer. En la Tabla (2.1) se establece una comparación entre las características de los tres métodos de integración para la integración de los diferentes tipos de ecuaciones de movimiento que se analizan en esta Tesis.

Parte de los cálculos realizados para el estudio de la nebulosa axialmente simétrica se han llevado a cabo mediante el algoritmo predictor-corrector de cuar-

Tabla 2.1: Características de los métodos de integración y su utilización en los diferentes problemas analizados en esta Tesis

Algoritmo de Integración	Paso temporal	Precisión	Rendimiento	Nebulosa con simetría axial	Vórtices y ondas espirales
Predictor-corrector de Adams-Moulton	constante	no uniforme	aceptable	utilizado	no utilizado
Runge-Kutta-Cash-Karp*	adaptativo	alta	muy alto	utilizado	utilizado
Bulirsch-Stoer*	adaptativo	muy alta	muy alto	utilizado	utilizado

(\*) Ambos algoritmos de integración fueron implementados también en las versiones del programa utilizadas para computación en paralelo mediante la herramienta de paralelización PVM (*Parallel Virtual Machine*)

to orden de Adams-Moulton. No obstante, los esquemas de integración con paso temporal constante no proporcionan un buen rendimiento en el proceso de cálculo cuando la naturaleza de las ecuaciones de movimiento no es *suave* como consecuencia del pequeño paso temporal necesario para la integración cuando la perturbación es importante. Para estas situaciones es mejor utilizar un método de integración con paso temporal variable, como el método de Runge-Kutta de quinto orden desarrollado por Cash y Karp con paso temporal adaptativo o el esquema de integración de Bulirsch-Stoer, ya que las excentricidades de las órbitas de las partículas sometidas a la acción de una onda espiral o un vórtice gaseoso pueden incrementarse de forma continua significativamente. En lo que se refiere al método de Runge-Kutta de quinto orden desarrollado por Cash y Karp con paso temporal adaptativo, hay que poner de manifiesto que la elección óptima para el proceso de integración de las ecuaciones del movimiento consiste en normalizar las coordenadas de posición de las partículas utilizando el valor medio de los valores absolutos de las componentes del vector de posición  $\vec{r}$  e igualmente en el caso de las velocidades. De esta forma se evitan las

divisiones entre cero al atravesar los puntos nodales. Los detalles técnicos de los algoritmos de integración y su implementación en código FORTRAN pueden encontrarse en el Apéndice A de esta Tesis.

## 2.9 Condiciones iniciales

En todos los cálculos realizados, las partículas son colocadas inicialmente en una órbita kepleriana en un anillo alrededor del Sol y lanzadas con velocidades keplerianas; esto es, cada partícula se escoge inicialmente en una órbita kepleriana confinada en un anillo. Los valores del radio interno y externo de dicho anillo varían según sea la región de la nebulosa protoplanetaria que se va a estudiar. Cuando se quiere estudiar la región de la nebulosa solar donde se formó el planeta Júpiter, el radio interno del anillo se escoge con un valor de 4,6 UA y el radio externo es de 6,5 UA. Pero estos valores se modifican cuando interesa estudiar la región de la nebulosa solar donde se formó Saturno o la región donde se formó Urano. Además cuando se analice, en el Capítulo 7 de esta Tesis, la evolución dinámica de las partículas de polvo presentes en discos circunestelares o circumbinarios asociados a sistemas jerárquicos dobles o triples, muy diferentes a nuestro sistema solar, los valores de estos parámetros cambiarán sustancialmente.

En la mayoría de los casos estudiados se ha considerado que las partículas se mueven inicialmente en órbitas muy poco excéntricas ( $e < 0,01$ ). La distancia heliocéntrica inicial ( $r$ ) se escoge entre las fronteras interna y externa del anillo inicial y su velocidad se obtiene a partir de la ecuación  $V^2 = GM_{\odot}/r$ . La posición inicial se escoge coincidente con la longitud del semieje mayor.

Por otra parte, el espectro de masas de las partículas que se ha utilizado en los cálculos es exponencial, elección que se justificará detalladamente en la siguiente Sección de este Capítulo, y también lo es la distribución de excentricidades de las mismas. La condición inicial para el espectro de masas tiene en cuenta, implícitamente, que las partículas sólidas provienen de la ecuación de coagulación de partículas

mucho más pequeñas, que tuvo lugar en una etapa evolutiva previa de la nebulosa protoplanetaria. Para la distribución de excentricidades de las partículas se considerará una ley exponencial similar a la de la distribución de masas. En este caso la excentricidad media está en el rango  $[0,001, 0,03]$ , dependiendo de las simulaciones. Sin embargo, y como se verá a lo largo de esta Tesis, los resultados obtenidos en las simulaciones no dependen de esta elección inicial.

## 2.10 Función Inicial de Masas de los granos de polvo

La función de distribución de los tamaños de los granos de polvo es una de las características más importantes de la nebulosa solar, ya que es el tamaño el que condiciona la dinámica de los granos. Se cree que el proceso de coagulación que da lugar a la formación de los granos de polvo guarda gran similitud con los procesos estudiados en la química de los coloides química de los coloides y los que dan lugar al crecimiento de las gotas de lluvia. La teoría de la coagulación (Chandrasekhar 1943) se basa en la ecuación de coagulación que en forma integral puede escribirse como (Todes 1949):

$$(2.66) \quad \frac{\partial \xi(m, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^m A(m', m - m') \xi(m', t) \xi(m - m', t) dm' - \xi(m, t) \int_0^\infty A(m, m') \xi(m', t) dm',$$

donde  $\xi(m, t)$  es el número de partículas con masa entre  $m$  y  $m + dm$  por unidad de volumen y  $A(m, m')$  es el coeficiente de coagulación, que es una función complicada del radio y de la masa de partículas. La solución más simple de la ecuación integral (2.66) es (Lee 2000):

$$(2.67) \quad \xi(m, 0) = n e^{-bm},$$

donde  $n$  es la constante de normalización de la densidad y  $b = 1 / \langle m_0 \rangle$ , siendo  $\langle m_0 \rangle$  la masa media inicial de las mismas. La función de distribución (2.67) debe ser transformada en una función generadora apropiada para los cálculos.



Seguendo a Kroupa, Tout y Gilmore (1991), considérese una función de probabilidad,  $\zeta(m)$ , normalizada de forma que

$$(2.68) \quad \int_{m_-}^{m_+} \zeta(m) dm = 1 ;$$

en ese caso, la función de masas generatriz con  $X$  distribuida uniformemente en el intervalo  $[0, 1]$  se puede obtener invirtiendo la expresión

$$(2.69) \quad X(M) = \int_{m_-}^M \zeta(m) dm .$$

Para relacionar la función de probabilidad con la función de masas debe reemplazarse la densidad,  $n$ , por una constante de normalización,  $1/k$ , de forma que  $k\zeta(m) = \xi(m)/n$ , y por tanto

$$(2.70) \quad k = \frac{1}{b} \left[ e^{-bm_-} - e^{-bm_+} \right] ,$$

donde  $m_-$  es la masa mínima de las partículas, y  $m_+$  la máxima. Por tanto

$$(2.71) \quad X(M) = \frac{1}{k} \int_{m_-}^M e^{-bm} dm = \frac{1}{kb} \left[ e^{-bm_-} - e^{-bM} \right] .$$

Despejando la masa,  $M$ , de la ecuación anterior se tiene que:

$$(2.72) \quad M(X) = m_- - \langle m_0 \rangle \text{Ln} \left[ 1 - (1 - e^{-\frac{(m_- - m_+)}{\langle m_0 \rangle}}) X \right] ,$$

que también puede escribirse en la forma:

$$(2.73) \quad M(X) = - \langle m_0 \rangle \text{Ln} \left[ e^{-\frac{m_-}{\langle m_0 \rangle}} + X(e^{-\frac{m_+}{\langle m_0 \rangle}} - e^{-\frac{m_-}{\langle m_0 \rangle}}) \right] ,$$

donde también se utiliza frecuentemente la notación  $m_d$  para la masa media en lugar de  $\langle m_0 \rangle$  y  $m_{min}$ ,  $m_{max}$  para el valor mínimo y el máximo de la masa en vez de  $m_-$ ,  $m_+$ , respectivamente. La ecuación (2.73) se utiliza para escoger aleatoriamente las masas de las partículas en el rango  $[m_-, m_+]$ . En adelante se denominará a esta expresión función de masas de Safronov, por ser este investigador el primero en sugerir su utilización en el estudio de los procesos de formación planetaria. Esta función de masas generatriz es la utilizada en los cálculos y sólo es capaz de generar masas en el intervalo  $[m_-, m_+]$ . La distribución originada puede observarse en la Figura (2.3)

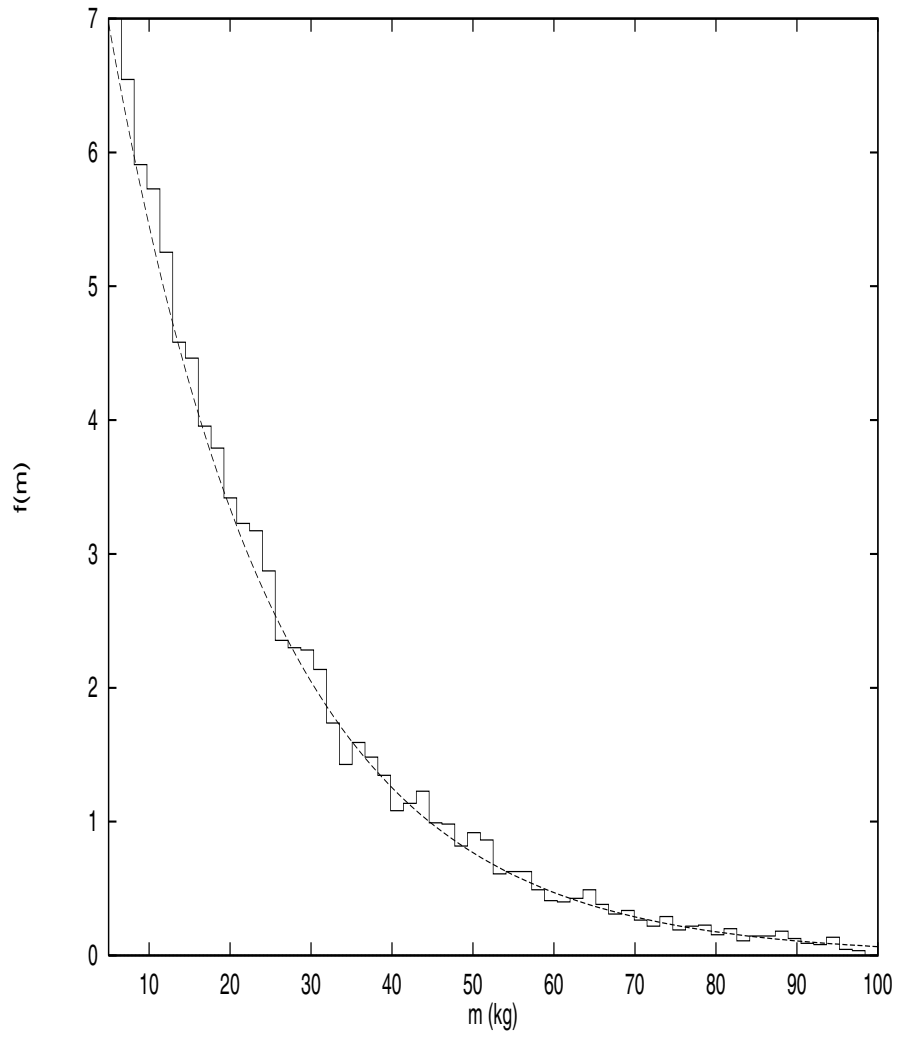


Figura 2.3: Histograma de la Función Inicial de Masas proporcionada por la ecuación (2.72) para 100.000 partículas. Puede observarse, superpuesta, la función exponencial continua equivalente.

## 2.11 Medios de cómputo utilizados

Dado que la principal herramienta de la que se ha hecho uso en esta Tesis es el cálculo numérico, es necesario comentar, aunque sea brevemente, algunos aspectos relacionados con los ordenadores que han permitido llevar a cabo estos cálculos (para una comparación de las prestaciones de los diferentes ordenadores utilizados ver la Tabla (2.2)). La mayor parte de los cálculos se han realizado con las dos máquinas DEC 2100 AXP (*EUCMOS* y *EUCMAX*) del Centro de Proceso de Datos de la UCM en Moncloa y la máquina DEC Alpha Server 8200 Turbo Laser AXP (*EMDUCMS1*) del Servicio Informático de la UCM en Somosaguas. Todas estas computadoras pertenecen a la serie DEC Alpha. La evaluación realizada de estos sistemas en problemas de cálculo intensivo ha sido extremadamente favorable y puede considerarse que el microprocesador Alpha AXP 64-bit RISC muestra excelentes capacidades para los cálculos. Varios de los modelos con  $N = 10.000$  fueron calculados en el CRAY Y-MP EL con dos procesadores vectoriales cedido a la UCM en virtud del convenio de colaboración entre la Universidad Complutense de Madrid y la empresa Cray Research de España vigente entre Febrero de 1995 y Febrero de 1997. Algunos de estos modelos precisaron de unos 3 meses de CPU para alcanzar los resultados finales.

Para las simulaciones con mayor número de partículas,  $N \geq 20.000$ , se ha utilizado el ordenador SGI ORIGIN 2000 con 56 procesadores MIPS R10000, 14 GB de RAM y 100 TB (Terabytes =  $10^9$  bytes) de disco del Centro de Supercomputación Complutense (CSC) de la Universidad Complutense de Madrid en Moncloa. El sistema ORIGIN 2000 está especialmente indicado para cálculos con gran número de partículas, ya que consta en su conjunto de una serie de *nodos* unidos entre sí por una estructura de interconexión de muy alta velocidad. Este tipo de arquitectura se denomina S2MP (*Scalable Shared-Memory Multiprocessing*). Cada nodo dispone de 2 procesadores RISC MIPS R10000 de última generación y un segmento de la memoria global del sistema, así como una interfaz de alta velocidad hacia la red de interconexión y una interfaz hacia la E/S (Entrada/Salida). Esta estructura de in-

Tabla 2.2: Comparación de las diferentes prestaciones de los ordenadores utilizados para las simulaciones numéricas llevadas a cabo en esta Tesis\*\*\*

Ordenador	Sistema operativo	Tipo de procesadores	Número**	Velocidad <sup>+</sup>	Tiempo de CPU <sup>++</sup>
DEC 2100 (4/275) AXP (EUCMOS)	OSF	ALPHA AXP 64-bit RISC	4	358	2
DEC 2100 (3/275) AXP (EUCMAX)	VMS	ALPHA AXP 64-bit RISC	3	293	1,2
DEC Turbo Laser AXP (EMDUCMS1)	OSF	ALPHA AXP 64-bit RISC	2	507	0,7
CRAY Y-MP EL	UNICOS	Y-MP Vector CPUs	2	300	0,8
SIGRAP (CNRS)	OSF	ALPHA 21164	2	250	0,3
SGL-CRAY ORIGIN 2000*	IRIX	MIPS R10000	56	939 <sup>+++</sup>	1

(\*) En esta máquina se usaron tres versiones diferentes del programa FORTRAN NDISK, el NDISK2 estándar para un valor de la viscosidad correspondiente al modelo de Hayashi de la Nebulosa, el NDISK2 paralelizado con ayuda de la biblioteca de funciones de PVM (*Parallel Virtual Machine*) y el NDISK3 que permite utilizar una Nebulosa completamente configurable (permitiendo por ejemplo considerar un modelo de nebulosa con la viscosidad de Shakura-Sunyaev). El SGI-CRAY ORIGIN 2000 se empleó principalmente para las simulaciones con mayor número de partículas, desde 20.000 hasta 400.000 y con 1-30 procesadores.

(\*\*) Número hace referencia al número de procesadores del que dispone la máquina.

(\*\*\*) En conjunto, y reuniendo el tiempo de unidad central de proceso (tiempo de CPU) en todos los ordenadores utilizados, se han empleado más de 6 años de CPU.

(<sup>+</sup>) Velocidad significa velocidad de procesado y da una idea del número de operaciones por segundo que la máquina es capaz de realizar. La unidad en la que se mide ese número de operaciones por segundo es el flop y los números que aparecen en esta columna de la tabla están en  $\text{Mflops} = 10^6$  flops.

(<sup>++</sup>) Tiempo de CPU en cada ordenador en años.

(<sup>+++</sup>) 939 Mflops es la velocidad del SGI Origin 2000 operando con 8 procesadores, con 4 se reduce a 557, con 2 a 314 y con 1 a 166.

terconexión entre nodos difiere de la conexión típica en bus y constituye una de las principales ventajas de la arquitectura del ORIGIN 2000. Mientras que un bus, en un momento dado, solo puede ser utilizado por un procesador o un sistema (*arbitraje de bus*), limitando así el número máximo de procesadores y subsistemas conectados entre sí, una arquitectura multidimensional permite que varios procesadores y subsistemas se comuniquen a la vez sin competir por un mismo recurso. La estructura de interconexión de ORIGIN es una malla de uniones múltiples (hipercubo). Una de las grandes ventajas de la arquitectura S2MP es que a medida que se añaden nodos al sistema se aumenta por tanto no sólo la potencia de proceso y la memoria, sino también el ancho de banda de acceso a dicha memoria, el ancho de banda de la red de interconexión y el ancho de banda disponible de E/S. Los sistemas ORIGIN 2000 son, pues, altamente escalables, pudiendo incorporar desde 2 hasta 128 procesadores; además la escalabilidad se extiende a todas las dimensiones del sistema, incluyendo procesadores, memoria, ancho de banda de E/S, conexión de discos, interconexión interna del sistema, ancho de banda de acceso a la memoria e incluso capacidades gráficas, evitándose así la aparición de *cuellos de botella* durante los cálculos.

Para la creación de animaciones a partir del enorme volumen de datos generado por las simulaciones de muchas partículas y la visualización de los mismos se han utilizado las herramientas que proporciona el programa AVS/Express instalado en el ordenador SGI ORIGIN 2000 del CSC.

Junto a los computadores de la UCM también se ha empleado para los modelos de disco el ordenador SIGRAP del Centro de Supercomputación del CNRS (*Centre National de la Recherche Scientifique*). Esta máquina posee dos procesadores Alpha 21164 a 466 MHz. En conjunto, si se suman los tiempos de CPU (*Central Processing Unit*) empleados en todas las máquinas, el tiempo de CPU total empleado para la elaboración de esta Tesis es del orden de 6 años y las mayores simulaciones precisaron de casi 5 GB de memoria por trabajo.

Una de las cuestiones técnicas relacionadas con las simulaciones realizadas es

la precisión empleada en los cálculos. Todos los cálculos se han hecho en doble precisión completa (64 bits), para reducir el riesgo de aparición de artificios numéricos. Por otra parte, los resultados obtenidos en las diferentes máquinas (con sistemas operativos y arquitecturas diferentes) son completamente compatibles entre sí, así como con resultados de otros investigadores. Las simulaciones para  $N$  grande generan una cantidad muy grande de datos, unos 300 Mbytes por cálculo. Debido a ello no es posible procesar en tiempo real los resultados y es necesario realizar un post-procesado de los mismos. Gran parte de este análisis ha sido realizado de forma automática con ayuda de las herramientas que proporciona el sistema operativo **UNIX** (*grep*, *awk*, *sed*, etc).

Para algunas simulaciones con un número de partículas muy elevado (100.000 partículas) se ha utilizado una versión del programa FORTRAN mencionado especialmente diseñada para trabajar en paralelo utilizando la biblioteca de funciones *Parallel Virtual Machine* (PVM) en el SGI ORIGIN 2000 del CSC . PVM es un paquete de *software* desarrollado por el Laboratorio Nacional de Oak Ridge, la Universidad de Tennessee, y la Universidad de Emory. Este conjunto de programas fue concebido inicialmente para permitir que un conjunto heterogéneo de ordenadores que constituirían una red fuese capaz de utilizar los recursos de cálculo de estas máquinas de forma conjunta, flexible y coherente. El proyecto PVM comenzó en el verano de 1989 en el Laboratorio Nacional de Oak Ridge. La versión 2.0 de PVM fue escrita en la Universidad de Tennessee y distribuida en Marzo de 1991. Durante el siguiente año, PVM se empezó a utilizar en múltiples aplicaciones científicas. La versión 3.0 de PVM se completó en Febrero de 1993. Durante los últimos años, *Silicon Graphics* y *Cray Research* han asumido la tarea de implementar nuevas versiones y mejorar las ya existentes. PVM puede utilizarse en todas las supercomputadoras SGI Origin. Esta familia de computadoras tiene instalado el sistema operativo de tipo UNIX llamado IRIX. La herramienta de paso de mensajes (MPT = *Message Passing Toolkit*) está constituida por un conjunto de programas que permite el intercambio de

datos entre diferentes procesos para aplicaciones que utilizan procesos cooperativos y concurrentes en una única computadora o en un conjunto de ellas. El intercambio de datos se hace a través de la herramienta de paso de mensajes, que está basada en la utilización de llamadas a funciones de biblioteca para intercambiar datos entre dos procesadores o entre grupos de procesadores. El paquete MPT 1.5, utilizado en los cálculos realizados en esta Tesis, contiene los siguientes elementos (así como la documentación que los acompaña): 1) PVM, 2) la Interfaz de paso de mensajes (MPI = *Message Passing Interface*) y 3) los subprogramas de paso de datos de memoria distribuida y compartida lógicamente (SHMEM). La versión MPT de PVM contiene mejoras para usar eficazmente la memoria compartida POSIX, lo que proporciona una mayor flexibilidad y robustez que las herramientas IRIX utilizadas previamente. La comunicación por defecto está basada en protocolos de transferencia (TCP *sockets*) entre procesos en el mismo sistema o en sistemas distintos. Las velocidades de transferencia son relativamente lentas cuando se utilizan los *sockets* como mecanismo de comunicación. La versión MPT de PVM proporciona, también, mecanismos alternativos de comunicación. La comunicación de tipo *socket* ha sido optimizada para utilizar una red de dispositivos de alta velocidad de una forma mucho más eficiente. PVM se ha integrado con la red de colas *Network Queuing Environment* (NQE), de manera que se puede utilizar PVM para ficheros de procesado por lotes sin interactuar con otros trabajos de PVM que estén siendo procesados de forma simultánea.

SGI proporciona versiones de PVM que soportan una gran variedad de cálculos. Estas versiones permiten a los usuarios contar con una interfaz única de subprogramas para programar las herramientas de paso de mensajes; esta interfaz es portable y es *de facto* estándar. PVM es soportado por todos los sistemas SGI. El sistema de programas PVM está constituido por una librería y una colección de comandos que soportan PVM. El *software* PVM que proporciona SGI ha sido concebido específicamente para cada sistema, pero se puede utilizar PVM para establecer una comunicación entre procesos que están corriendo en sistemas de computadoras

diferentes. Las características comunes a todos los sistemas PVM son:

1. el usuario que está generando un fichero ejecutable en un sistema SGI enlaza con una única librería PVM, independientemente de la utilización de PVM que dicho fichero vaya a realizar,
2. independientemente del uso que se vaya a hacer de PVM se realizan el mismo tipo de llamadas a funciones y se produce el mismo tipo de comportamiento,
3. el rendimiento de PVM en diferentes escenarios difiere de forma significativa; esta diferencia influye en la estrategia de comunicaciones que debería utilizarse.

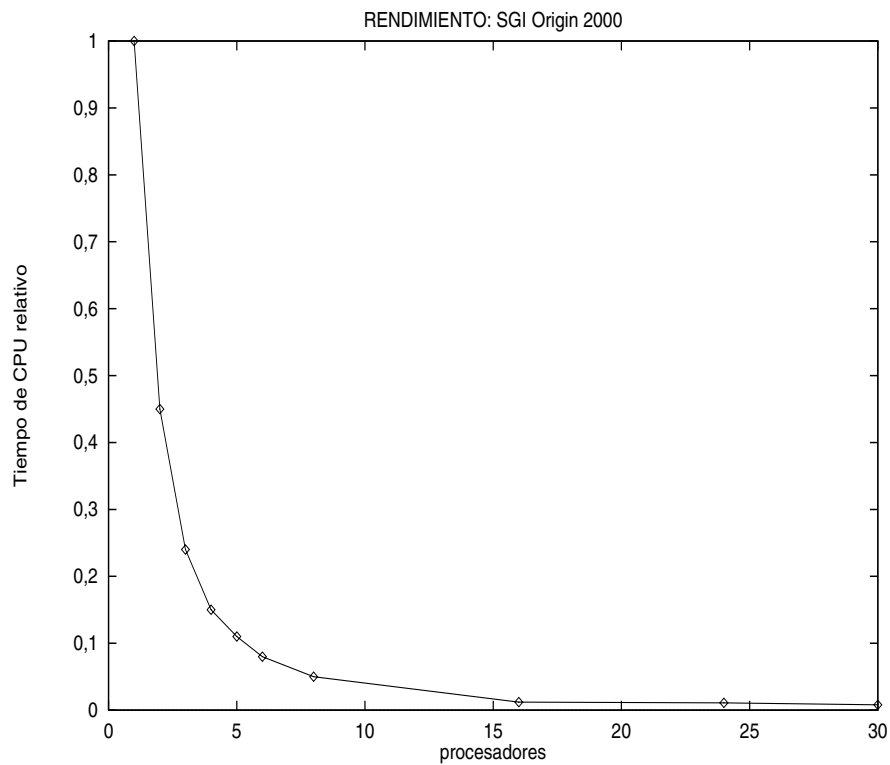


Figura 2.4: Tiempo total de CPU para una simulación prueba con 1.200 partículas con la versión paralelizada del programa FORTRAN utilizado en esta Tesis, programa NDISK2, ejecutándose en el SGI ORIGIN 2000 del CSC.

La terminología específica de PVM denomina *tarea* al proceso UNIX que utiliza PVM para establecer las comunicaciones, denomina *aplicación* al número de tareas usando



el mismo programa, y llama *proceso* a la entidad que se ejecuta en el sistema operativo IRIX o en otro tipo de sistema operativo UNIX.

La paralelización de los algoritmos permite introducir en los cálculos un número  $N$  de partículas muy grande para llevar a cabo una mejor representación numérica del sistema real; esto es importante no sólo para mejorar la resolución espacial, sino para obtener resultados de mayor significación física, ya que, por ejemplo, un número de partículas demasiado pequeño en comparación con el número real de cuerpos puede producir un contraste artificial del vórtice inmerso en el disco protoplanetario.

En general, la paralelización eficiente de un algoritmo de cálculo da lugar a una mejor distribución de los datos entre los procesadores, denominada *descomposición del dominio* (DD), de manera que:

1. permite una distribución del trabajo numérico tan uniforme como se desee,
2. minimiza el intercambio de datos entre los procesadores para plataformas de memoria distribuida.

Además, esta *descomposición del dominio* puede implementarse con un mínimo coste computacional.

Inicialmente, se adoptó un esquema muy simple de paralelización, la aproximación maestro/esclavo (*Master/Slave approach*). Las partículas empezarían a integrarse en un nodo maestro (*master node*), el cual se encargaría de crear la máquina virtual, de manejar los datos y los algoritmos de cálculo y de gestionar la interacción entre diferentes unidades centrales de proceso (*Central Processing Units* = CPUs) desde un punto de vista computacional. Durante el proceso de cálculo se transfiere una replica de las magnitudes que describen el disco protoplanetario, incluido el campo de velocidades del vórtice, a cada una de las unidades centrales de proceso (CPUs), de manera que el trabajo de cálculo que implica la integración de las ecuaciones de movimiento de las partículas se reparte entre las unidades centrales de proceso (CPUs). Cada una de las CPUs se encarga de un cierto número de partículas, que es

el mismo para todas ellas, con el nodo *master* encargándose de gestionar el número total de partículas. Transcurrida una escala temporal fija, las unidades centrales de proceso envían los resultados al nodo *master* para generar una salida de resultados global, actualizando además el conjunto de partículas integrado.

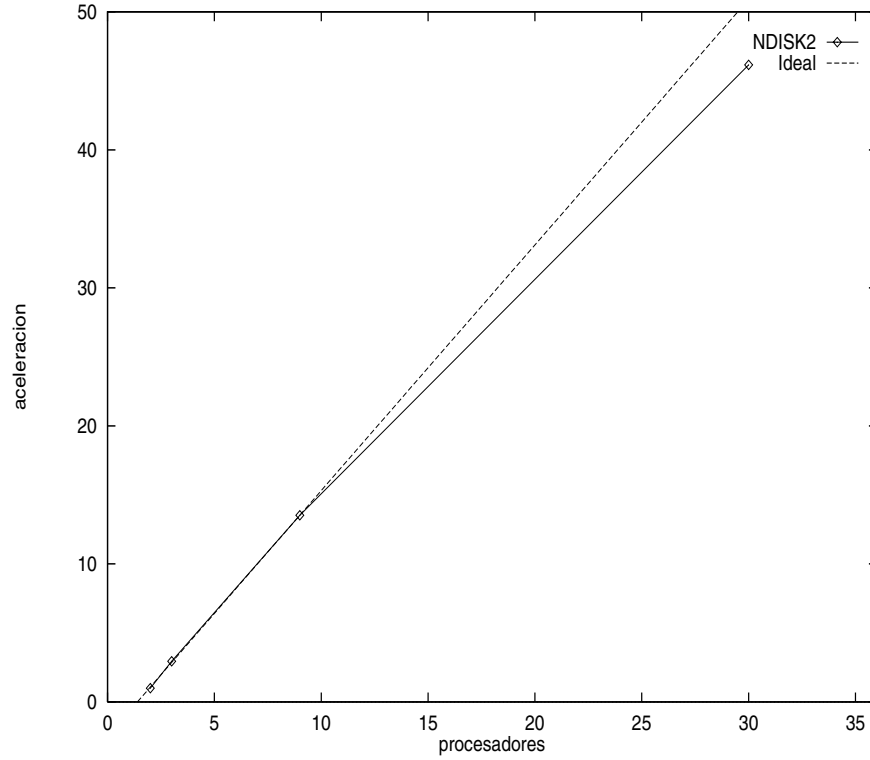


Figura 2.5: Aceleración del proceso de cálculo comparada con la de una simulación que utilizase únicamente dos CPUs para una simulación prueba con 900 partículas de la versión paralelizada del programa FORTRAN utilizado en esta Tesis, programa NDISK2, ejecutándose en el SGI ORIGIN 2000 del CSC.

En cuanto al rendimiento alcanzado con la paralelización de los algoritmos de cálculo, se puede calificar como muy satisfactorio debido principalmente a los tres factores siguientes:

1. el comportamiento óptimo de la aceleración relativa (ver Figura (2.5)) durante el proceso de cálculo próximo al ideal (lineal en el número de procesadores  $p$ ),
2. una desviación del equilibrio despreciable de la carga de trabajo asignada a

cada unidad central de proceso durante la integración,

3. una muy pequeña parte no paralelizable en cada algoritmo de integración.

La velocidad de cálculo se ha evaluado utilizando la misma simulación de prueba con un número diferente de procesadores en cada lanzamiento y la mejora de rendimiento derivada del multiproceso ha sido muy significativa, tal y como puede comprobarse en la Figura (2.4).

El incremento de rendimiento obtenido gracias a la utilización de PVM ha sido muy notable; sin embargo, la otra biblioteca de paso de mensajes, MPI, pasa por ser el modo más eficiente de paralelizar aplicaciones sobre plataformas como el SGI ORIGIN 2000 del CSC. Con el objeto de comprobar este extremo, se codificó una nueva versión del programa haciendo uso de MPI. Los resultados numéricos obtenidos tanto con MPI como con PVM son completamente compatibles entre sí, y con las versiones del código no paralelas, a pesar de la utilización de formatos numéricos bastante diferentes. Sin embargo, el rendimiento obtenido con MPI es sustancialmente inferior, en algunos casos la diferencia llega a ser superior al 30% a favor de PVM. Los resultados obtenidos sugieren que tal diferencia es estrictamente atribuible al modo en que PVM realiza el intercambio de información entre los procesadores. Para el caso del modelo de paralelismo adoptado y para el problema considerado, PVM es muy superior a MPI.

## Capítulo 3

# Nebulosa axialmente simétrica

### 3.1 Introducción

En este Capítulo se aborda el estudio de la dinámica de las partículas en la nebulosa protoplanetaria bajo las condiciones más simples, es decir, considerando que el disco es axialmente simétrico. Con esta simplificación se obtiene el llamado modelo de orden cero para la Nebulosa. Los detalles particulares de este modelo son de gran importancia para esta Tesis, ya que cualquier modificación (asimetría) se superpone al modelo más simple, por lo que en el límite (para un vórtice infinitamente elongado o una perturbación espiral con excentricidad despreciable), los resultados de cualquier modelo asimétrico de Nebulosa deben converger a los que se obtendrían con un modelo axialmente simétrico. Como en la mayor parte de esta Tesis, la etapa que se está analizando es la que comprende el primer millón de años de vida de la Nebulosa y el interés se concentra en la región que actualmente ocupan los planetas gigantes (Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno). Debido a ello, en los cálculos se usan las condiciones físicas reinantes en la Nebulosa durante esta etapa evolutiva temprana.

La nube a partir de la que se formó la nebulosa solar comenzó a evolucionar a partir de una fase fría, en la que la escala temporal de Kelvin–Helmholtz (ecuación (3.3)) del fragmento de la nube considerado es menor que la escala temporal de caída

libre,  $t_c \approx 720$  años (ecuación (3.2)). Una vez que el núcleo de la nube llegó a ser ópticamente grueso (densidades mayores que  $\approx 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ ) el colapso se produjo de forma cuasiadiabática. El momento angular se transfirió de forma continua, desde las regiones centrales, en tal cantidad que el núcleo se contrajo rápidamente dando lugar a un objeto aplanado. Cuando la mayor parte del material del disco externo había caído sobre el disco interno se originó una estructura aplanada cuya evolución posterior dió lugar a la nebulosa protoplanetaria.

Para determinar si el disco protoplanetario, así formado, era estable frente a perturbaciones axialmente simétricas (Ruden y Lin 1986), puede utilizarse el parámetro de estabilidad gravitacional de Toomre para discos gaseosos:  $Q = c_s \Omega / \pi G \sigma$  (Laughlin y Bodenheimer 1994), donde  $c_s$ ,  $\Omega$  y  $\sigma$  son la velocidad local del sonido, la velocidad angular kepleriana, y la densidad superficial del material sólido en el disco, respectivamente, siendo  $G$  la constante de la Gravitación Universal. Este parámetro es, también, una medida de la importancia relativa de la autogravedad con respecto a la gravedad del protosol. Si  $Q \gg 1$ , la autogravedad es despreciable y la nebulosa solar es gravitacionalmente estable. Para el modelo de Nebulosa utilizado más frecuentemente en esta Tesis, el efecto de la autogravedad sólo sería importante cerca del borde externo del disco ( $> 60 \text{ UA}$ ), donde la temperatura nebular es relativamente baja y la Nebulosa se convierte en ópticamente delgada. En las regiones externas de la nebulosa solar, donde los granos de polvo helados son dominantes en la contribución a la opacidad, el parámetro de Toomre tiene una dependencia de la distancia heliocéntrica radial dada por  $Q \approx r^{-9/4}$  y es independiente de la densidad superficial. De este modo, una Nebulosa extensa debe convertirse en inestable para valores de la distancia radial suficientemente grandes. Si  $Q \approx 1$ , la nebulosa solar puede llegar a ser gravitacionalmente inestable frente a fragmentación si es ópticamente delgada, o frente a ondas de densidad si es ópticamente gruesa (Cassen et al. 1981). Si las ondas de densidad se desarrollasen, provocarían momentos gravitacionales que redistribuirían el momento angular en el Sistema Solar externo, permitiendo que tuviese

lugar una redistribución de masa en una escala temporal mucho más corta que el tiempo de frenado de las partículas en la Nebulosa. Si la Nebulosa es inestable frente a fragmentación, la longitud de onda típica para inestabilidad gravitacional sería  $\lambda \approx 2\pi Q^{-1}c_s/\Omega = 2\pi H$  si  $Q = 1$  (Goldreich y Ward 1973). Las masas fragmentadas serían  $\approx \Sigma\lambda^2$ , lo cual corresponde a  $\approx 10^{26}$  g, y la fragmentación ocurriría en la escala de tiempo dinámica. De esta manera, la estructura y las escalas temporales evolutivas del Sistema Solar externo, donde  $Q \approx 1$ , pudieron haber sido sustancialmente diferentes del Sistema Solar interno, estable con  $Q \gg 1$ .

La densidad crítica mínima de las partículas para que una perturbación inicial axialmente simétrica dé lugar a condensaciones discretas tiene el valor:  $\rho_{s,crit} \approx 3M_\odot/2\pi r^3$  (Safronov 1987, 1991) o bien  $\approx 15M_\odot/8\pi r^3$  (Sekiya 1983). Esta densidad crítica puede expresarse como  $2,0 - 2,5\rho^*$ , donde  $\rho^* = 3M_\odot/4\pi r^3$  es la masa del Sol promediada sobre un volumen esférico con radio igual a la distancia al Sol. Los fragmentos sólidos con tamaños del mismo orden requieren una densidad crítica considerablemente más alta ( $\approx 15\rho^*$ ; Coradini et al. 1981; Safronov 1991) para ser inestables, por lo que Safronov (1991) sugirió que esa densidad crítica podía alcanzarse mediante un proceso evolutivo que comienza con una inestabilidad axialmente simétrica. Se admite que la condición necesaria para cualquier criterio de inestabilidad gravitacional es la verificación del criterio de la densidad crítica de Safronov (1991):  $\rho_{s,crit} = 2\rho^*$ . El criterio puede ser utilizado también para calcular el espesor vertical  $H_s \approx \sigma_s/\rho_{s,crit}$ . A la distancia de 1 UA del protosol, por ejemplo, a la que la hipótesis de la *nebulosa de masa mínima* proporciona una densidad superficial de material sólido de valor  $\sigma_s \approx 10 \text{ gr cm}^{-2}$ , la inestabilidad gravitacional requiere  $H_s \lesssim 10^3 \text{ km}$  y unas velocidades aleatorias de las partículas  $v_s \approx H_s\Omega < 20 \text{ cm s}^{-1}$ . Para que tenga lugar el proceso de fragmentación de Goldreich–Ward el espesor vertical de la Nebulosa y las velocidades aleatorias deberían ser, al menos, un orden de magnitud más pequeñas.

Debido a que la envoltura rica en gas de la nebulosa protoplanetaria está so-

portada parcialmente frente a las fuerzas gravitatorias por un gradiente de presiones interno (Weidenschilling 1977), la velocidad orbital de la componente gaseosa situada a la distancia heliocéntrica de 1 UA es unos  $50\text{--}100 \text{ m s}^{-1}$  más lenta que la correspondiente a la capa dominada por la componente sólida (para una temperatura de la Nebulosa de unos 300 K). La diferencia entre la velocidad angular del gas y la velocidad angular kepleriana puede ser parametrizada por  $\Delta\Omega = -\Psi\Omega(r)$ , donde  $\Psi$  es un factor denominado parámetro de perturbación dada por la ecuación (2.29) que se mostró en el Capítulo 2 de esta Tesis. En la ecuación mencionada  $p$  es el exponente que gobierna la variación de la densidad superficial de masa con la posición radial en la Nebulosa y  $q$  es el exponente que proporciona la dependencia de la temperatura con el radio. Las evidencias observacionales y las expectativas teóricas (Beckwith et al. 1990; Cassen 1992; Beckwith y Sargent 1993; Wadhwa y Russell 2000) sugieren que los rangos de valores apropiados para estos parámetros son  $1/2 < q < 3/4$ ,  $0 < p < 5/3$ . En los cálculos se emplea  $p = 3/2$  y  $q = 1/2$ . Para este modelo de Nebulosa, y para un radio de referencia  $r_0 = 1 \text{ UA}$ , el parámetro de perturbación es:

$$(3.1) \quad \Psi = 1,81 \times 10^{-3} (r/\text{UA})^{1/2}.$$

Aunque esta diferencia es siempre inferior al 1%, en una región próxima al plano medio de la Nebulosa donde la deposición de las partículas hace que su densidad de masa sea aproximadamente igual o ligeramente superior a la del gas, las fuerzas de arrastre deceleran el gas hasta que su velocidad es apreciablemente inferior a la kepleriana. Esta diferencia de velocidad genera una zona de cizalladura turbulenta entre la capa dominada por la componente sólida y la región dominada por el gas, con velocidades turbulentas del orden de varios metros por segundo. Las escalas de tiempo turbulenta y dinámica en la capa frontera son mucho mayores que los tiempos de frenado,  $T_s$ , de la escala milimétrica a centimétrica debido al arrastre aerodinámico. En consecuencia, la dispersión de velocidades,  $v_s$ , de tales partículas se incrementa en varios metros por segundo, una cantidad comparable a la de las fluctuaciones del gas y suficiente para evitar la deposición de las partículas (Weidenschilling 1980, Coradini

et al. 1980). Usando esos argumentos, Weidenschilling (1980) estimó un espesor mínimo de la capa de partículas,  $H_s$ , que es un orden de magnitud mayor que el necesario para que tenga lugar la inestabilidad de Goldreich–Ward. La inestabilidad gravitacional no tiene lugar, al contrario de lo que se sugirió inicialmente, en discos con partículas de tamaño centimétrico y Cuzzi y sus colaboradores (1993) han demostrado que tampoco ocurre para partículas de mayor masa (tamaños en el rango 10 cm –1 m). Por tanto, es necesario que las partículas métricas y submétricas sean capaces de crecer hasta alcanzar el tamaño necesario para que puedan contribuir a la aparición de la inestabilidad. Según esto, es de gran importancia conocer las vidas medias de este tipo de partículas para confirmar si un modelo simplificado es o no capaz de permitir que tales partículas contribuyan a la formación de otras mayores.

## 3.2 Escalas temporales

En esta Sección se analizarán las escalas temporales típicas en las que tiene lugar la evolución de la Nebulosa. Por supuesto, a las escalas temporales aquí descritas debe sumarse el tiempo de frenado o escala de tiempo viscosa, descrita en el Capítulo 2, ecuación (2.60), y que mide la velocidad de respuesta de las partículas a su interacción con el gas. Es decir, la escala temporal viscosa mide el tiempo necesario para que las partículas acopladas al gas caigan al Sol como consecuencia del arrastre producido por la viscosidad turbulenta.

### 3.2.1 Escala temporal de caída libre

La escala temporal más simple que se puede definir para estudiar la dinámica de las partículas es la denominada escala temporal de caída libre o tiempo característico de la Nebulosa y viene definido por:

$$(3.2) \quad t_c = \frac{2r}{v},$$



donde  $r$  es la distancia heliocéntrica y  $v$  es la velocidad media de las partículas a esa distancia. Por tanto, esta escala temporal mide el tiempo que tardaría una partícula sólida en atravesar la Nebulosa de un extremo a otro. En esta Tesis y bajo la hipótesis de una nebulosa cuasi-kepleriana esta escala temporal sería del orden de  $T/\pi$  donde  $T$  es el periodo orbital típico a la distancia considerada. Por otra parte, hay en realidad dos escalas temporales de caída libre, una para la componente sólida y otra para la gaseosa ligeramente diferentes.

### 3.2.2 Escala temporal de Kelvin–Helmholtz

Si se aplica el Teorema del Virial a los glomérulos gaseosos que constituyen la Nebulosa se tiene que, cuando comienzan a contraerse, liberan energía gravitacional que se transforma en energía térmica con el consiguiente calentamiento de la Nebulosa. Los fragmentos gaseosos alcanzan el equilibrio hidrostático cuando la mitad de la energía potencial gravitatoria ha sido convertida en calor. La escala temporal en la que tiene lugar este proceso de contracción hasta alcanzar el equilibrio hidrostático se conoce como escala temporal de Kelvin–Helmholtz y viene dada por:

$$(3.3) \quad t_{KH} = \frac{3Gm^2}{5RL},$$

donde  $G$  es la constante de la Gravitación Universal,  $m$  la masa del fragmento en contracción,  $R$  el tamaño típico de los fragmentos y  $L$  la energía radiante liberada por el fragmento. Esta escala temporal es la asociada con el proceso de *aplanamiento* de la Nebulosa que da lugar al disco delgado final en el que evolucionarán las partículas a estudiar.

### 3.2.3 Escala temporal de sedimentación

El primer proceso que aconteció en la nebulosa solar, después de alcanzarse el estado estacionario, fue la separación de las componentes sólida y gaseosa de la Nebulosa. Se considera que durante la primera etapa evolutiva, una cierta cantidad de movimiento turbulento se hallaba presente en la Nebulosa. Sin embargo, se cree que tal

turbulencia pronto decayó, ya que no había ninguna fuente de excitación capaz de mantenerla (ter Haar 1950). Además de la turbulencia, debió conservarse un remanente de movimientos convectivos (Lin y Papaloizou 1980; Lin 1981). Una vez que el movimiento turbulento y la convección disminuyeron por debajo de un cierto nivel, los granos de polvo se hundieron hacia el plano ecuatorial de la nebulosa solar, debido a la componente  $z$  de la gravedad solar, creciendo al mismo tiempo por aglomeración. Como resultado de este proceso y desde el punto de vista de las teorías clásicas, se formó una capa de polvo muy delgada en torno al plano ecuatorial, que finalmente se fragmentó en planetesimales.

En cuanto al proceso de sedimentación (Hayashi et al. 1985), debido a que el arrastre del gas era considerable, los granos de polvo se hundían en dirección  $z$  con velocidad terminal (Nakagawa et al. 1981):

$$(3.4) \quad v_z = -\frac{\rho_s s G M_\odot}{\rho_g v_t r^3} z,$$

donde  $\rho_s$  y  $s$  son la densidad de la partícula y el radio de un grano de polvo, respectivamente,  $\rho_g$  es la densidad del gas,  $v_t$  es la velocidad térmica media de las moléculas del gas, esto es,  $\sqrt{8kT/(\pi\mu m_H)}$ , y  $r$  es la distancia heliocéntrica.

Según caían al plano ecuatorial, los granos de polvo colisionaban mutuamente y crecían mediante procesos de adhesión. Considerando el barrido vertical de masa que experimenta un grano de polvo, se puede hacer una estimación del radio final del grano mediante la ecuación:

$$(3.5) \quad \frac{dm}{dz} = -p_s \pi s^2 \rho_d,$$

donde  $m$  ( $= 4\pi\rho_s s^3/3$ ),  $p_s$ , y  $\rho_d$  ( $= \sigma_d/(2z_0)$ ) son la masa del grano de polvo, la probabilidad de adhesión y la densidad espacial de un enjambre de granos de polvo, respectivamente. Considerando un grano con un radio inicial  $s_0 < 1 \mu\text{m}$ , éste comienza a hundirse desde una altura  $z_0$ , donde  $z_0$  es el espesor medio de la Nebulosa. Integrando la ecuación anterior y considerando  $p_s$  constante, se obtiene el radio  $r$  del

grano, cuando ha alcanzado una altura  $z$ , y está dado por:

$$(3.6) \quad s = s_0 + \left(1 - \frac{z}{z_0}\right)s_m ,$$

con:

$$(3.7) \quad s_m = \frac{p_s \sigma_d}{8 \rho_d} ,$$

donde  $\sigma_d$  es la densidad superficial de granos de polvo.  $s_m$  es mucho mayor que  $s_0$  y de esta forma se obtiene el radio máximo que puede alcanzarse mediante *barrido* vertical (Safronov 1969). Escogiendo  $p_s = 1$  por simplicidad, se obtiene  $s_m = 4,4, 3,2$ , y  $0,2$  mm para las órbitas de la Tierra, Júpiter, y Neptuno, respectivamente, donde se han utilizado  $\rho_s = 2 \text{ g cm}^{-3}$  ( $\rho_s = 2 \times 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$ ) para la primera, y  $1 \text{ g cm}^{-3}$  ( $1 \times 10^3 \text{ Kg m}^{-3}$ ) para las dos últimas órbitas.

A medida que un grano crece, su velocidad de sedimentación  $v_z$  crece como  $v_z \propto s$ . Como resultado, su colisión con otros granos pequeños llega a ser más frecuente y de esta manera su crecimiento se acelera; esto es, el crecimiento y la sedimentación se convierten en procesos cooperativos. Integrando la ecuación,  $dt = dz/v_z$ , puede obtenerse la escala temporal de sedimentación desde  $z_0$  a  $z$ :

$$(3.8) \quad t_{sed} = \frac{4 t_K}{\pi^{3/2} p_s \zeta} \frac{1}{(1 + s_0/s_m)} \ln\left(\frac{z_0 s}{z s_0}\right) ,$$

donde  $t_K (= 2\pi(a^3/GM_\odot)^{1/2})$  es el periodo kepleriano para una región planetaria determinada y  $\zeta$  es la fracción de masa en granos de polvo contenida originalmente en la Nebulosa. Por ejemplo, con  $z = z_0/10$ ,  $p_s = 1$ , y  $s_0 = 1 \mu\text{m}$ , se encuentra que  $t_{sed}$  es  $2 \times 10^3$ ,  $4 \times 10^3$ , y  $4 \times 10^4$  años en las órbitas de la Tierra, Júpiter, y Neptuno, respectivamente. Estos valores de  $t_{sed}$  son unas  $10^3$  veces mayores que  $t_K$  y la escala temporal de sedimentación,  $t_{sed}$ , no depende de la densidad del gas ni de la temperatura; esto es, está determinada esencialmente por la fracción de masa de granos de polvo y por el periodo kepleriano en la región considerada. La sedimentación pudo haber ocurrido en una etapa anterior de contracción de la nebulosa solar,

previa al estado de equilibrio. Incluso en tal fase, la escala temporal de sedimentación está dada por la ecuación (3.8) a medida que los granos caen con la velocidad terminal. De este modo, la sedimentación en esta fase pudo haber sido despreciable, ya que  $t_{sed}$  es unas  $10^3$  veces mayor que  $t_K$  (esto es, mayor que la escala temporal de caída libre  $t_c$ ).

Nakagawa y sus colaboradores (1981) y Weidenschilling (1980) simularon numéricamente el crecimiento y la sedimentación en una nebulosa solar en equilibrio mediante el cálculo de la variación espacial y temporal del espectro de masas de los granos de polvo. Por ejemplo, Nakagawa y su grupo (1981), mostraron que en la zona de la Tierra, una delgada capa compuesta de granos de polvo de tamaño centimétrico se formó unos  $3 \times 10^3$  años después del comienzo de la sedimentación.

Además de la velocidad vertical  $v_z$ , los granos de polvo poseen también una velocidad radial  $v_r$  debida al arrastre del gas de la Nebulosa que circula con una velocidad angular ligeramente menor que la kepleriana. En las primeras etapas del proceso de sedimentación,  $v_r$  es despreciable frente a  $v_z$ , pero llega a ser mayor que  $v_z$  cuando los granos de polvo están próximos al plano ecuatorial, esto es, cuando  $z$  tiene un valor inferior a  $0,1 z_0$ . En este caso, los granos de polvo pueden crecer más allá del radio máximo  $s_m$ , obedeciendo a la acreción en la dirección radial. Nakagawa y sus colaboradores (1986) mostraron que, si este efecto se tiene en cuenta y escogiendo un valor de la probabilidad de adhesión igual a la unidad, los granos de polvo pueden crecer hasta un radio de 18,5 y 0,5 cm en las regiones de la Tierra, Júpiter y Neptuno, respectivamente. No obstante y como puso de manifiesto Weidenschilling (1980), la probabilidad de adhesión para cuerpos de ese tamaño puede ser mucho más pequeña que la unidad, de manera que los granos de polvo, por ejemplo en la zona de la Tierra, pudieron no llegar a crecer hasta 1 cm.

A medida que tenía lugar el proceso de sedimentación, la capa de polvo llegó a ser más y más delgada, incrementándose considerablemente su densidad. Cuando la densidad superó la densidad de Roche  $3,5 M_\odot / a^3$  (Jeans 1929), la capa de polvo se

convirtió en gravitacionalmente inestable frente al proceso de fragmentación. A 1 UA, por ejemplo, la densidad de la capa de polvo alcanzaría la densidad de Roche cuando el espesor de la capa fuese  $1/10^5$  del de la nebulosa solar. Safronov (1969), Hayashi (1972) y Goldreich y Ward (1973) investigaron la inestabilidad gravitacional de esta capa delgada y llegaron a la conclusión de que numerosos embriones planetarios, denominados planetesimales, podían haberse generado como resultado de la fragmentación gravitacional de la capa de polvo.

### 3.2.4 Escala temporal de caída por fricción

La existencia de la componente gaseosa provoca la aparición de fuerzas de rozamiento sobre la componente sólida que ralentizan su evolución dinámica de forma que su escala de tiempo característica ya no es  $t_c$ , sino el tiempo que tardaría la partícula en caer al Sol fruto de las fuerzas viscosas. La escala de tiempo en la que una partícula cae hacia el Sol siguiendo una trayectoria espiral viene dada por:

$$(3.9) \quad \tau_c = r / \left| \frac{dr}{dt} \right|,$$

donde  $r$  es, como antes, la distancia heliocéntrica y  $v_r = dr/dt$  es la velocidad radial de la partícula como consecuencia del rozamiento con el gas. Dicha velocidad radial está dirigida hacia el Sol. Los resultados mostrados en Secciones posteriores de este Capítulo se centrarán, principalmente, en el estudio de la evolución de esta magnitud para diferentes tamaños de las partículas, así como para diferentes valores de las condiciones físicas reinantes en la Nebulosa. La escala temporal de caída por fricción es siempre mayor que la escala temporal de caída libre y debe ser del orden de la vida media de la Nebulosa si se quiere que las partículas puedan contribuir activamente a la formación de planetesimales.

### 3.3 Restricciones observacionales para discos de acreción protoplanetarios con simetría axial

Considérese un disco de acreción alrededor de una masa central relativamente grande ignorando la autogravedad del disco y utilizando una *aproximación de disco delgado* para el transporte radiativo, que implica un espesor medio del disco mucho menor que la distancia al eje de rotación. La información sobre las propiedades físico-químicas reinantes en este disco se obtendrá del material circunestelar superviviente en el Sistema Solar actual. Este material (planetas y cuerpos menores) proporciona información topológica (extensión de la región planetaria y distribución de masa), información mecánica (historias de craterización y estructuras internas de los planetas), información dinámica (órbitas y momentos angulares), e información química (composiciones, mineralogía, registros isotópicos, etc.). Gran parte de la información concerniente a las etapas tempranas de la formación del Sistema Solar se perdió debido a que casi todo el material se precipitó al Sol, no obstante, aún quedan reliquias de ese material primitivo almacenadas en las condritas (sobre todo en las condritas carbonáceas de tipo 1).

Generalmente se acepta que las últimas etapas evolutivas del protosol estuvieron acompañadas de una formación planetaria simultánea. La existencia de los planetas gigantes y las evidencias encontradas en meteoritos muestran que la formación planetaria se produjo cuando aún existía un disco gaseoso (al menos más allá de la órbita de Marte) en torno al protosol. Es también evidente, que este disco de polvo y gas se disipó, dejando tras de sí los planetas y grandes porciones de materia sólida. Para estudiar este último estadio evolutivo del protosol y al mismo tiempo la evolución del disco protoplanetario, se pueden distinguir tres etapas (Cameron 1985; Wood y Morfill 1988; Wadhwa y Russell 2000):

1. **Etapas 1.** Dominada por el colapso de la nube, esta etapa se caracteriza por la formación de un disco que crece mediante la acreción de materia interes-

telar. La protoestrella central se halla en estado embrionario y la masa del disco es máxima. La escala de tiempo característica de esta etapa es el escala temporal de caída libre de la nube. Esta etapa temprana de la evolución de la nube protosolar pudo haber estado caracterizada por perturbaciones axialmente asimétricas y redistribución del momento angular mediante ondas de densidad (Boss et al. 1989).

2. **Etapa 2.** Dominada por la protoestrella central y por la adición de masa al disco, se caracteriza por la posible formación de un disco de acreción axialmente simétrico, una vez que la masa de la estrella central ha crecido suficientemente ( $M_c \gtrsim 0,8M_{\odot}$  para el Sistema Solar). El disco está inicialmente alimentado por los restos de la nube colapsada, y es posible que evolucione hacia un estado estacionario en el cual la caída de nuevo material es compensada por la transferencia de material del disco al protosol. Debido a que el colapso se produce más rápidamente en la vecindad del eje de rotación de la nube (y del disco), como se deduce de los cálculos del colapso, una representación útil del disco protoplanetario en esta etapa es aquella que lo considera alimentado por sus alrededores. Hay, principalmente, dos criterios que justifican la existencia de esta etapa. En primer lugar, se requiere que la escala temporal de transporte viscoso sea suficientemente corta en comparación con la escala temporal de alimentación del disco mediante el material del resto de la nube. En ese caso, el disco tendrá tiempo suficiente para sedimentarse y alcanzar el estado estacionario. En segundo lugar, el crecimiento radial del disco debido a la adición de material de mayor momento angular debió ser suficientemente pequeño. La duración de esta etapa es, nuevamente, del orden de la escala temporal de caída libre.
3. **Etapa 3.** Está caracterizada por la evolución viscosa del disco en ausencia de adición de masa. Representa el estado anterior a la disrupción del disco debida al viento de la estrella central. Parte de la masa del disco cae a la protoestrella

central. El disco puede llegar a ser ópticamente delgado y encontrarse parcialmente estacionario. Esta etapa y la anterior son importantes en el contexto de la formación planetaria. La vida media (duración) de esta etapa de la Nebulosa es  $\lesssim 10^6$  años, escala temporal típica para la dispersión de la Nebulosa (Boss et al. 1989).

Las restricciones observacionales sobre la nebulosa protoplanetaria derivadas del estudio de nuestro sistema solar son:

1. Una vez que el colapso de la nube se había iniciado, y se había formado una protoestrella, la dispersión en las escalas temporales de formación estelar debió ser corta ( $\approx 10^5$  años, Cameron 1985). Ésto no quiere decir que la última etapa del disco protoplanetario que rodeaba a la protoestrella no se extendiese más allá de la dispersión del mismo como consecuencia del viento estelar. Esta restricción conduce a una disipación viscosa rápida del disco en las etapas finales de la formación estelar, con flujos de masa a través del disco del orden de  $10^{-5}$  a  $10^{-4} M_{\odot} / \text{año}$ . Esto implica que la **Etapa 2** fue corta.
2. La duración,  $\tau_D$ , de la última etapa del disco de acreción solar está limitada por el fenómeno de flujo de masa tipo T–Tauri o FU–Orionis que tuvo lugar en el protosol. El disco no sólo se aplanó, debido al flujo estelar, sino que también tendió a dispersarse por transferencia de momento angular mediante la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz. La vida media de un disco expuesto a estos efectos disruptivos es del orden de  $\tau_D \approx 10^6$  años; este valor está basado en observaciones astrofísicas del material que rodea a las estrellas T–Tauri jóvenes.
3. Durante la última etapa evolutiva y para que fuese posible la formación planetaria, la extensión radial del disco de acreción solar debió ser de  $R \gtrsim 40$  UA. Sin embargo, el disco pudo haber sido más pequeño durante la **Etapa 2**, tras



de la cual creció mediante dispersión viscosa durante la **Etapas 3**. En este caso, el radio final del disco está relacionado con el tiempo disponible mediante la ecuación:

$$(3.10) \quad \frac{R^2}{\nu} \approx \tau_D,$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de viscosidad cinemática. A partir de los valores de  $R$  y  $\tau_D$  mencionados antes, puede deducirse un valor de la viscosidad del gas de  $10^{16} \text{ cm}^2/\text{s}$  ( $10^{12} \text{ m}^2/\text{s}$  en el Sistema Internacional de unidades). Este valor es unos 10 órdenes de magnitud mayor que la viscosidad molecular.

4. Como ya se mencionó, una última etapa en la evolución del disco de acreción solar axialmente simétrica debería incluir una cantidad inferior a  $\approx 0,2 \text{ M}_\odot$  de material, en caso contrario la autogravedad tendría un efecto apreciable. La masa total del sistema no debería exceder  $\approx 1,1 \text{ M}_\odot$ , ya que es improbable que un flujo de tipo T–Tauri pueda eyectar más de  $0,1 \text{ M}_\odot$  durante el proceso de formación estelar. A menudo se argumenta que la *masa mínima* de la última etapa del disco de acreción solar se escoge mediante la elección de una masa aumentada para los planetas de valor  $\approx 0,01 \text{ M}_\odot$ . En el contexto de la teoría de los discos de acreción, sin embargo, tal argumento no sería válido. La masa rocosa y helada de los planetas actuales es simplemente el material que quedó después de que los procesos dinámicos finalizaron. El gas presente en los planetas gigantes sería el volumen de gas del disco capturado antes de su dispersión por el viento estelar. El análisis de procesos de acreción desordenada, los cuales satisfacen las restricciones de la escala de tiempo de formación planetaria, proporciona discos más masivos que los obtenidos mediante el argumento de *masa mínima* (Lissauer 1987).
5. En la última etapa de la evolución del disco de acreción solar, se alcanzaron altas temperaturas (del orden de 1.500 K) en la región donde tuvo lugar la formación de los meteoritos. Los cóndrulos, así como las inclusiones ricas en Ca-Al, se

mezclaron en forma dispersa (Taylor et al. 1983, MacPherson et al. 1984). Los meteoritos se originaron en el cinturón de asteroides a  $\approx 3$  UA, de manera que las temperaturas estimadas a partir de las propiedades mineralógicas y de la composición de los meteoritos condriticos son aplicables únicamente en esa región de la nebulosa solar.

6. Pueden deducirse variaciones temporales de las temperaturas nebulares a partir de las texturas y de la existencia de inhomogeneidades en la composición mineral observadas en cóndrulos e inclusiones ricas en Ca-Al, a la luz de los experimentos de cristalización dinámica que han sido utilizados para reproducirlas. Los ritmos de enfriamiento para cóndrulos están en el rango 5–5.000 K / hr (Hewins 1983), y para un grupo de inclusiones ricas en Ca-Al el rango es 0,5–50 K / hr (Stolper y Paque 1986). Un disco ópticamente grueso no pudo haberse enfriado tan rápido. El ritmo de enfriamiento debido al proceso de convección térmica de un elemento de volumen de gas y polvo, desde el plano medio caliente a la superficie del disco más fría, viene dado por  $T\alpha c_s/h$ , donde  $T$  es la temperatura,  $c_s$  es la velocidad del sonido,  $\alpha$  es el número de Mach de movimientos turbulentos, y  $h$  es el espesor medio  $h \approx c_s/\Omega_k$ , con  $\Omega_k$  la frecuencia local kepleriana. Ésto proporciona, a 3 UA, un ritmo de enfriamiento de  $\approx 0,2 \alpha$  K / hr. Este ritmo varía con la distancia desde el eje de rotación como  $r^{-3/2}$ . Debido a que  $\alpha < 1$ , estos resultados indican que los cóndrulos, al menos, se mezclaron debido a la presencia de fuentes de calor transitorias en la Nebulosa todavía no especificadas. Otra evidencia a favor de este hecho, es que las temperaturas máximas aparentes de los cóndrulos exceden, significativamente, las temperaturas de sublimación de los minerales constituyentes para un valor de la presión del gas nebuloso de  $\approx 10^{-6}$  bar o  $\approx 10^{-7}$  nt/m<sup>2</sup> en el Sistema Internacional de unidades ( $\approx 1.300$ – $1.400$  K) (Wood y Morfill 1988). Los fenómenos de calentamiento durante la escala temporal de enfriamiento nebuloso (mayor que unas pocas horas) conducirían a una evaporación total.

7. Durante las escalas de tiempo en las que tuvo lugar la formación de cóndrulos e inclusiones ricas en Ca–Al, el cociente O/H en el gas nebular circundante alcanzó un valor significativamente mayor que el cósmico (Rubin et al. 1988).
8. Las anomalías isotópicas del oxígeno medidas en cóndrulos e inclusiones ricas en Ca–Al (Clayton et al. 1985), indican que en la Nebulosa estaba presente algún residuo de la materia condensada presolar, que luego se incorporó en estos objetos. Las grandes variaciones isotópicas observadas dentro de las mismas fases minerales, separadas únicamente por un milímetro o menos, dentro del mismo meteorito, no pueden explicarse de otra manera (Begeman 1980). La vaporización total y la recondensación subsiguiente de sólidos en la Nebulosa habrían homogeneizado invariablemente sus cocientes isotópicos, como resultado de la mezcla que tuvo lugar en la fase gaseosa. Por consiguiente, debieron ocurrir fenómenos de calentamiento transitorios que dieron lugar a una mezcla incompleta y a una vaporización parcial.

### 3.4 Resultados de las simulaciones

A medida que se conocen mejor las condiciones reinantes en la Nebulosa primitiva, ver Sección 3.1, la inestabilidad clásica de Goldreich y Ward va perdiendo gran parte de la importancia que se le había atribuido inicialmente como mecanismo capaz de facilitar la formación de los planetas del Sistema Solar. Por otra parte, no se puede esperar la aparición de planetesimales de tamaño kilométrico sin que previamente se aglomeren de alguna forma partículas de tamaño inferior. Sin embargo y para que una partícula pueda ser susceptible de crecer, ésta debe permanecer en la Nebulosa durante un lapso de tiempo lo suficientemente largo como para que los procesos de acreción puedan operar. Sin embargo, un cálculo numérico detallado muestra que, con el modelo más ampliamente aceptado para la Nebulosa primitiva, la escala de tiempo característica en la que las partículas métricas y submétricas caen hacia el

Sol es tan pequeña que difícilmente pudieron contribuir por sí solas a la formación de los planetas del Sistema Solar. Por otra parte y como pusieron de manifiesto Cuzzi y sus colaboradores (1993), la reacción de la densa subcapa de partículas sobre el gas tiende a alargar las vidas medias de las partículas, pero este efecto es débil para el rango de tamaños estudiado en esta Tesis; por lo que no ha sido incluido en los cálculos.

En esta Sección se exponen los resultados de la dinámica de las partículas en la región de los planetas gigantes en una nebulosa axialmente simétrica. Teniendo en cuenta las hipótesis clásicas descritas con anterioridad, el flujo de gas es axialmente simétrico y las partículas sólidas caen hacia la estrella central siguiendo una trayectoria espiral. Ésto se debe principalmente a la diferencia sistemática entre la velocidad del gas, la cual está soportada por la presión, y la de la componente sólida, que no lo está (Weidenschilling 1977). Los resultados que a continuación se exponen vienen a confirmar y extender estudios previos y muestran que durante el primer millón de años de vida de la Nebulosa, en ausencia de perturbaciones asimétricas, la vida media de las partículas en la Nebulosa fue demasiado corta como para permitir la formación de cuerpos de tamaño kilométrico.

En esta Sección se han resuelto las ecuaciones del movimiento (ecuación (2.58)), tal y como se describió en la Sección 2.7 del Capítulo 2, empleando el campo de velocidades axialmente simétrico para el gas dado por el sistema de ecuaciones:

$$(3.11) \quad (V_g)_X = -\Omega Y ,$$

$$(3.12) \quad (V_g)_Y = \Omega X ,$$

donde  $\Omega$  es la frecuencia kepleriana y  $X, Y$  las coordenadas cartesianas de posición. En los cálculos mostrados en este Capítulo no se ha considerado incremento de masa por acreción. Para tener en cuenta el gradiente de presiones, cada una de las ecuaciones anteriores debe multiplicarse por  $1 - \Psi$ , donde  $\Psi$  viene dado por la ecuación (3.1).

En distintas regiones de la nebulosa protoplanetaria, un cuerpo de un determi-

nado tamaño encuentra diferentes regímenes de arrastre por el gas y diferentes valores de  $T_s/T$  (cociente entre el tiempo de frenado y el periodo orbital de la partícula). En el modelo de Nebulosa considerado, el tamaño de las partículas está comprendido en el rango  $1-10^4$  cm, produciéndose una tendencia generalizada al incremento de las velocidades radiales con  $r$  para partículas pequeñas, mientras que para cuerpos grandes se observa el efecto contrario. Este hecho se debe principalmente a la variación de la densidad  $\rho_g$ .

La Figuras (3.1) y (3.2) muestran  $\tau_c$  para las partículas según el modelo de nebulosa utilizado; todas las Figuras presentan escalas logarítmicas decimales. La vida media de la nebulosa solar se supone generalmente del orden de  $10^6$  años, considerando una *nebulosa de masa mínima*; aunque Cameron y Pine (1973) estimaron una vida media para la nebulosa solar del orden de  $10^4$  años utilizando un modelo de nebulosa protoplanetaria masiva. En las figuras puede verse que  $\tau_c$  supera el valor del modelo estándar a partir de  $s \approx 10^4$  cm. Para  $s \approx 100$  cm, se obtiene  $\tau_c < 1.000$  años cuando  $r = 5,2$  UA (Figura (3.1)a). El mínimo observado en las Figuras (3.1, 3.2) se debe a los diferentes procesos físicos involucrados en la resistencia ofrecida por el gas. La naturaleza de la resistencia depende de sí el tamaño de la partícula es mayor o menor que el recorrido libre medio en el gas y también de sí su velocidad es mayor o menor que la velocidad del sonido en el gas. En la parte izquierda de la gráfica el tamaño de las partículas a esa distancia heliocéntrica es menor que el recorrido libre medio de las partículas y las velocidades son también menores que la velocidad del sonido en el gas. Para las partículas con tamaños ligeramente inferiores al metro se produce la transición en velocidades pasando a ser superiores a la velocidad local del sonido. En el caso de partículas de gran tamaño los efectos de la velocidad del gas comienzan a ser despreciables y la vida media de las partículas llega a tener un valor superior a la escala temporal evolutiva característica para el modelo estándar. En el caso de la Figura (3.1), el mínimo para el que se produce la transición se alcanza para partículas con un radio aproximado de medio metro. Este conjunto de

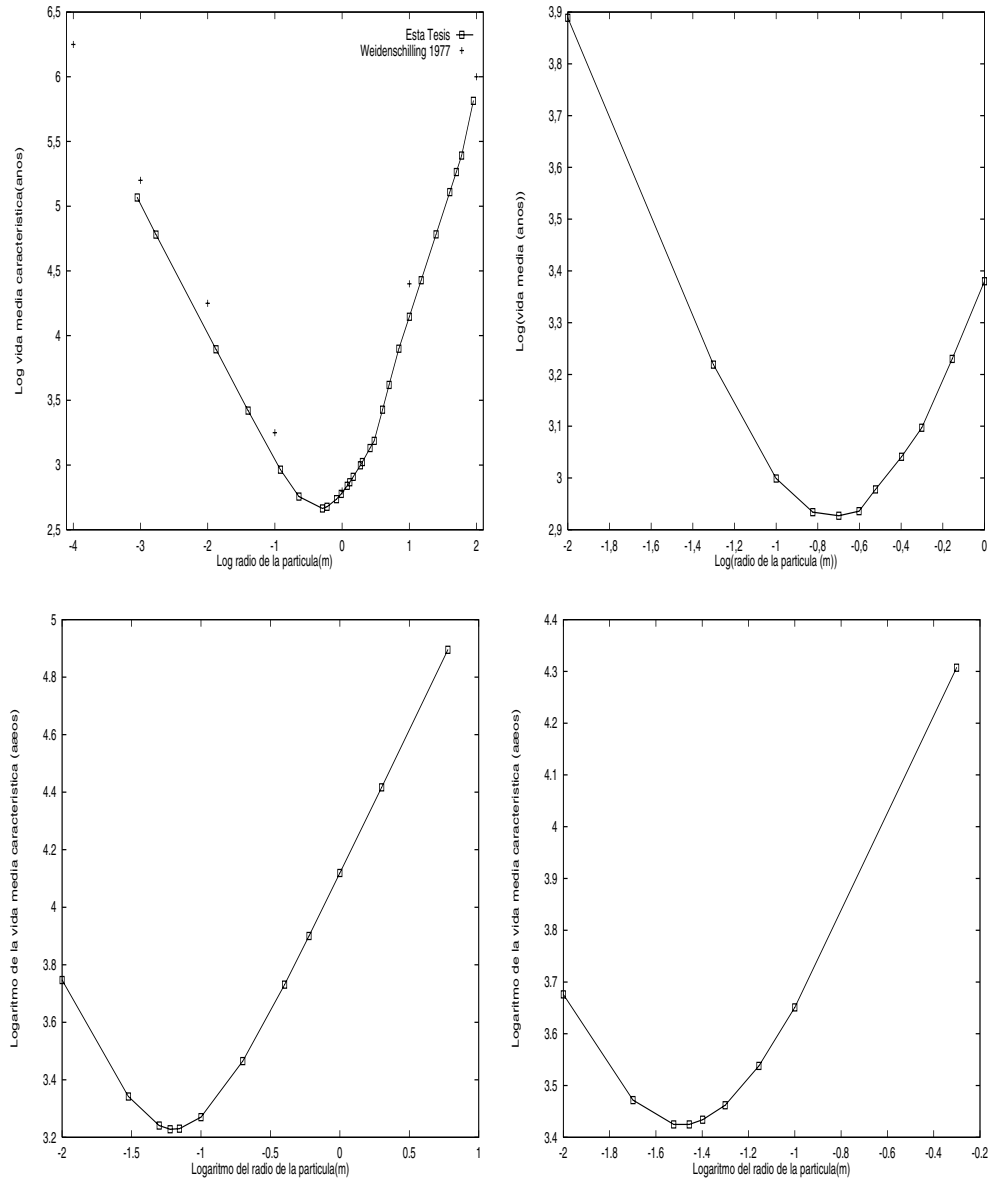


Figura 3.1: a) (*Figura superior izquierda*) Vida media de una partícula situada a una distancia heliocéntrica igual a la de Júpiter en función del tamaño para una nebulosa con temperatura  $T_o = 280$  K a 1 UA.

b) (*Figura superior derecha*) Figura análoga a la anterior pero en este caso se analiza el comportamiento a la distancia actual de Saturno. El mínimo aparece para un radio de 0,2 m.

c) (*Figura inferior izquierda*) Análoga a la anterior. En este caso se muestran los resultados para la distancia actual de Urano. El mínimo se encuentra en 0,06 m.

d) (*Figura inferior derecha*) Análoga a la anterior. En el caso de Neptuno el mínimo se encontraría en 0,03 m.

figuras ha sido obtenido haciendo uso del modelo de nebulosa estándar axialmente simétrica descrito en las Secciones anteriores, con una ley de temperaturas de la forma  $T(r) = 280 \, r^{-1/2}$ . Las Tablas (3.1–3.4) recogen los datos de las figuras. Conforme se consideran distancias heliocéntricas mayores, el tamaño crítico se desplaza hacia valores menores. Para una distancia igual a la que ocupa actualmente Saturno, el radio crítico es aproximadamente 0,2 m. En el caso de Urano, unos 6 cm y en el caso de Neptuno 3 cm.

Cuando se considera una Nebula más caliente, el radio crítico aumenta. Las Figuras (3.2) y las Tablas (3.5–3.8) corresponden también a una nebulosa de masa mínima axialmente simétrica como la descrita en las Secciones previas con una ley de temperaturas de la forma  $T(r) = 1.000 \, r^{-1/2}$ . El cambio en el valor de la pendiente es fruto de la transición entre los regímenes de Epstein y de Stokes, que se produce para un tamaño aproximado de 0,8 m cuando se considera la distancia de Júpiter. El tamaño crítico se reduce a 0,3 m cuando se considera el caso de Saturno, a 10 cm para Urano y a 6 cm para Neptuno. El incremento de temperatura no afecta en gran medida a los valores de las vidas medias de las partículas en la Nebulosa pero desplaza las gráficas hacia tamaños mayores de las partículas.

El estudio de la dinámica de las partículas de polvo de la nebulosa protoplanetaria en un sistema de referencia no inercial con un modelo axialmente simétrico conduce a un flujo de gas con velocidad próxima a la circular kepleriana y a un entorno en el que las partículas sólidas están sometidas al arrastre por fricción con el gas nebuloso que las lleva a seguir un movimiento de deriva radial hacia el Sol. En un sistema inercial de referencia las trayectorias de las partículas son espirales (de la Fuente Marcos 1994), mientras que en un sistema de referencia rotando con la velocidad angular kepleriana  $\Omega(r)$  las trayectorias presentan un punto de giro a la distancia  $r$  del Sol (ver Figura (3.3)).

Las gráficas de la escala temporal de caída por fricción muestran claramente dos regiones que diferencian las partículas de pequeño tamaño de las grandes partícu-

Tabla 3.1: Escala temporal de caída por fricción (Júpiter,  $T_o = 280$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,001	116888
0,0017	60343
0,013	7848
0,040	2636
0,120	921
0,228	571
0,510	462
0,600	476
0,826	545
0,971	599
1,190	691
1,300	737
1,460	810
1,870	995
2,000	1055
2,605	1353
3,000	1539
4,000	2675
5,000	4163
7,000	7917
10,000	13999
15,000	26781
25,000	60635
40,000	128628
50,000	183821
60,000	246090
90,000	652115

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)



Tabla 3.2: Escala temporal de caída por fricción (Saturno,  $T_o = 280$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,01	7750
0,05	1656
0,10	998
0,15	857
0,20	846
0,25	863
0,30	950
0,40	1100
0,50	1251
0,70	1700
1,00	2400

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

Tabla 3.3: Escala temporal de caída por fricción (Urano,  $T_o = 280$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,01	5579
0,03	2200
0,05	1740
0,06	1690
0,07	1700
0,10	1860
0,20	2915
0,40	5386
0,60	7950
1,00	13152
2,00	26150
6,00	78534

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

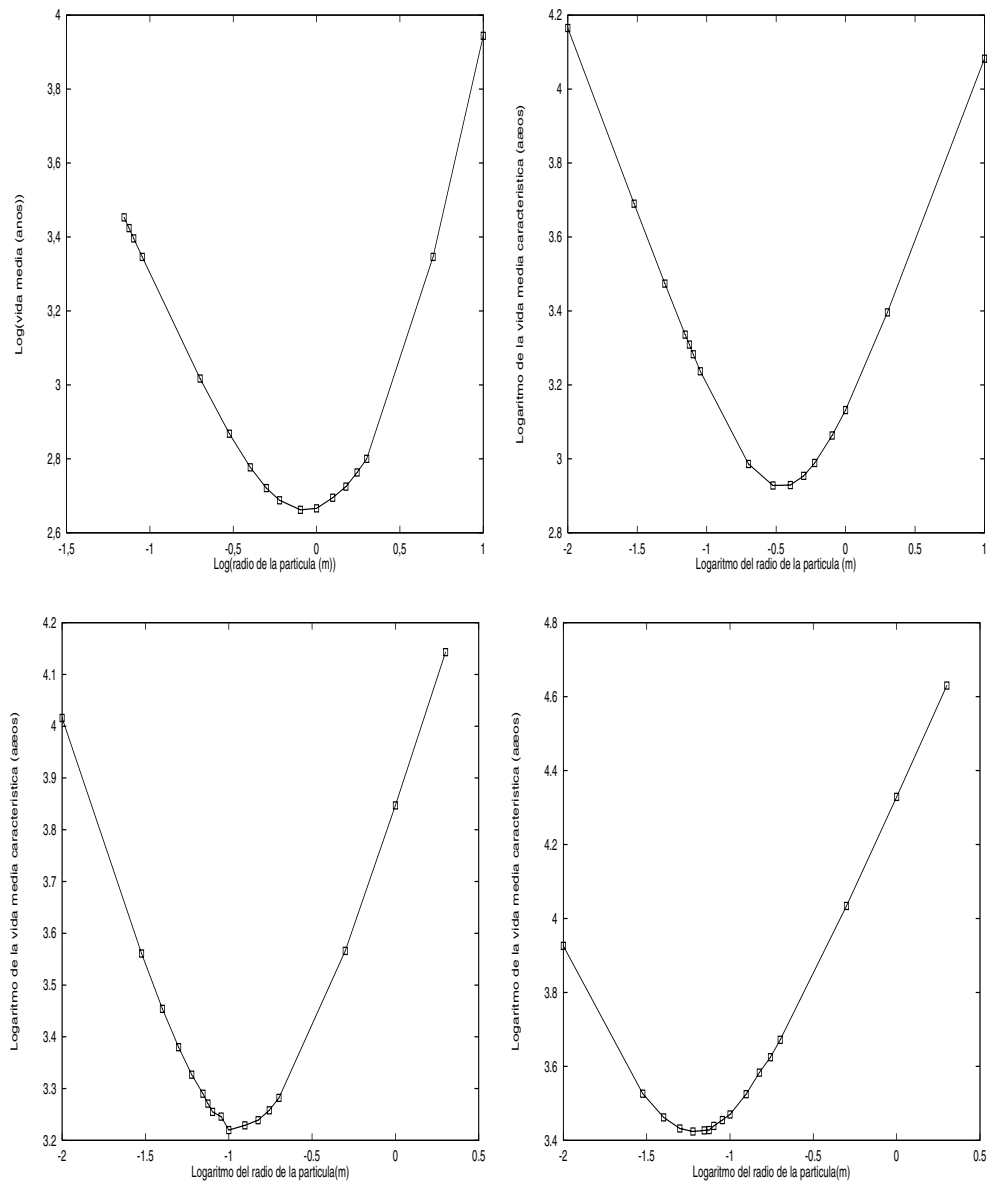


Figura 3.2: a) (*Figura superior izquierda*) Vida media de las partículas en función del tamaño para partículas situadas a una distancia heliocéntrica igual a la de Júpiter para una nebulosa con temperatura  $T_o = 1.000$  K a 1 UA.  
b) (*Figura superior derecha*) Figura análoga a la anterior para una distancia igual a la que actualmente se encuentra Saturno. El mínimo aparece en 0,3 m  
c) (*Figura inferior izquierda*) A la distancia de Urano el mínimo aparece en 0,1 m.  
d) (*Figura inferior derecha*) A la distancia de Neptuno la vida media más corta corresponde a las partículas de tamaño 0,06 m.

Tabla 3.4: Escala temporal de caída por fricción (Neptuno,  $T_o = 280$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,010	4740
0,020	2967
0,030	2660
0,035	2662
0,040	2715
0,050	2900
0,070	3450
0,100	4475
0,500	20275

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

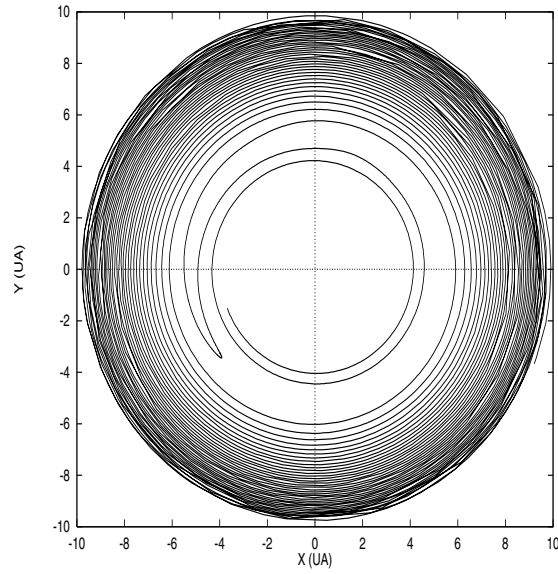


Figura 3.3: Ejemplo de trayectoria de una partícula centimétrica en un sistema de referencia rotante situado a la distancia actual de Júpiter y con su misma velocidad de rotación alrededor del Sol.

Tabla 3.5: Escala temporal de caída por fricción (Júpiter,  $T_o = 1.000$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,070	2841
0,075	2654
0,080	2491
0,090	2219
0,200	1040
0,300	737
0,400	598
0,500	527
0,600	488
0,800	459
1,000	463
1,250	496
1,500	531
1,750	579
2,000	631
5,000	2219
10,00	8789

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

Tabla 3.6: Escala temporal de caída por fricción (Saturno,  $T_o = 1.000$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,010	14616
0,030	4903
0,050	2979
0,070	2168
0,075	2035
0,080	1919
0,090	1727
0,200	968
0,300	848
0,400	850
0,500	900
0,600	975
0,800	1155
1,000	1355
2,000	2490
10,00	12092

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

Tabla 3.7: Escala temporal de caída por fricción (Urano,  $T_o = 1.000$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,010	10376
0,030	3635
0,040	2843
0,050	2397
0,060	2123
0,070	1949
0,075	1867
0,080	1800
0,090	1763
0,100	1660
0,125	1693
0,150	1732
0,175	1811
0,200	1915
0,500	3684
1,000	7038
2,000	13910

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

Tabla 3.8: Escala temporal de caída por fricción (Neptuno,  $T_o = 1.000$  K)

$s^*$	$\tau_c^+$
0,010	8443
0,030	3361
0,050	2705
0,060	2655
0,070	2670
0,075	2680
0,080	2750
0,090	2849
0,100	2950
0,125	3346
0,150	3830
0,175	4213
0,200	4695
0,500	10850
1,000	21350
2,000	42610

\* Radio de la partícula (m)

+ Escala temporal de caída por fricción (años)

las, así como una región de transición que da lugar al mínimo. La parte izquierda de las gráficas corresponde a las partículas en las que el tiempo de frenado es mucho menor que el periodo orbital de la partícula. Este tipo de partículas es arrastrado por el gas, moviéndose con su velocidad angular. En un sistema de referencia rotando con el gas, la gravedad residual a que da lugar el gradiente de presiones, provoca que las partículas caigan hacia las regiones internas del Sistema Solar. Para estas partículas se observa la aparición del comportamiento típico de una partícula en un medio resistivo con número de Reynolds pequeño; es decir, alcanza una velocidad terminal que, en este caso, es aproximadamente igual al producto del tiempo de frenado por la gravedad residual. Por otra parte, si se considera la región opuesta, en la que el tiempo de frenado es mucho mayor que el periodo orbital se tiene que el movimiento de la partícula no está fuertemente influido por el gas pero experimenta un frenado gradual (secular) proporcional a la diferencia entre su velocidad y la del gas. El caso más complejo, que da lugar al mínimo que puede observarse en las gráficas, se produce cuando ambas escalas de tiempo, tiempo de frenado y periodo orbital, son del mismo orden; es decir, cuando el tiempo de frenado es análogo al de caída libre. Esta región corresponde, para el problema que se está estudiando, al régimen de Stokes con número de Reynolds pequeño y puede considerarse como un caso fuertemente perturbado.

En la Sección anterior se han mostrado resultados de la escala temporal de caída por fricción o vida media de las partículas sólidas en la Nebulosa para dos temperaturas características de la Nebulosa. Dado que la temperatura de la componente discoidal decrece durante el primer millón de años de vida de la Nebulosa, los resultados obtenidos para estas dos temperaturas permiten obtener una visión de conjunto del rango en que puede variar la dinámica de las partículas en una nebulosa axialmente simétrica a lo largo de esta etapa y para diferentes valores de la distancia heliocéntrica. El rango de valores en el que puede variar la temperatura de la nebulosa solar y su evolución con el tiempo, se conocen con razonable exactitud gracias a



estudios cosmoquímicos.

El análisis de los procesos termoquímicos sufridos por los meteoritos condriticos evidencia que en algunos puntos de la Nebulosa se alcanzaron temperaturas del orden de 1.500 K. La composición de los mismos es consistente con un valor máximo de la temperatura, para la región comprendida entre 1 y 3 UA, de 1.500 K. Por otra parte, la eliminación de los elementos volátiles terrestres requeriría que la temperatura hubiese alcanzado el valor de 1.000 K, al menos durante las primeras etapas de la evolución de la Nebulosa ( $t < 0,1$  millones de años). Además, el estudio de los meteoritos carbonáceos restringe la temperatura máxima alcanzada para  $r > 3$  UA, a 900 K cuando  $t < 0,1$  millones de años. En resumen, la variación de la composición de los meteoritos restringe el rango de temperaturas al intervalo 100–1.500 K para  $r < 1$  UA y a 150–900 K para  $3 < r < 5$  UA cuanto  $t = 0,1$  millones de años. Los mismos datos meteoríticos restringen la temperatura máxima reinante en la Nebulosa a 600 K cuando  $t = 1$  millón de años. Por tanto, los dos valores de la temperatura escogidos aquí permiten obtener una idea bastante precisa del rango que pudo tener la vida media de las partículas en la Nebulosa en el transcurso del primer millón de años de vida de la misma. Sin embargo, la Nebulosa primigenia presentaba unas características, obtenidas a partir del análisis del material condritico y de la distribución actual de los planetas del Sistema Solar, que no pueden ser explicadas haciendo uso de un modelo axialmente simétrico. En una nebulosa protoplanetaria de este tipo las partículas de polvo no podrían haber sobrevivido durante el tiempo necesario para llegar a constituir agregados preplanetesimales. Esta conclusión no depende de la temperatura media elegida para la Nebulosa; si se considera una nebulosa caliente (1.000 K a 1 UA) las vidas medias características (ver Figura 3.2) para las partículas de tamaño entre decimétrico y métrico son todavía demasiado cortas como para considerar seriamente la posibilidad de que pudiesen haber contribuido a la formación de los planetesimales. Por otra parte, los problemas de escala temporal afectan no sólo a la formación de Júpiter, sino también a la de Saturno. En el caso de Urano y

Neptuno, las partículas métricas presentan vidas medias significativamente mayores, tanto en el caso de una nebulosa fría (ver Figura 3.1) como en el de una caliente (ver Figura 3.2). Para los planetas gigantes externos el problema de escala temporal se desplaza hacia tamaños menores, las partículas con tamaños comprendidos entre el centímetro y el decímetro, tendrían dificultades a la hora de contribuir a la formación de planetesimales de mayor tamaño.

En consecuencia, en un escenario axialmente simétrico, y si se utiliza un modelo de *nebulosa de masa mínima*, las partículas de polvo no pueden permanecer el tiempo suficiente para participar en los procesos de formación de planetesimales. En realidad, el problema de la escala de tiempo para la supervivencia de las partículas cuestiona seriamente el modelo del crecimiento continuo, en el cual no tiene lugar el fenómeno de la inestabilidad de la capa de polvo y los planetesimales se forman mediante acumulación gradual de polvo y *rocas*. Para que este escenario de formación de planetesimales sea efectivo, las partículas de tamaño métrico deben sobrevivir en la Nebulosa el tiempo suficiente para poder seguir creciendo y alcanzar un tamaño que las permita evolucionar sin verse sometidas a los efectos dinámicos del gas. En definitiva, la principal cuestión que permanece abierta tras los resultados expuestos es: ¿cómo pueden superar las partículas la etapa del tamaño métrico? Para dar una respuesta a esta pregunta se pueden introducir desviaciones del comportamiento axialmente simétrico para explicar la formación de cuerpos de un tamaño capaz de desacoplarse del gas nebular antes de que éste se disipe de la nebulosa solar.

### 3.5 Desviaciones de la simetría axial pura

En todos los cálculos expuestos se ha considerado un flujo de gas circular alrededor de la estrella, pero también es posible que el flujo sea excéntrico. En tal caso se escoge un sistema de referencia con origen en el centro de la elipse y el Sol situado en uno de los focos. El caso del flujo excéntrico analizado en este sistema de referencia sigue siendo un problema con simetría axial, pero ahora el eje de simetría, pasa por

el centro de la elipse, no por el foco (la estrella). Por lo tanto, se considerará este caso como una desviación de la simetría axial pura. Con el objeto de comprobar si la excentricidad induce algún cambio en los resultados se han considerado dos valores para la excentricidad, 0,05 y 0,1. Como puede comprobarse a partir de la

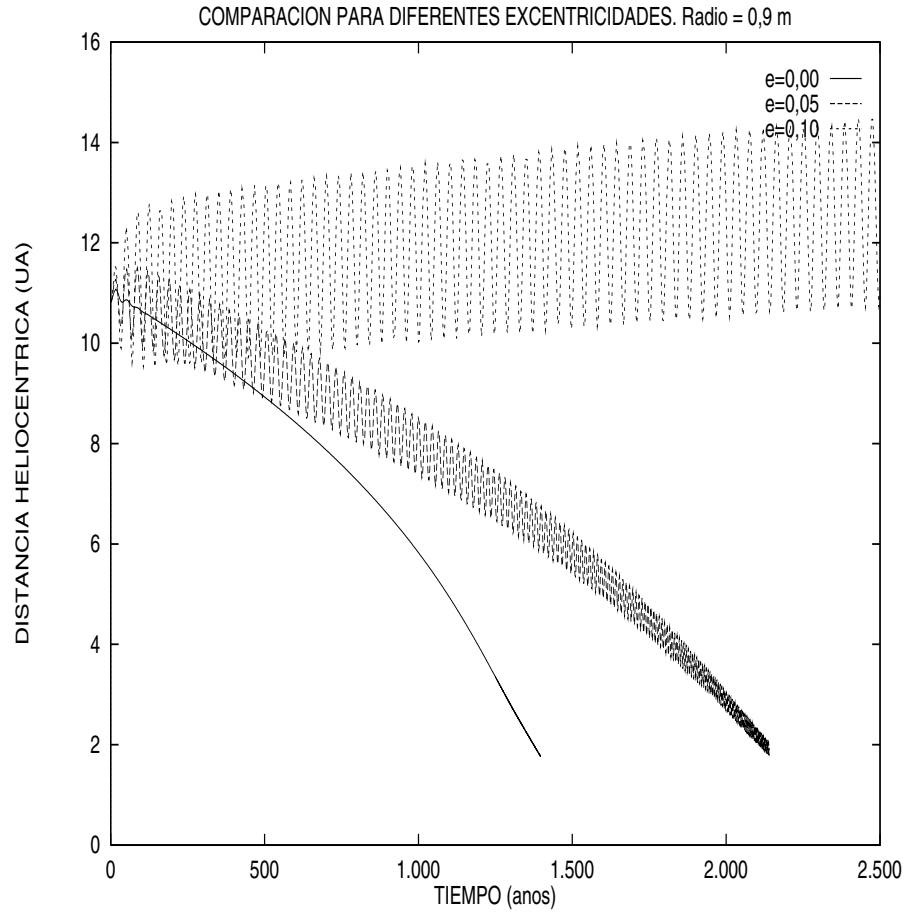


Figura 3.4: Efecto de un flujo excéntrico sobre el movimiento de una partícula de 0,9 m. Si se consideran excentricidades moderadas, la vida media de las partículas en la Nebulosa no varía significativamente con respecto al caso circular. En el caso de excentricidades elevadas se inhibe la caída hacia el Sol. Sin embargo, es difícilmente justificable la existencia de valores elevados de la excentricidad.

Figura (3.4), excentricidades del mismo orden que las observadas para los planetas del Sistema Solar no dan lugar a variaciones significativas con respecto al comportamiento ya discutido en el caso de un flujo de gas circular. Cuando la excentricidad alcanza

el valor de 0,1, se inhibe la caída hacia el Sol. Sin embargo, es muy poco realista considerar elevadas excentricidades, ya que la propia viscosidad del gas daría lugar a una disminución de cualquier excentricidad inicial. La situación es diferente si se consideran ondas espirales excéntricas, como se discutirá en el Capítulo 5.

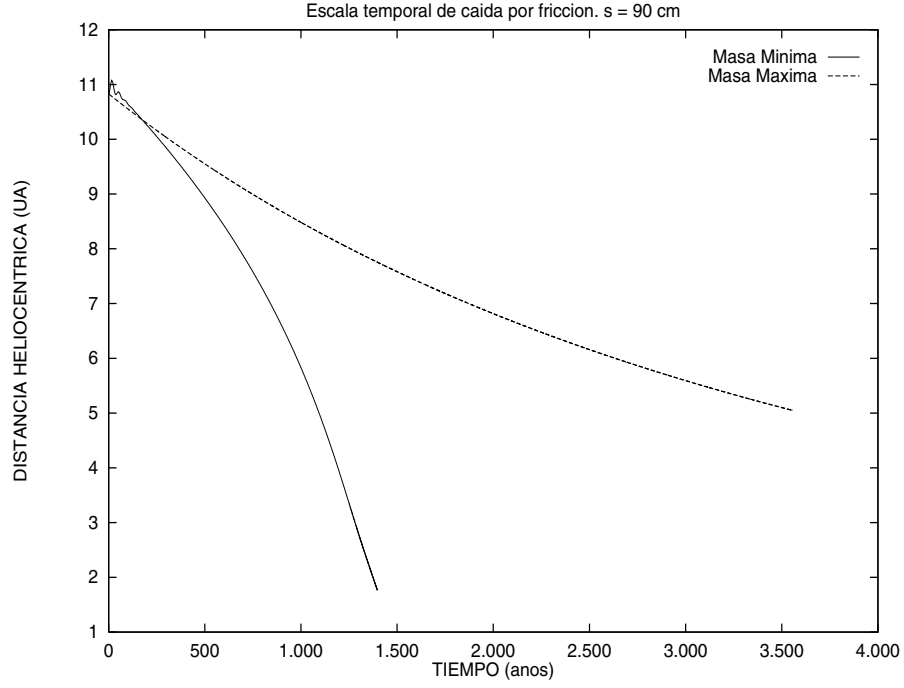


Figura 3.5: Comparación entre la evolución de la distancia heliocéntrica en una nebulosa de masa mínima y la evolución en una nebulosa masiva para una partícula de 0,9 m (ver el texto).

### 3.6 Resultados para una nebulosa masiva

Considerando que la masa de la Nebulosa no es la usualmente aceptada, sino sustancialmente mayor (25 veces mayor), la dinámica cambia notablemente. La escala temporal de caída por fricción se incrementa significativamente, multiplicándose por 10 aproximadamente. También se han hecho cálculos para una temperatura más elevada (1.000 K). Un incremento de masa de la Nebulosa produce una disminución del tiempo de frenado (Figura (3.5)), con lo que los efectos del gas son todavía más

importantes. La drástica reducción del tiempo de frenado provoca que las partículas pasen del régimen de Stokes al de Epstein, haciendo que la velocidad radial de la partícula se vea reducida considerablemente. Aunque, si la Nebulosa fuese suficientemente masiva, las escalas temporales de caída serían más favorables para la utilización de los mecanismos de inestabilidad clásicos, resulta difícil explicar donde fue a parar el disco masivo cuando se formaron los planetesimales, ya que la masa presente hoy en día en el Sistema Solar no es suficiente para explicar una nebulosa solar primordial tan masiva.

### **3.7 Evolución orbital de las partículas en un disco protoplanetario axialmente simétrico sin autogravedad**

En esta Sección se estudiará la evolución de la componente sólida de un disco protoplanetario elíptico viscoso. Este estudio no ha sido llevado a cabo hasta el momento por otros autores, ya que la hipótesis de que el flujo de gas de una nebulosa protoplanetaria se convertiría en circular en una escala temporal mucho más corta que la correspondiente a la evolución viscosa del disco era utilizada habitualmente. Esta hipótesis estaba basada fundamentalmente en los resultados obtenidos en las simulaciones de partículas fluidas llevadas a cabo por Lin y Pringle (1976) para estudiar la formación del disco protoplanetario. Syer y Clarke (1992, 1993) analizaron con detalle este aspecto y propusieron que los discos protoplanetarios inicialmente elípticos podían conservar esta característica a medida que evolucionaban durante una escala temporal viscosa (tiempo necesario para que el gas caiga en dirección al Sol debido al arrastre producido por la viscosidad turbulenta), o incluso podían incrementar su elipticidad durante dicha evolución. Lyubarskij y sus colaboradores (1994) estudiaron, también, los discos de acreción elípticos estacionarios y analizaron la estabilidad de los discos de acreción circulares frente al crecimiento de la excentricidad. En el caso más general, estos autores encontraron una gran variedad de comportamien-

tos diferentes para la excentricidad del disco protoplanetario que manifestaban una dependencia fuerte de la ley de viscosidad elegida para el estudio.

Teniendo en cuenta la formulación de las características físicas del disco protoplanetario y las ecuaciones de movimiento de una partícula sólida sometida a la atracción de la estrella central y al arrastre por fricción del gas de la nebulosa protoplanetaria que se analizaron en detalle en el Capítulo 2 de esta Tesis, se utilizará la teoría clásica modificada de las perturbaciones orbitales para estudiar la aerodinámica de las partículas sólidas en el plano medio de un disco protoplanetario.

Considérese la etapa de formación planetaria durante la cual el material sólido se halla todavía disperso en forma de partículas en el rango de tamaños [cm, m]. En primer lugar, se estudiará la evolución de un subdisco de polvo inicialmente excéntrico inmerso en un flujo disipativo axialmente simétrico. Para este caso simplificado se aplicará un tratamiento analítico con el objeto de mostrar que un disco de material sólido debería circularizarse dinámicamente en una escala temporal mucho más corta que la escala temporal viscosa, únicamente si la excentricidad inicial de las partículas es pequeña. Para un subdisco de polvo inicialmente muy excéntrico ( $\approx 0,6$ ), ambas escalas temporales son comparables.

Se acepta de forma generalizada que los planetas de nuestro sistema solar se formaron en una nebulosa de gas y polvo aplanada cuyo centro era el protosol. La presencia frecuente de discos protoestelares en torno a estrellas jóvenes, con propiedades similares a las de la nebulosa solar, sugiere que las condiciones de formación planetaria pueden satisfacerse con generalidad. En la ausencia de la componente gaseosa, el material sólido seguiría órbitas keplerianas, pero debido al arrastre del gas las órbitas sufrirían un decrecimiento progresivo de sus semiejes mayores y seguirían una trayectoria espiral hacia la estrella central. Éste es el escenario estándar en los discos de acreción disipativos axialmente simétricos (ver, por ejemplo, Calvet y sus colaboradores (2000) para una reciente revisión sobre el tema).

El efecto de un medio resistente sobre las órbitas keplerianas de las partículas

ha sido analizado previamente por Fessenkov (1956). Este trabajo pionero fue analizado y discutido posteriormente por Kiang (1962). Este autor estudió en detalle los efectos del arrastre del gas sobre las órbitas elípticas usando una técnica de promediado temporal. Sin embargo, él consideró únicamente los casos en los cuales el medio es estacionario y está rotando libremente y de forma uniforme con velocidad kepleriana. Desafortunadamente, estos casos particulares no son físicamente realistas. Whipple (1964) llegó, de forma cualitativa, a la conclusión de que la nebulosa solar se desvió de la rotación kepleriana, y este hecho fue determinante para el decrecimiento progresivo del semieje mayor de las órbitas. Este mismo autor estudió de forma cuantitativa los casos límite correspondientes a cuerpos pequeños y grandes utilizando los regímenes de arrastre de Stokes y Epstein (Whipple 1972, 1973). Cameron (1973) aplicó los resultados obtenidos por Whipple a los modelos de nebulosa solar de Cameron y Pine (1973). Weidenschilling (1977) amplió y generalizó el estudio de Whipple, clarificando los puntos débiles del trabajo pionero de Kiang. El trabajo de Weidenschilling sobre la aerodinámica de los cuerpos sólidos en la nebulosa solar estableció también varias consecuencias de interés cosmogónico. Todos los trabajos mencionados anteriormente suponen órbitas circulares en discos de acreción axialmente simétricos. Si, por el contrario, se comienzan los cálculos con órbitas inicialmente elípticas y utilizando un disco protoplanetario que podría no ser axialmente simétrico, la situación es mucho menos clara; sin embargo, éstas serían las condiciones iniciales que podrían esperarse en discos protoplanetarios que se formaron en la vecindad de una estrella compañera binaria.

En los cálculos subsiguientes se emplearán, básicamente, las ecuaciones planetarias de Lagrange (ver, por ejemplo, Roy 1991), incluyendo los elementos osculadores en los miembros derechos de las ecuaciones y calculando, posteriormente, el promediado temporal en un cierto periodo de tiempo. Mediante este procedimiento, se obtendrán las perturbaciones de primer orden en los elementos orbitales. Este tratamiento será suficiente para adquirir una visión global de la evolución dinámica del

material sólido en el plano medio de un disco protoplanetario. Con el propósito de obtener las ecuaciones de perturbación se utilizará el método de cálculo descrito por Roy (1991). Este método es, esencialmente, el mismo que utilizó Kiang (1962). Todas las magnitudes que se van a utilizar se expresarán por unidad de masa, a menos que se manifieste explícitamente lo contrario, y las ecuaciones están referidas a un sistema de referencia inercial centrado en la estrella progenitora.

Las ecuaciones de movimiento de una partícula sólida perturbada de masa  $m$  describiendo una órbita kepleriana en torno a la estrella central de masa  $M_*$ , vienen dadas por la ecuación vectorial:

$$(3.13) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} - \mu \frac{\vec{r}}{r^3},$$

donde  $\vec{r}$  es el radio vector dirigido desde la estrella a la partícula,  $\vec{F}$  es la aceleración de perturbación (la fuerza de arrastre en este caso),  $\mu = G(M_* + m)$ , y  $G$  es la constante de la Gravitación Universal. Sea  $\mathcal{E}$  la energía kepleriana, dada por la expresión:

$$(3.14) \quad \mathcal{E} = \frac{1}{2}(\vec{v} \cdot \vec{v}) - \frac{\mu}{r},$$

donde  $\vec{v}$  es la velocidad de la partícula, y sea  $\mathcal{H}$  el momento angular osculatríz:

$$(3.15) \quad \mathcal{H} = r^2 \dot{\theta},$$

donde  $\theta$  es la anomalía verdadera. Ambas magnitudes,  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{H}$ , definen la elipse osculatríz para la cual el semieje mayor  $a$  y la excentricidad  $\epsilon$  de la órbita de la partícula vienen dados por:

$$(3.16) \quad \mathcal{E} = -\frac{\mu}{2a},$$

$$(3.17) \quad \mathcal{H} = (\mu a)^{1/2} (1 - \epsilon^2)^{1/2}.$$

La variación con el tiempo del momento angular osculatríz viene dada por:

$$(3.18) \quad \frac{d\mathcal{H}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{v},$$



teniendo en cuenta que:

$$(3.19) \quad \dot{\mathcal{H}} = \frac{d\mathcal{H}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F},$$

$$(3.20) \quad \dot{\mathcal{E}} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{F}.$$

Por otra parte, de las ecuaciones (3.16) y (3.17), se deduce que:

$$(3.21) \quad \dot{\mathcal{H}} = (\mu a)^{1/2} (1 - \epsilon^2)^{1/2} \left[ \frac{\dot{a}}{2a} - \frac{\epsilon}{1 - \epsilon^2} \dot{\epsilon} \right],$$

$$(3.22) \quad \dot{\mathcal{E}} = \frac{\mu}{2a^2} \dot{a}.$$

Después de sustituir las ecuaciones (3.22) y (3.21) en las ecuaciones (3.19) y (3.20) se obtienen las expresiones para el ritmo instantáneo de cambio del semieje mayor y de la excentricidad:

$$(3.23) \quad \dot{a} = \frac{2a^2}{\mu} (\vec{v} \cdot \vec{F}),$$

$$(3.24) \quad \dot{\epsilon} = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{\mu \epsilon} (\vec{v} \cdot \vec{F}) - \sqrt{\frac{1 - \epsilon^2}{\mu a}} \frac{1}{\epsilon} \|\vec{r} \wedge \vec{F}\|.$$

Por otra parte, si se consideran coordenadas cilíndricas,  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$  y la aceleración de arrastre vienen dados por:

$$(3.25) \quad \vec{r} = r \vec{u}_r,$$

$$(3.26) \quad \vec{v} = \dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta,$$

$$(3.27) \quad \vec{F} = -\frac{1}{T_s} ((\dot{r} - V_r) \vec{u}_r + (r \dot{\theta} - V_\theta) \vec{u}_\theta),$$

donde  $\vec{u}_r$  y  $\vec{u}_\theta$  son los vectores unitarios radial y azimutal, respectivamente, y  $V_r$ ,  $V_\theta$  son las componentes de la velocidad del gas. Por tanto, se tiene:

$$(3.28) \quad \dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \vec{F} = -\frac{1}{T_s} (v^2 - r \dot{\theta} V_\theta - \dot{r} V_r),$$

$$(3.29) \quad \dot{\mathcal{H}} \vec{u}_k = \vec{r} \wedge \vec{F} = -\frac{1}{T_s} (r^2 \dot{\theta} - r V_\theta) \vec{u}_k ,$$

donde  $\vec{u}_k$  es un vector unitario perpendicular al plano del disco protoplanetario. Reescribiendo las ecuaciones (3.23) y (3.24) mediante la utilización de las expresiones (3.28) y (3.29), se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$(3.30) \quad \dot{a} = -\frac{2a^2}{\mu T_s} (v^2 - r \dot{\theta} V_\theta - \dot{r} V_r) ,$$

$$(3.31) \quad \dot{\epsilon} = -\frac{a(1-\epsilon^2)}{\mu \epsilon T_s} [v^2 - r \dot{\theta} V_\theta - \dot{r} V_r - \left(\frac{\mu}{a}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} (r^2 \dot{\theta} - r V_\theta)] .$$

Con el objeto de reescribir adecuadamente las ecuaciones (3.30) y (3.31) en función de los elementos oscultrices de la órbita de la partícula, se necesitarán las expresiones clásicas:

$$(3.32) \quad \begin{aligned} r &= a(1 - \epsilon \cos E) , \\ \dot{r} &= \sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{\epsilon \sin E}{(1 - \epsilon \cos E)} , \\ v^2 &= \frac{\mu}{a} \left[ \frac{1 + \epsilon \cos E}{1 - \epsilon \cos E} \right] , \end{aligned}$$

donde  $E$  es la anomalía excéntrica. Sustituyendo las expresiones (3.32) en las ecuaciones (3.30) y (3.31), se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$(3.33) \quad \dot{a} = \frac{-2a}{T_s} \left[ \frac{1 + \epsilon \cos E}{1 - \epsilon \cos E} - \sqrt{\frac{a}{\mu}} \frac{1}{1 - \epsilon \cos E} (\sqrt{1 - \epsilon^2} V_\theta + \epsilon \sin E V_r) \right] ,$$

$$(3.34) \quad \dot{\epsilon} = \frac{-1}{T_s} \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2}}{(1 - \epsilon \cos E)} [2\sqrt{1 - \epsilon^2} \cos E - \sqrt{\frac{a}{\mu}} ((2 \cos E - \epsilon(\cos^2 E + 1))V_\theta + \sqrt{1 - \epsilon^2} \sin E V_r)] .$$

Las expresiones (3.33) y (3.34) son las ecuaciones genéricas para los ritmos instantáneos de cambio del semieje mayor  $a$  y de la excentricidad  $\epsilon$  de la elipse osculatriz. Antes de considerar una forma determinada para las componentes de la velocidad del gas, las ecuaciones (3.33) y (3.34) son completamente generales y no implican la utilización de ninguna aproximación. Cuando se considere el ritmo promedio de cambio

durante una revolución, y posteriormente el correspondiente a un gran número de revoluciones, se adoptará la siguiente aproximación: se asumirá que la resistencia del medio es pequeña y que cualquier cambio en los elementos oscultrices durante una revolución puede despreciarse. Considérense los promedios temporales durante un periodo orbital,  $T$ , de  $\dot{a}$  y  $\dot{\epsilon}$ , calculados utilizando la hipótesis implícita de la constancia de  $a$  y  $\epsilon$  durante dicho periodo, que se denotarán mediante  $\langle \dot{a} \rangle$  y  $\langle \dot{\epsilon} \rangle$ , respectivamente,

$$(3.35) \quad \langle \dot{a} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{a} dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \dot{a} (1 - \epsilon \cos E) dE ,$$

$$(3.36) \quad \langle \dot{\epsilon} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\epsilon} dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \dot{\epsilon} (1 - \epsilon \cos E) dE .$$

La aproximación adoptada consiste en integrar las ecuaciones:

$$(3.37) \quad \frac{da}{dt} = \langle \dot{a} \rangle ,$$

$$(3.38) \quad \frac{d\epsilon}{dt} = \langle \dot{\epsilon} \rangle ,$$

utilizando  $\langle \dot{a} \rangle$  y  $\langle \dot{\epsilon} \rangle$  en la forma expresada en las ecuaciones (3.35) y (3.36) para obtener los cambios a gran escala de  $a$  y  $\epsilon$ .

Considérese un disco axialmente simétrico en el que el gas fluye en torno a la estrella central con velocidad orbital circular kepleriana perturbada por el gradiente de presiones. En este caso simple la componente tangencial de la velocidad del gas con respecto a un sistema inercial de referencia centrado en el Sol viene dado por  $V_g = (1 - \Psi) V_K$ , donde  $V_K$  es la velocidad orbital circular kepleriana sin perturbar y  $\Psi$  es el parámetro de perturbación, pequeña contribución a la fuerza radial debida al gradiente de presiones, dado en su forma más general por la ecuación (2.29) del Capítulo 2 o más específicamente, para el modelo de nebulosa considerado en este Capítulo, por la ecuación (3.1), y que fue introducido por primera vez en el Capítulo 2 de esta Tesis, si la autogravedad del disco puede despreciarse. Considérese una

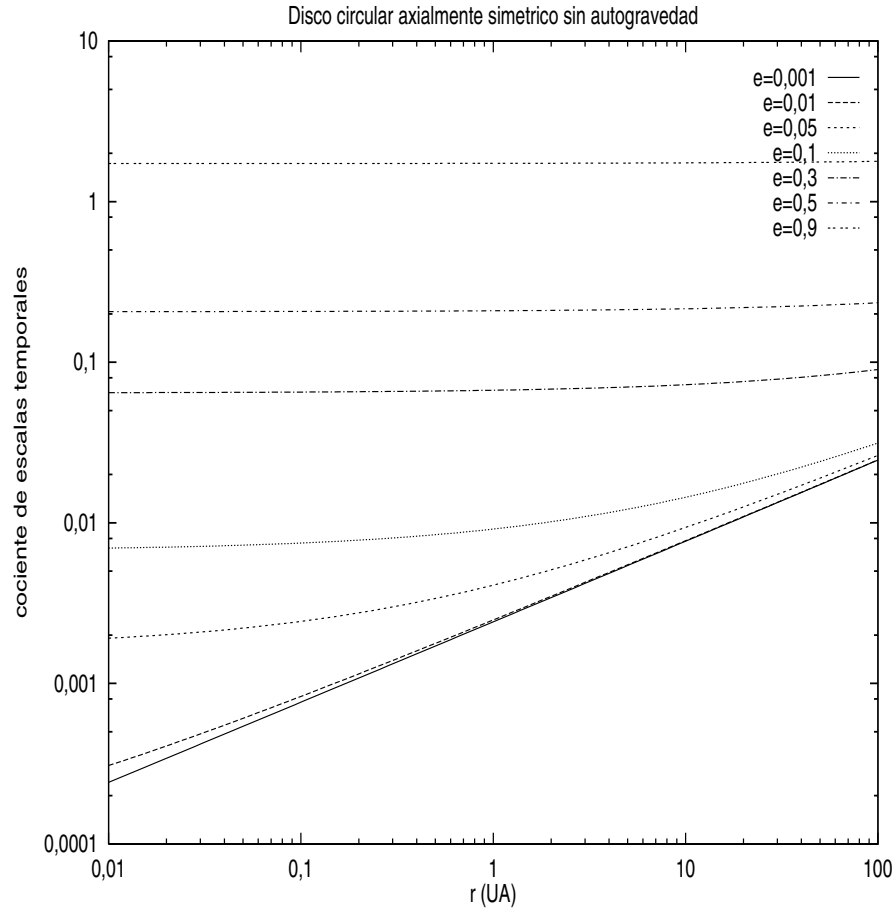


Figura 3.6: El cociente  $\tau_c/\tau_l$  de las escalas temporales para el crecimiento de, respectivamente, la excentricidad,  $\epsilon$ , y el semieje mayor en función de la coordenada radial y de la excentricidad de la partícula para la expresión de  $\Psi$  dada por Nakagawa y sus colaboradores (1986).

partícula sólida con semieje mayor de la órbita y excentricidad,  $a_o$  y  $\epsilon_o$  respectivamente. La velocidad del gas en coordenadas cilíndricas está dada por:

$$(3.39) \quad (V_g)_r = 0 ,$$

$$(3.40) \quad (V_g)_\theta = (1 - \Psi) \sqrt{\mu/r} .$$

Teniendo en cuenta que el gas describe una órbita circular, la relación entre la coordenada radial  $r$  y el semieje mayor de la órbita  $a$  es:

$$(3.41) \quad r = a(1 - \epsilon \cos E) .$$

Dada la expresión (3.41) y después de sustituir las ecuaciones (3.32), (3.39) y (3.40) en las expresiones (3.33) y (3.34), los ritmos de cambio instantáneos del semieje mayor  $a$  y de la excentricidad  $\epsilon$  de la elipse osculatriz vienen dados por:

$$(3.42) \quad \dot{a} = -\frac{2a}{T_s} \frac{1}{(1 - \epsilon \cos E)} [1 + \epsilon \cos E - (1 - \Psi) \sqrt{1 - \epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon \cos E}}] ,$$

$$(3.43) \quad \dot{\epsilon} = -\frac{1}{T_s} \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2}}{(1 - \epsilon \cos E)} [2\sqrt{1 - \epsilon^2} \cos E - \frac{(1 - \Psi)}{\sqrt{1 - \epsilon \cos E}} (2 \cos E - \epsilon(1 + \cos^2 E))] .$$

Los promedios temporales correspondientes a las ecuaciones (3.42) y (3.43) son:

$$(3.44) \quad \frac{da}{dt} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \dot{a} (1 - \epsilon \cos E) dE ,$$

$$(3.45) \quad \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \dot{\epsilon} (1 - \epsilon \cos E) dE .$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.42) y (3.43) en las expresiones (3.44) y (3.45), se obtiene el sistema:

$$(3.46) \quad \frac{da}{dt} = \frac{-2a}{\pi T_s} \int_0^\pi [1 + \epsilon \cos E - \frac{\sqrt{1 - \epsilon^2}(1 - \Psi)}{\sqrt{1 - \epsilon \cos E}}] dE ,$$

(3.47)

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{-\sqrt{1-\epsilon^2}}{\pi T_s} \int_0^\pi [2\sqrt{1-\epsilon^2} \cos E - \frac{(2 \cos E - \epsilon(\cos^2 E + 1))}{\sqrt{1-\epsilon \cos E}}(1-\Psi)] dE.$$

Resolviendo las integrales  $\int_0^\pi dE$ ,  $\int_0^\pi \cos E dE$ , utilizando la notación:

$$k_o = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dE}{\sqrt{1-\epsilon \cos E}},$$

$$k_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos E dE}{\sqrt{1-\epsilon \cos E}},$$

$$k_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2 E dE}{\sqrt{1-\epsilon \cos E}},$$

y sustituyendo el resultado y los símbolos  $k_o$ ,  $k_1$  y  $k_2$  en las ecuaciones (3.46) y (3.47), se obtiene finalmente:

$$(3.48) \quad \frac{da}{dt} = -\frac{2a}{T_s} [1 - (1-\Psi)\sqrt{1-\epsilon^2}k_o],$$

$$(3.49) \quad \frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{\sqrt{1-\epsilon^2}(1-\Psi)}{T_s} [-2k_1 + \epsilon(k_2 + k_o)].$$

La ecuación (3.48) predice el decrecimiento progresivo del semieje mayor de la órbita de la partícula para cualquier modelo de disco protoplanetario y cualquier tamaño de las partículas. Las integrales asociadas a los símbolos  $k_o$ ,  $k_1$  y  $k_2$  se resolverán numéricamente, por ejemplo, mediante la regla de Simpson, incluyéndose los resultados obtenidos en los cálculos. Una partícula seguiría una trayectoria espiral hacia la estrella central en una escala temporal característica asociada a la vida media de las partículas y dada por:  $\tau_l \approx a/|da/dt|$ . Por otra parte, la ecuación (3.49) describe el comportamiento de la excentricidad de la partícula. Los resultados obtenidos indican que se produce circularización a largo plazo en una escala temporal dada por:  $\tau_c \approx \epsilon/|d\epsilon/dt|$ . Si se utilizan las ecuaciones (3.48) y (3.49), las escalas temporales comentadas anteriormente están dadas por las ecuaciones:

$$(3.50) \quad \tau_l \approx \frac{1}{2[1 - (1-\Psi)\sqrt{1-\epsilon^2}k_o]} T_s,$$

$$(3.51) \quad \tau_c \approx \frac{1}{(1 - \Psi)\sqrt{1 - \epsilon^2}[-2k_1 + \epsilon(k_2 + k_o)]} T_s.$$

Con el objeto de comparar la escala temporal de circularización con la escala temporal de caída de las partículas al Sol,  $\tau_l$ , se estudiará el cociente  $|\tau_c/\tau_l|$  cuya expresión puede obtenerse teniendo en cuenta las ecuaciones (3.51) y (3.50):

$$(3.52) \quad \frac{\tau_c}{\tau_l} = \frac{2[1 - (1 - \Psi)\sqrt{1 - \epsilon^2}k_o]}{(1 - \Psi)\sqrt{1 - \epsilon^2}[-2k_1 + \epsilon(k_2 + k_o)]}.$$

Utilizando la ecuación (3.52), el subdisco de polvo debería circularizar en una escala de tiempo más corta que la escala temporal de caída de las partículas al Sol en la mayor parte de los casos (para un valor pequeño de  $\epsilon_o$ ) y este resultado es independiente del régimen de arrastre (es decir, del tamaño de las partículas). En la Figura (3.6) se ilustran los resultados obtenidos mediante el uso de la ecuación (3.52) para una determinada elección de la expresión de la pequeña perturbación a la fuerza radial debida al soporte de la presión,  $\Psi$ , y descrita por Nakagawa (1986) (ver Capítulo 2).

### 3.7.1 El efecto de la excentricidad del disco

Considérese un disco de acreción elíptico, axialmente simétrico, viscoso y estacionario (excentricidad constante del flujo de gas). En este caso las expresiones de la velocidad del gas vienen dadas por:

$$(3.53) \quad \begin{aligned} V_r &= (1 - \Psi) \sqrt{\frac{\mu}{a'}} \frac{\epsilon'}{\sqrt{1 - \epsilon'^2}} \sin \theta = \\ &= (1 - \Psi) \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{a'}{a}} \frac{\epsilon' \sin E}{1 - \epsilon \cos E}, \end{aligned}$$

$$(3.54) \quad \begin{aligned} V_\theta &= (1 - \Psi) \sqrt{\frac{\mu}{a'}} \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon'^2}} (1 + \epsilon' \cos \theta) = \\ &= (1 - \Psi) \sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{1}{\sqrt{aa'(1 - \epsilon'^2)}} \frac{1}{1 - \epsilon \cos E} (a + (\epsilon'a' - a\epsilon) \cos E - a'\epsilon'^2), \end{aligned}$$

donde las relaciones entre el ángulo azimutal  $\theta$  y la anomalía excéntrica  $E$  están dadas por:

$$(3.55) \quad \text{sen} \theta = \frac{a'}{a} \sqrt{1 - \epsilon'^2} \frac{\text{sen} E}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.56) \quad \cos \theta = \frac{a'}{a} \frac{(\cos E - \epsilon')}{1 - \epsilon \cos E},$$

y  $a'$  y  $\epsilon'$  son el semieje mayor y la excentricidad del flujo de gas, respectivamente.

Sustituyendo las ecuaciones (3.53) y (3.54) en las expresiones (3.33) y (3.34) para  $\dot{a}$  y  $\dot{\epsilon}$ , se obtienen las ecuaciones para el ritmo de cambio instantáneo del semieje mayor y de la excentricidad:

$$(3.57) \quad \dot{a} = \frac{-2a}{T_s(1 - \epsilon \cos E)} [1 + \epsilon \cos E - (1 - \Psi)(l_1 \sqrt{1 - \epsilon^2} + \epsilon l_2 \text{sen} E)],$$

$$(3.58) \quad \dot{\epsilon} = \frac{-2\sqrt{1 - \epsilon^2}}{T_s(1 - \epsilon \cos E)} [2\sqrt{1 - \epsilon^2} \cos E - (1 - \Psi)(2 \cos E - \epsilon l_1 (\cos^2 E + 1) + \sqrt{1 - \epsilon^2} l_2 \text{sen} E)],$$

donde  $l_1$  y  $l_2$  vienen dados por las ecuaciones:

$$(3.59) \quad l_1 = \frac{1}{\sqrt{aa'(1 - \epsilon'^2)}} \frac{1}{1 - \epsilon \cos E} [a + (\epsilon' a' - a \epsilon) \cos E - a' \epsilon'^2],$$

$$(3.60) \quad l_2 = \sqrt{\frac{a'}{a}} \frac{\epsilon' \text{sen} E}{1 - \epsilon \cos E}.$$

Haciendo un promediado temporal de las ecuaciones (3.57) y (3.58) en el periodo orbital  $T$ , se obtiene:

$$(3.61) \quad \langle \dot{a} \rangle = \frac{-2a}{\pi T_s} \int_0^\pi [1 + \epsilon \cos E - (1 - \Psi)(l_1 \sqrt{1 - \epsilon^2} + \epsilon l_2 \text{sen} E)] dE,$$

$$(3.62) \quad \langle \dot{\epsilon} \rangle = \frac{-\sqrt{1 - \epsilon^2}}{\pi T_s} \int_0^\pi [2\sqrt{1 - \epsilon^2} \cos E - (1 - \Psi)(2 \cos E - \epsilon l_1 (\cos^2 E + 1) + \sqrt{1 - \epsilon^2} l_2 \text{sen} E)] dE,$$



donde  $l_1$  y  $l_2$  están dados por (3.59) y (3.60), respectivamente. Simplificando en las ecuaciones (3.61) y (3.62) se obtiene el sistema de ecuaciones:

(3.63)

$$< \dot{a} > = \frac{-2a}{\pi T_s} \left[ \pi - \frac{(1 - \Psi)\sqrt{1 - \epsilon^2}}{\sqrt{aa'(1 - \epsilon'^2)}} ((a + a'\epsilon'^2)n_o - (\epsilon'a' - a\epsilon)n_1) - \sqrt{\frac{a'}{a}}(1 - \Psi)\epsilon\epsilon'n_2 \right],$$

$$(3.64) \quad < \dot{\epsilon} > = \frac{(1 - \Psi)\sqrt{1 - \epsilon^2}}{\pi T_s} \left[ \frac{1}{\sqrt{aa'(1 - \epsilon'^2)}} ((2a - a'\epsilon'^2 - \epsilon(\epsilon'a' - a\epsilon))n_1 - \right.$$

$$\left. - a\epsilon n_o + (2\epsilon'a' - 3a\epsilon)n_3 - \epsilon(\epsilon'a' - a\epsilon)n_4 + a'\epsilon'^2\epsilon n_5) + \sqrt{\frac{a'}{a}}\epsilon\epsilon'n_2 \right],$$

donde el valor de  $n_o$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  y  $n_5$  viene dado por las ecuaciones:

$$(3.65) \quad n_o = \int_0^\pi \frac{dE}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.66) \quad n_1 = \int_0^\pi \frac{\cos E dE}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.67) \quad n_2 = \int_0^\pi \frac{\sin^2 E dE}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.68) \quad n_3 = \int_0^\pi \frac{\cos^2 E dE}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.69) \quad n_4 = \int_0^\pi \frac{\cos^3 E dE}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(3.70) \quad n_5 = \int_0^\pi \frac{(\cos^2 E + 1) dE}{1 - \epsilon \cos E}.$$

La ecuación (3.63) predice el decrecimiento progresivo del semieje mayor de la órbita de la partícula para cualquier modelo de disco protoplanetario y cualquier tamaño de las partículas. Las integrales asociadas a los símbolos  $n_o$ ,  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  y  $n_5$  se resolverán numéricamente mediante, por ejemplo, la regla de Simpson, incluyéndose

los resultados obtenidos en los cálculos. Una partícula seguiría una trayectoria espiral hacia la estrella central en una escala temporal característica asociada a la vida media de las partículas y dada por:  $\tau_l \approx a/|da/dt|$ . Por otra parte, la ecuación (3.64) describe el comportamiento de la excentricidad de la partícula. Los resultados obtenidos indican que se produce circularización a largo plazo en una escala temporal dada por:  $\tau_c \approx \epsilon/|d\epsilon/dt|$ . Si se utilizan las ecuaciones (3.63) y (3.64), las escalas temporales comentadas anteriormente están dadas por las ecuaciones:

$$(3.71) \quad \tau_l \approx \frac{1}{2[1 - \frac{(1-\psi)\sqrt{1-\epsilon^2}}{\pi\sqrt{aa'(1-\epsilon'^2)}}((a - a'\epsilon'^2)n_o + (\epsilon'a' - a\epsilon)n_1) - \sqrt{\frac{a'}{a}}\frac{(1-\psi)}{\pi}\epsilon\epsilon'n_2]}T_s,$$

$$(3.72) \quad \tau_c \approx \frac{1}{\frac{(1-\psi)\sqrt{1-\epsilon^2}}{\pi\epsilon}[\frac{n_6}{\sqrt{aa'(1-\epsilon'^2)}} + \sqrt{\frac{a'}{a}}\epsilon\epsilon'n_2]}T_s,$$

donde  $n_6$  viene dado por la expresión:

$$(3.73) \quad n_6 = (2a - a'\epsilon'^2 - \epsilon(\epsilon'a' - a\epsilon))n_1 + (2\epsilon'a' - 3a\epsilon + a'\epsilon\epsilon'^2)n_3 + (a'\epsilon\epsilon'^2 - a\epsilon)n_o - \epsilon(\epsilon'a' - a\epsilon)n_4.$$

Con el propósito de comparar la escala temporal de circularización con la escala temporal de caída al Sol,  $\tau_l$ , se estudiará, nuevamente, el cociente  $|\tau_c/\tau_l|$ , cuya expresión puede obtenerse teniendo en cuenta las ecuaciones (3.72) y (3.71). Utilizando la ecuación para  $|\tau_c/\tau_l|$ , el subdisco de polvo debería circularizar en una escala de tiempo más corta que la escala temporal de caída al Sol en la mayor parte de los casos (para un valor pequeño de  $\epsilon_o$ ) y este resultado es independiente del régimen de arrastre (es decir, del tamaño de las partículas).

### 3.8 Resumen y Discusión

El análisis de las gráficas de la escala temporal de caída por fricción para la nebulosa axialmente simétrica evidencia la existencia de dos regiones dinámicas diferenciadas

según el tamaño de las partículas con una región de transición entre ambas correspondiente a un mínimo. Las partículas cuyo tiempo de frenado  $T_s$  es mucho menor que su periodo orbital son arrastradas por el gas y se mueven con su velocidad angular. Sin embargo, las partículas cuyo tiempo de frenado  $T_s$  es mucho mayor que su periodo orbital no son arrastradas por el gas, sino que experimentan un frenado gradual proporcional a la diferencia entre su velocidad y la del gas. La región de transición entre ambas situaciones se produce cuando ambas escalas temporales, el tiempo de frenado y el periodo orbital de las partículas, son del mismo orden. Este caso corresponde al régimen de Stokes con número de Reynolds pequeño y es un caso fuertemente perturbado.

Los resultados aquí presentados pueden considerarse compatibles con otros anteriores (principalmente Weidenschilling 1977) aunque el modelo de nebulosa utilizado difiere de otros empleados en trabajos más antiguos. En particular, si se comparan con los resultados de Weidenschilling (1977), este autor encuentra vidas medias de las partículas mayores, dado que la densidad de sus partículas es mayor ( $3 \text{ g/cm}^3$  ó  $3 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ ) y su ley de temperaturas es de la forma  $T \propto 1/r$ . Según este autor, la vida media de una partícula sólida antes de precipitarse al Sol es muy corta para partículas cuyo rango de tamaños está comprendido entre el centímetro y el metro. Por ejemplo, en el caso de una nebulosa solar estándar, esta vida media es inferior a  $10^3$  años para partículas cuyo tamaño es del orden de 60 cm y las distancias iniciales son del orden de 5 UA.

En una nebulosa axialmente simétrica, la dinámica de las partículas se reduce a un proceso de caída hacia el Sol siguiendo una trayectoria espiral. Esta trayectoria se recorre en una escala temporal característica, decreciendo la misma con la distancia al Sol. Para una distancia fija, esta escala de tiempo presenta un mínimo para un cierto tamaño crítico dependiente de las características físicas de la nebulosa.

Si se introducen desviaciones de la simetría axial pura considerando un flujo de gas excéntrico, los resultados obtenidos no varían significativamente con respecto

a los del caso de flujo de gas circular. Además, hay que tener en cuenta que los valores de la excentricidad serían bajos, ya que la viscosidad del gas tiende a producir un decrecimiento progresivo de cualquier excentricidad inicial. Como se deduce de la ecuación (3.52), el subdisco de polvo debe circularizar en una escala temporal inferior a la de caída por fricción y este resultado es independiente del régimen de arrastre de las partículas por el gas, y por consiguiente del tamaño de las mismas.

Por último, considerando que la Nebulosa era masiva, la dinámica de las partículas cambia significativamente, multiplicándose por 10 el valor de la escala temporal de caída por fricción e incrementando la temperatura de la Nebulosa, los efectos del gas son aún más pronunciados; al reducirse el tiempo de frenado las partículas pasan del régimen de Stokes al de Epstein y su velocidad radial se reduce drásticamente. A pesar de que una nebulosa de mayor masa permite utilizar los mecanismos de inestabilidad clásicos para dar cuenta de la formación de planetesimales, es difícil explicar qué mecanismo físico hizo disminuir la masa de la Nebulosa hasta alcanzar el valor que presenta hoy día la masa del Sistema Solar.

Como conclusión, puede decirse que en un escenario axialmente simétrico y utilizando un modelo de nebulosa de masa mínima, las partículas de polvo no pueden permanecer en la Nebulosa el tiempo necesario para garantizar su intervención en el proceso de formación de planetesimales. Para poder explicar la supervivencia de las partículas en la Nebulosa hasta que éstas consiguen alcanzar el tamaño métrico se introducirán desviaciones del comportamiento axialmente simétrico en los próximos Capítulos de esta Tesis.

## Capítulo 4

# Vórtices en la nebulosa solar

### 4.1 Introducción

Gran parte de los estudios recientes sobre turbulencia en discos protoplanetarios han destacado la importancia de la vorticidad en la teoría de la formación planetaria. Uno de los mecanismos recientemente propuestos para explicar la formación de los núcleos de los planetas gigantes postula que la concentración de partículas de polvo en las regiones centrales de vórtices anticiclónicos pudo dar lugar a la inestabilidad gravitacional capaz de formar dichos núcleos (Barge y Sommeria 1994, 1995; Adams y Watkins 1995; Tanga et al. 1996).

Las teorías de la estructura de los planetas gigantes de nuestro sistema solar consideran que éstos poseen un núcleo de material de alta densidad rodeado por una envoltura de hidrógeno metálico y una atmósfera externa. Según uno de los modelos clásicos de formación planetaria, un núcleo denso y rocoso con una masa de valor  $\approx 1,0 M_{\oplus}$  se formó primero, antes de que cantidades considerables de gas de la Nebulosa fuesen acretadas por el protoplaneta gigante. De acuerdo con el modelo estándar, los núcleos rocosos se formaron mediante la aglomeración de los granos de polvo inmersos en el disco residual de gas que permanece tras la formación de la mayoría de las estrellas. Las simulaciones indican que son necesarios al menos

$10^6$  años para formar un núcleo rocoso de  $10 M_{\oplus}$  (Lissauer 1987), y que se precisa de otros  $10^7$  años para que este núcleo sea capaz de acretar  $300 M_{\oplus}$  de gas de la nebulosa solar. Aunque hay indudables evidencias observacionales de la existencia de discos circunestelares en torno a objetos estelares jóvenes, su evolución no está clara. Resultados observacionales recientes (Brandner et al. 2000) parecen indicar que los discos circunestelares pierden su contenido en polvo en unos  $5 \times 10^6$  a  $15 \times 10^6$  años. La desaparición del polvo está muy relacionada con la aglomeración de partículas de mayor tamaño (planetesimales), constituyendo así un indicador del comienzo de la etapa de formación planetaria propiamente dicha en los discos protoplanetarios. Se cree que tales discos son turbulentos durante parte de su existencia (Lin 1981; Morfill 1985; Boss 1988), lo que explicaría la evolución de la masa de los mismos y de su momento angular y también posibilitaría el cumplimiento de las restricciones impuestas por los datos meteoríticos (Palme y Boynton 1993).

Con el objeto de resolver el problema de la formación de los planetas gigantes, y tomando como base las ideas originales de von Weizsäcker (1944) y Alfvén (1976), se propuso (Barge y Sommeria 1994, 1995; Tanga et al. 1996; Adams y Laughlin 1996; Mehta y Flierl 1996, 1997; de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999, 2001) que vórtices cuasi-bidimensionales a gran escala presentes en la nebulosa solar podrían haber actuado como regiones de captura para las partículas sólidas. Este tipo de estructuras pueden aparecer en una nebulosa solar con rotación diferencial (Nezlin y Snezhkin 1993) o generarse debido a inestabilidades específicas de un flujo kepleriano como la inestabilidad de Rossby (Lovelace et al. 1999; Li et al. 2000a, b, 2001) o la inestabilidad baroclínica (Klahr y Bodenheimer 2000; Bracco et al. 1998, 1999; Godon y Livio 1999a, b, 2000). Ejemplos de la existencia de estas estructuras en la naturaleza son los vórtices atmosféricos persistentes en los planetas gigantes como la Gran Mancha Roja de Júpiter (Ingersoll 1990). Este fenómeno ha sido reproducido en experimentos de laboratorio (Sommeria et al. 1988; Nezlin y Snezhkin 1993) y ha sido explicado en términos de mecánica estadística aplicada al

estudio de la turbulencia bidimensional (Sommeria et al. 1991; Miller et al. 1992). Más recientemente, el crecimiento de estructuras coherentes de gran escala en un flujo kepleriano ha sido simulado numéricamente a partir de un campo de vorticidad inicialmente aleatorio en el caso incompresible (Bracco et al. 1998) y también utilizando la aproximación de *agua poco profunda* (Bracco et al. 1999). Barge y Sommeria (1994, 1995) encontraron que vórtices anticiclónicos de gran escala podían capturar y concentrar muy eficientemente las partículas sólidas de la Nebulosa y propusieron que dichos vórtices pudieron jugar un papel fundamental en las primeras etapas de la formación planetaria. Estos autores llegaron a la conclusión de que vórtices gigantes persistentes serían los lugares más apropiados para la formación de planetesimales y de los núcleos de los planetas gigantes y que, por tanto, el mecanismo de captura de partículas por el vórtice ayudaría a explicar la formación de planetas gaseosos gigantes en menos de un millón de años. La importancia de los vórtices en el proceso de formación planetaria está siendo investigada ahora por un cierto número de autores (Tanga et al. 1996; Bracco et al. 1998, 1999; Chavanis 1998, 2000; Godon y Livio 1999a, b, 2000; de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999, 2001). Una comparación detallada con los resultados de otros investigadores puede encontrarse en la Sección 4.6.

En el caso de una nebulosa solar estándar, la vida media media de una partícula con un tamaño del orden de 60  $\mu\text{m}$  y situada a una distancia radial de 5 UA es menor que  $10^3$  años (considérese la Figura (3.1a) del Capítulo 2). Tal y como pusieron de manifiesto Cuzzi y sus colaboradores en 1993, la reacción de la densa subcapa de partículas de polvo sobre el gas tiende a incrementar las vidas medias de las partículas, pero este efecto es débil en el rango de tamaños de interés y aún más débil cuanto más masiva es la nebulosa. De hecho, este problema de escala temporal cuestiona seriamente el modelo del crecimiento continuo, en el cual no se produce la inestabilidad de la capa de polvo, sino que los planetesimales se forman mediante una acumulación gradual de polvo y rocas. En realidad, y para que este escenario sea efectivo, las

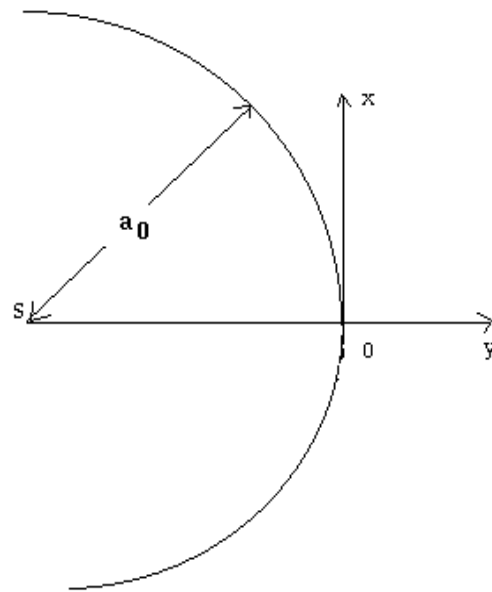


Figura 4.1: En la figura se observa el sistema de referencia centrado en el Sol y el sistema de referencia centrado en el vórtice a distancia  $a_0$  que se emplean a lo largo del texto.



partículas de tamaño métrico han de sobrevivir en la Nebulosa el tiempo suficiente para crecer hasta alcanzar el tamaño necesario para desacoplarse de la fase gaseosa nebular y poder pasar a formar parte de los planetas. En resumen: ¿cómo pueden las partículas superar la etapa métrica?

Una posible respuesta a la pregunta anterior podría residir en la formación de estructuras vorticales en la nebulosa solar. Vórtices cuasi-bidimensionales de gran escala habían sido ya sugeridos por von Weizsäcker (1944, 1948) para explicar la regularidad en la distribución de las distancias de los planetas al Sol. En este Capítulo se continua esta línea de investigación, introduciendo una aproximación más realista en el estudio de los vórtices inmersos en la nebulosa protoplanetaria. Haciendo uso de la misma, se analizan los efectos que, sobre la dinámica de las partículas del disco protoplanetario, produce la diferencia local entre la velocidad de rotación del vórtice y la velocidad de rotación del gas en las inmediaciones de un vórtice gigante. En los cálculos se considera un modelo bidimensional basado en los resultados obtenidos por Hayashi y sus colaboradores (1985) para los procesos físicos que se producen en la dirección vertical  $z$  (Capítulo 3), como son la fragmentación y la sedimentación de las partículas. De sus resultados se deduce que la aproximación bidimensional está plenamente justificada, ya que los procesos dinámicos en la dirección vertical dan lugar a un disco muy delgado en comparación con sus dimensiones radiales, siempre y cuando se esté considerando la región de los planetas gigantes.

Por otra parte, las observaciones revelan que tanto las atmósferas de los planetas como los océanos terrestres albergan importantes estructuras de gran tamaño y estabilidad: flujos zonales paralelos (corrientes) y grandes vórtices (remolinos). Estas estructuras guardan un gran paralelismo con otras que pueden encontrarse en observaciones astrofísicas, como los brazos espirales de los discos galácticos gaseosos. En el caso de los vórtices jovianos (Gran Mancha Roja, Pequeña Mancha Roja), está ampliamente aceptado que este tipo de estructuras pueden estudiarse desde un punto de vista cualitativo como bidimensionales. Por otra parte, los cálculos encami-

nados al estudio cuantitativo de las mismas deben incluir la falta de uniformidad de la atmósfera, es decir la diferencia entre el radio baroclínico y el radio barotrópico. En el caso bajo análisis en este trabajo, los hipotéticos vórtices presentes en la Nebulosa podrían ser estudiados también como estructuras dinámicas gaseosas, esencialmente planas, descritas por las ecuaciones de la Hidrodinámica en dos dimensiones. Aunque, en principio, esta afirmación puede parecer contradictoria, ya que la componente gaseosa del disco estaría formada por *burbujas* (elementos de fluido) cuyo movimiento tendría lugar prácticamente sin colisiones, con lo que difícilmente se podría justificar la utilización de técnicas hidrodinámicas para su estudio, un análisis más profundo de la situación permite la justificación del estudio hidrodinámico del fenómeno. En realidad, el fenómeno que se está analizando es similar al que se produce en Física de Plasmas cuando las partículas cargadas sometidas a un campo magnético intenso se mueven en órbitas de Larmor a causa de la fuerza de Lorentz. En ese caso, el movimiento perpendicular al campo magnético debido a la fuerza de Lorentz es isotrópico, y el radio de Larmor es equivalente al recorrido libre medio de las partículas en la nebulosa solar. Estos hechos justifican el uso de las ecuaciones no-colisionales de la magnetohidrodinámica para describir el movimiento del plasma en la dirección perpendicular a un fuerte campo magnético, puesto que el movimiento es lento en comparación con el periodo asociado a la frecuencia de Larmor y a gran escala en comparación con el radio de Larmor. El resultado anterior se conoce como Teorema de Chew, Goldberger y Low (1956). En el caso del disco de la nebulosa solar, los vórtices gaseosos son similares a las órbitas de Larmor de las partículas cargadas del plasma magnetizado. Si el radio de los vórtices es pequeño comparado con el radio del disco nebuloso, y en analogía con el caso magnetohidrodinámico descrito, la utilización de una descripción bidimensional está plenamente justificada, ya que el movimiento de las *burbujas* puede suponerse rápido en comparación con la velocidad de rotación del disco y a gran escala en comparación con el radio del vórtice.

La magnitud que a lo largo de este Capítulo se denominará radio del vórtice,

coincide básicamente con lo que en Meteorología se denomina el radio de Rossby-Obukhov o barotrópico. La escala de distancias en la que tienen lugar los movimientos de las *burbujas* equivale al radio de Rossby o baroclínico. Dado que se van a estudiar estructuras con tamaños intermedios entre el radio del disco y el radio baroclínico, ésto equivaldría a hablar de vórtices sinópticos o de mesoescala en la terminología aceptada en Meteorología.

En el estudio de la dinámica de las partículas, se utilizarán dos modelos distintos para la nebulosa protoplanetaria: una nebulosa solar de masa mínima (Whipple et al. 1972; Hayashi et al. 1985) y una nebulosa protoplanetaria masiva (Adams et al. 1989) en la que los efectos de la fuerza de gravedad debida al propio disco (auto-gravedad) tienen una importancia significativa. Además, en el caso de una nebulosa solar masiva la fuerza de reacción de la capa de gas sobre las partículas sólidas es más débil que para una nebulosa solar de masa mínima, ya que cuanto más masiva es la nebulosa más intensa es la turbulencia, así que la mezcla de las partículas es mayor y la densidad de la capa de partículas sólidas es menor. En el caso de sistemas en los que los efectos de la gravedad del propio disco son despreciables, las perturbaciones vorticales son capaces de mantenerse durante periodos de tiempo que exceden en gran medida el tiempo de respuesta dinámico del disco. Adams y Laughlin (1996) propusieron que los vórtices previamente formados podían persistir durante una fracción significativa de la existencia de los discos circunestelares. En cualquier caso, los efectos dinámicos que la gravedad del propio disco ejerce sobre las partículas en una nebulosa protoplanetaria de masa mínima son despreciables. Para comprender el papel que los vórtices presentes en el disco gaseoso de la nebulosa solar pudieron tener en la formación de los planetesimales a partir de las partículas sólidas es necesario responder a tres cuestiones principales: ¿cómo se forma un gran vórtice?, ¿cuáles son las características de los vórtices estables?, y ¿cómo afecta la presencia de un vórtice al movimiento de las partículas sólidas?. Durante los últimos cinco años se han obtenido respuestas a las dos primeras cuestiones, tanto en el cam-

po de los cálculos numéricos como en el de los experimentos hidrodinámicos clásicos (ver Nezlin y Snezhkin 1993 para una recopilación de los resultados en este campo). Simulaciones numéricas llevadas a cabo en 1996 y 1997 (Mehta y Flierl 1996a, 1996b, 1997) han permitido constatar que la vorticidad del disco concentrada en vórtices coherentes de gran tamaño persiste durante largo tiempo. Los vórtices más robustos pueden permanecer sin cambios apreciables durante escalas de tiempo del orden de  $10^4$  años a la distancia a la que actualmente está situado Júpiter. Cálculos más recientes, llevados a cabo por Godon y Livio (1999a, 1999b, 2000), han mostrado que en el caso más *realista* esta escala temporal es del orden de unos 300 años.

## 4.2 Ecuaciones básicas de un vórtice bidimensional

En esta Sección se describen de forma detallada las ecuaciones empleadas a lo largo del Capítulo para estudiar la viabilidad de los vórtices gaseosos como mecanismos físicos capaces de retener partículas sólidas y con ello facilitar la aparición de agregados de mayor tamaño. Desde un punto de vista estrictamente hidrodinámico, un vórtice es una región del espacio donde se produce concentración de vorticidad o rotación en torno a un centro fijo o móvil. En Mecánica de Fluidos la vorticidad se define mediante la ecuación:

$$(4.1) \quad \vec{\omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V}_g ,$$

siendo  $\vec{V}_g$  el campo de velocidades, en el caso considerado del gas nebular. Esta magnitud es una medida de la rotación local de los elementos de fluido, aunque la vorticidad no está relacionada de forma directa con la rotación global del fluido.

Las ecuaciones de Navier-Stokes del flujo (Acheson 1990) son:

$$(4.2) \quad \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial t} + (\vec{V}_g \vec{\nabla}) \vec{V}_g = -\frac{1}{\rho_g} \vec{\nabla} P + \frac{\eta_g}{\rho_g} \nabla^2 \vec{V}_g - GM_{\odot} \frac{\vec{r}}{r^3} ,$$

$$(4.3) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_g = 0 ,$$

donde  $P$  es la presión del gas,  $\eta_g$  es su viscosidad dinámica y  $\rho_g$  su densidad. Tomando

el rotacional de la ecuación (4.2) se obtiene:

$$(4.4) \quad \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{V}_g \vec{\nabla}) \vec{\omega} = (\vec{\omega} \vec{\nabla}) \vec{V}_g - \vec{\nabla} \frac{1}{\rho_g} \times \vec{\nabla} P + \frac{\eta_g}{\rho_g} \nabla^2 \vec{\omega}.$$

El segundo término del miembro derecho de la ecuación (4.4) es un término fuente para la vorticidad. Este término no es cero si  $P = P(\rho_g, T)$  (flujo baroclínico) y se anula si  $P = P(\rho_g)$  (flujo barotrópico). En general, la vorticidad puede ser generada por el desalineamiento de  $\vec{\nabla}(1/\rho)$  respecto a  $\vec{\nabla}P$  (inestabilidad baroclínica). El último término del miembro derecho de la ecuación (4.4) da cuenta de la disipación viscosa de la vorticidad. En ausencia de efectos disipativos (fluido ideal,  $\eta_g = 0$ ) y para un flujo barotrópico, el flujo de vorticidad en la superficie de un fluido es una cantidad que se conserva (teorema de circulación de Kelvin, Acheson 1990). Si el flujo no es exactamente barotrópico (como resultado, por ejemplo, del reprocesado de los fotones estelares), la vorticidad puede generarse directamente.

Como se puso de manifiesto con anterioridad, simulaciones recientes de flujos tanto incompresibles como compresibles han establecido de forma concluyente que, una vez formados, los vórtices anticiclónicos pueden sobrevivir durante decenas o centenares de órbitas (ver Godon y Livio 1999b, 2000 para una discusión detallada). Sin embargo, actualmente no está claro cómo se produce la formación inicial de los vórtices en el disco. Los resultados analíticos obtenidos por Adams y Watkins en 1995 por medio de una aproximación geostrófica han mostrado que son posibles muchos tipos diferentes de soluciones vorticales en discos circunestelares. Aunque se han sugerido diferentes mecanismos (McWilliams 1984, 1990; Kitchatinov et al. 1994; Lovelace et al. 1999; Fridman y Khoruzhii 1999) para explicar la formación de los vórtices, ninguno de ellos ha sido capaz de explicar con claridad este proceso hasta el momento. Godon y Livio (2000) han encontrado que los vórtices anticiclónicos pueden formarse a partir de una perturbación inicial aleatoria del campo de vorticidad. Si la vorticidad es generada continuamente a un ritmo constante en el flujo (por ejemplo mediante convección o impacto de cometas interestelares surgidos en la región de formación estelar), un gran vórtice puede formarse y subsistir (por ejemplo mediante la fusión

de vórtices más pequeños). Otro mecanismo propuesto para explicar la formación de vórtices en flujos keplerianos se fundamenta en la presencia de la inestabilidad baroclínica (Klahr y Bodenheimer 2000). Más recientemente, el trabajo de Li y sus colaboradores (2001) propone mecanismos físicos basados en la inestabilidad de las ondas de Rossby (Lovelace et al. 1999; Li et al. 2000a, b, 2001) que podrían producir vórtices de gran escala. A pesar de que los resultados de Li y su grupo (2001) han sido obtenidos con técnicas hidrodinámicas, sus campos de velocidades son prácticamente iguales a los obtenidos en esta Tesis, fruto de argumentos teóricos (ecs. (4.13), (4.14)).

En cualquier caso, el principal resultado numérico obtenido hasta el momento es la supervivencia de vórtices anticiclónicos coherentes en un flujo kepleriano sometido a fuerzas de cizalladura de gran magnitud (Godon y Livio 1999b). De acuerdo con Godon y Livio, se considerará que los vórtices ciclónicos se disipan rápidamente, mientras que los vórtices anticiclónicos pueden sobrevivir en el flujo durante decenas de órbitas. Cuando se genera más de un vórtice, éstos interaccionan entre sí mediante ondas de vorticidad y se fusionan unos con otros para dar lugar a vórtices de mayor tamaño en un corto lapso de tiempo, de manera que los cálculos se restringirán a un único vórtice rotando alrededor del Sol a una distancia  $a_o$  en una órbita circular kepleriana. Aunque en parte de los cálculos presentados en esta Tesis se considera que el vórtice es estacionario o completamente estable (es decir, su amplitud es constante), Godon y Livio (1999b) han demostrado que la amplitud del vórtice decrece de acuerdo con la ley  $A \propto e^{-t/\tau}$ , donde  $\tau$ , escala temporal de disipación del vórtice, se incrementa a medida que la viscosidad turbulenta disminuye. Este hecho es una consecuencia del último término de la ecuación (4.4) que da cuenta de la disipación viscosa de la vorticidad. Con el objeto de simular la disipación del vórtice se considera un radio del vórtice dependiente del tiempo dado por la ecuación:

$$(4.5) \quad R = R_o e^{-t/\tau},$$

donde  $R_o$  es el valor inicial del radio del vórtice. En sus simulaciones, Bracco y sus co-

laboradores (1998, 1999) han mostrado que la formación de vórtices coherentes es posible cuando los parámetros del disco protoplanetario toman los valores comúnmente aceptados para la nebulosa solar. Sin embargo, Godon y Livio (1999b) han mostrado que la vida media de los vórtices es inversamente proporcional al parámetro  $\alpha$ , y su valor sería de unos 10–100 periodos orbitales con  $\alpha \approx 10^{-4}$ – $10^{-3}$ . Aunque se está estudiando el caso menos favorable, en este Capítulo se conserva el modelo estándar de nebulosa solar para facilitar la comparación con los trabajos de investigación clásicos en este campo. En los cálculos que se han llevado a cabo, el tamaño característico (o radio) inicial del vórtice es igual al espesor  $H$  de la nebulosa y corresponde al límite para los movimientos subsónicos.

A gran distancia del centro del vórtice, el gas de la Nebulosa rota con velocidad kepleriana (líneas de corriente circulares); en un sistema de referencia centrado en el Sol la velocidad del gas del disco, solución de las ecuaciones de Euler en el caso incompresible, está descrita por la ecuación (4.11). Para el vórtice se emplea una versión modificada del campo de velocidades utilizado por Barge y Sommeria (1994, 1995), en el cual los movimientos del gas cerca del vórtice son descritos por medio de movimientos epicíclicos clásicos. En el movimiento del gas, el centro geométrico del vórtice es considerado como centro guía, y dentro del vórtice el flujo es descrito mediante la aproximación epicíclica (la cual es solución de las ecuaciones de Euler de un fluido incompresible). Considerando el gas como un fluido ideal en el que los efectos de la viscosidad y la conductividad térmica son despreciables, las ecuaciones de Euler que describen el movimiento del fluido mediante el campo de velocidades en coordenadas cartesianas, constituidas por las componentes de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento y la ecuación de continuidad, son:

$$\begin{aligned}
 (4.6) \quad & \frac{\partial V_X}{\partial t} + V_X \frac{\partial V_X}{\partial X} + V_Y \frac{\partial V_X}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X}, \\
 & \frac{\partial V_Y}{\partial t} + V_X \frac{\partial V_Y}{\partial X} + V_Y \frac{\partial V_Y}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial Y}, \\
 & \frac{\partial V_X}{\partial X} + \frac{\partial V_Y}{\partial Y} = 0.
 \end{aligned}$$

Si se considera el caso incompresible, estacionario y suponiendo que el movimiento del fluido apenas afecta al gradiente de presiones que puede obtenerse utilizando la hipótesis de equilibrio hidrostático, se estarían resolviendo las ecuaciones de Euler de orden cero y el gradiente de presiones en coordenadas polares vendría dado por  $|dP/dr| = \rho G M_{\odot}/r^2 = \rho \Omega^2 r$  y en cartesianas por  $dP/dX = \rho \Omega^2 X$  y  $dP/dY = \rho \Omega^2 Y$ , donde  $\Omega$  es la frecuencia kepleriana ( $\sqrt{GM_{\odot}/r^3}$ ),  $G$  es la constante de la Gravitación Universal,  $X$  e  $Y$  las coordenadas cartesianas de posición, y  $M_{\odot}$  es la masa del Sol. Sustituyendo en el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (4.6) se obtiene:

$$(4.7) \quad V_X \frac{\partial V_X}{\partial X} + V_Y \frac{\partial V_X}{\partial Y} = -\Omega^2 X ,$$

$$(4.8) \quad V_X \frac{\partial V_Y}{\partial X} + V_Y \frac{\partial V_Y}{\partial Y} = -\Omega^2 Y ,$$

$$(4.9) \quad \frac{\partial V_X}{\partial X} + \frac{\partial V_Y}{\partial Y} = 0 .$$

Sustituyendo la ecuación (4.9) en las ecuaciones (4.7) y (4.8), se llega al sistema:

$$(4.10) \quad \begin{aligned} -V_X \frac{\partial V_Y}{\partial Y} + V_Y \frac{\partial V_X}{\partial Y} &= -\Omega^2 X , \\ V_X \frac{\partial V_Y}{\partial X} - V_Y \frac{\partial V_X}{\partial X} &= -\Omega^2 Y . \end{aligned}$$

Las soluciones del sistema de ecuaciones (4.10) para el campo de velocidades en cartesianas son:

$$(4.11) \quad \begin{aligned} V_X &= -\Omega Y , \\ V_Y &= \Omega X . \end{aligned}$$

Si las soluciones dadas por las ecuaciones (4.11) se escriben en un sistema de referencia centrado en el vórtice con  $x$  la coordenada azimutal e  $y$  la coordenada radial, se tiene:

$$(4.12) \quad \begin{aligned} (V_g)_x &= -\frac{1}{2} \Omega y , \\ (V_g)_y &= \frac{1}{2} \Omega x . \end{aligned}$$



Dado que el sistema de ecuaciones (4.12) es local al vórtice, pero éste a su vez está girando en el seno de un disco en el que está definido un campo de velocidades descrito por las ecuaciones (4.11), es necesario conectar ambos campos de velocidades mediante alguna transformación matemática que proporcione una transición suave desde un grupo de ecuaciones a otro. Por otra parte, dicha transformación debe reproducir cualitativamente comportamientos como los observados en remolinos terrestres. Una de las funciones que intuitivamente cumple estos requisitos es la exponencial decreciente. Por tanto, la transformación que, como se verá más adelante, verifica todas estas restricciones es:

$$(4.13) \quad (V_g)_x = -\frac{3}{2} \Omega_o y - \frac{3}{f^2 - 1} \Omega_o y e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{f^2+1}y^2)}{2R^2}},$$

$$(4.14) \quad (V_g)_y = \frac{3}{2} \frac{(f^2 + 1)}{f(f^2 - 1)} \Omega_o x e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{f^2+1}y^2)}{2R^2}},$$

donde  $R = R_v$  es el tamaño característico del vórtice, o radio del mismo. El parámetro  $f$  es el parámetro de elipticidad o elongación del vórtice,  $f = a/b$ , con valores en el rango  $(1, \infty)$ , donde  $a$  y  $b$  son los semiejes mayor y menor del vórtice. El campo de velocidades dado por las ecuaciones (4.13) y (4.14) no es una solución exacta de las ecuaciones de Euler bidimensionales incompresibles, sino que constituye una solución aproximada a primer orden. Sin embargo, este campo de velocidades reproduce el comportamiento estándar ( $dx/dt = -(3/2)\Omega_o y$ ,  $dy/dt = 0$ ), constituyendo una solución exacta (a primer orden) fuera del vórtice. Teniendo en cuenta que el vórtice es una estructura disipativa, debe introducirse un decrecimiento exponencial con el tiempo en la ecuación de  $R_v$  que dé cuenta de su disminución de tamaño. La ecuación a considerar es  $R_v = R_o e^{-t/\tau_v}$ , donde  $R_o$  es el tamaño inicial del vórtice y  $\tau_v$  es la vida media característica del mismo de valor  $\tau_v \sim 600$  años. Estas expresiones equivalen a obtener soluciones separables para el sistema de ecuaciones (4.10).

Las ecuaciones del campo de velocidades del gas anteriormente descritas verifican la tercera de las ecuaciones de Euler, también llamada condición de incompres-

sibilidad bidimensional:

$$(4.15) \quad \frac{\partial(V_g)_x}{\partial x} + \frac{\partial(V_g)_y}{\partial y} = \left( \frac{3\Omega_o y x}{R^2(f^2 - 1)} - \frac{3\Omega_o y x}{R^2(f^2 - 1)} \right) e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{f^2+1}y^2)}{2R^2}} = 0 .$$

Para comprobar que se verifican las dos primeras ecuaciones de Euler se restringirán los cálculos al caso de proximidad al centro del vórtice, de manera que la exponencial pueda aproximarse por uno, esto es  $e^{-(x^2 + \frac{2f}{f^2+1}y^2)/2R^2} \approx 1$ . En este caso, el campo de velocidades toma la forma:

$$(4.16) \quad \begin{aligned} (V_g)_x &\approx -\frac{3}{2} \left( \frac{f^2 + 1}{f^2 - 1} \right) \Omega_o y , \\ (V_g)_y &\approx \frac{3}{2} \frac{(f^2 + 1)}{f(f^2 - 1)} \Omega_o x . \end{aligned}$$

Las ecuaciones (4.16) son una solución exacta (en sentido estricto) de las ecuaciones bidimensionales de Euler incompresibles. Esta nueva solución, obtenida por primera vez en esta Tesis, es diferente de la solución clásica (Saffman 1992) utilizada por Chavanis (2000). Por tanto, el campo de velocidades obtenido es una solución exacta dentro y fuera del vórtice y aproximada (a primer orden) entre ambas situaciones. Sustituyendo en las dos primeras ecuaciones de Euler se obtienen las siguientes ecuaciones en derivadas parciales para la presión:

$$(4.17) \quad -\frac{3}{2} \Omega_o \left( \frac{f^2 + 1}{f^2 - 1} \right) (V_g)_y - \frac{9}{4} \frac{(1 + f^2)^2}{f(f^2 - 1)^2} \Omega_o^2 x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} ,$$

$$(4.18) \quad \frac{3}{2} \Omega_o \frac{(f^2 + 1)}{f(f^2 - 1)} (V_g)_x - \frac{9}{4} \frac{(1 + f^2)^2}{f(f^2 - 1)^2} \Omega_o^2 y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} .$$

Incluyendo en las ecuaciones anteriores las expresiones de  $(V_g)_x$  y  $(V_g)_y$  se llega al sistema de ecuaciones:

$$(4.19) \quad \begin{aligned} \frac{9}{2} \frac{\Omega_o^2 \rho x (1 + f^2)^2}{f(f^2 - 1)^2} &= \frac{\partial P}{\partial x} , \\ \frac{9}{2} \frac{\Omega_o^2 \rho y (1 + f^2)^2}{f(f^2 - 1)^2} &= \frac{\partial P}{\partial y} . \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones en derivadas parciales para la presión (4.19), se llega a la ecuación:

$$(4.20) \quad P(x, y) = \frac{9}{4} \frac{\Omega_o^2 \rho (1 + f^2)^2}{f(f^2 - 1)^2} (x^2 + y^2) + K.$$

Para determinar la constante  $K$  de la presión se impone la condición frontera para  $x = 0$  e  $y = 0$  como el valor de la presión a la distancia del vórtice  $d_v$ , esto es:  $P(0, 0) = (\rho_o/\mu) R_g T_o (d_v/r_o)^{-(s+q)}$ , siendo  $s$  una función de los parámetros de la nebulosa protoplanetaria  $p$  y  $q$ . En el caso que se estudia y para el modelo adoptado en esta Tesis, los valores de  $p$  y  $q$  son  $p = 3/2$ ,  $q = 1/2$  y el valor de  $s$  es  $s = (2p - q + 3)/2 = 11/4$ . Teniendo en cuenta estos valores de los parámetros nebulares la constante  $K$  tendría el valor de:

$$(4.21) \quad K = P(d_v) = \frac{\rho_o R_g T_o}{\mu} \left(\frac{d_v}{r_o}\right)^{-13/4}.$$

Considérese el movimiento de una partícula sólida cerca de un vórtice situado a distancia heliocéntrica  $r_o$  del Sol. El movimiento de la partícula de polvo en un sistema inercial de referencia  $(X, Y)$  centrado en el Sol (ver Figura (4.1)), bajo las hipótesis consideradas en esta Tesis, viene descrito por la ecuación:

$$(4.22) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -GM_\odot \frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{u}}{T_s},$$

donde  $\vec{u} = \vec{v} - \vec{V}_g$  y  $\vec{V}_g$  es la velocidad del gas.  $T_s$  es el tiempo de frenado, es decir, la escala temporal característica de fricción que depende de la masa y la velocidad de las partículas, pero también de la distancia heliocéntrica.

Por conveniencia, considérese un sistema de referencia adicional centrado en el vórtice y rotando con velocidad angular constante  $\Omega_o = \sqrt{GM_\odot/r_o^3}$ , (ver Figura (4.1)) en el cual las coordenadas de la partícula son  $(x, y)$ . Este sistema de referencia cartesiano no inercial es tal que el eje  $y$  apunta en la dirección opuesta al Sol. En el sistema inercial de referencia las coordenadas de posición son  $X = r \cos \theta$  e  $Y = r \sin \theta$

y en términos de las variables  $x$  e  $y$  centradas en un punto  $(r_o, \theta_o)$ , posición del vórtice, rotando con el disco, se obtienen las ecuaciones:

$$(4.23) \quad \begin{aligned} r &= r_o + y, \\ x &= r(\theta - \theta_o) = r(\theta - \Omega_o t). \end{aligned}$$

De manera que la relación entre las coordenadas  $(X, Y)$  y  $(x, y)$  viene dada por:

$$(4.24) \quad \begin{aligned} X &= (r_o + y) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}), \\ Y &= (r_o + y) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}). \end{aligned}$$

En función de estas variables y derivando con respecto al tiempo el sistema de ecuaciones (4.24), el campo de velocidades queda en la forma:

$$(4.25) \quad \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{dy}{dt} \cos(\theta_o + \frac{x}{r}) - \Omega_v(r_o + y) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}), \\ \frac{dY}{dt} &= \frac{dy}{dt} \sin(\theta_o + \frac{x}{r}) + \Omega_v(r_o + y) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}), \end{aligned}$$

donde  $\Omega_v = \Omega_o + (1/r) dx/dt - (x/r^2) dy/dt$ , siendo  $\Omega_o = d\theta_o/dt$ . Utilizando el sistema de ecuaciones (4.24), las ecuaciones (4.25) para el campo de velocidades quedan en la forma:

$$(4.26) \quad \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\Omega_o Y + \frac{1}{r} \frac{dy}{dt} X - (\Omega_v - \Omega_o) Y, \\ \frac{dY}{dt} &= \Omega_o X + \frac{1}{r} \frac{dy}{dt} Y + (\Omega_v - \Omega_o) X. \end{aligned}$$

Las ecuaciones (4.26) para el campo de velocidades  $(dX/dt, dY/dt)$  deben tender a las expresiones estándar a gran distancia del vórtice:

$$(4.27) \quad \begin{aligned} (V_g)_x &= \frac{dX}{dt} = -\Omega Y, \\ (V_g)_y &= \frac{dY}{dt} = \Omega X. \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones (4.27) describe el campo de velocidades axialmente simétrico kepleriano del gas no perturbado por turbulencia vortical. Teniendo en cuenta

las hipótesis y aproximaciones consideradas en esta Tesis, un campo de velocidades vortical estacionario sería una solución de las ecuaciones de Euler incompresibles y bi-dimensionales y debería tender al campo de velocidades kepleriano estándar fuera del vórtice. Con el objeto de cumplir estas importantes restricciones físico-matemáticas, el campo de velocidades en el sistema de referencia rotante viene dado por:

$$(4.28) \quad \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{3}{2} \Omega_o y - \frac{3}{f^2 - 1} \Omega_o y e^{-\frac{(x^2 + hy^2)}{2R^2}}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{3}{2} \frac{1 + f^2}{f(f^2 - 1)} \Omega_o x e^{-\frac{(x^2 + hy^2)}{2R^2}}, \end{aligned}$$

donde  $h = 2f/(1 + f^2)$  y  $f$  es un parámetro del modelo. Como se estableció anteriormente, este campo de velocidades tiende al campo de velocidades estándar fuera del vórtice:  $dx/dt = -(3/2) \Omega_o y$ ,  $dy/dt = 0$ . Dentro del vórtice, las ecuaciones (4.28) tienden al campo de velocidades:

$$(4.29) \quad \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{3}{2} \Omega_o y \frac{1 + f^2}{f^2 - 1}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{3}{2} \Omega_o x \frac{1 + f^2}{f(f^2 - 1)}. \end{aligned}$$

El sistema de ecuaciones (4.29) da lugar a líneas de corriente que son elipses keplerianas con elongación  $f = a/b$  ( $a$ ,  $b$  son los semiejes en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente). La elongación es el parámetro  $q$  utilizado por Chavanis (2000). Si  $f$  tiende a 1 se obtiene un vórtice circular y si  $f \rightarrow \infty$  se obtiene un vórtice infinitamente elongado. Los vórtices utilizados por Barge y Sommeria (1994, 1995) tenían elongación igual a 2, los vórtices utilizados por Tanga y sus colaboradores (1996) tenían elongación  $f \approx 4$ , el rango para  $f$  en el trabajo de Bracco y su grupo (1998, 1999) es  $1,7 - 2,5$  y Godon y Livio (1999b, 2000) encontraron vórtices con una elongación en el rango  $f \approx 4 - 10$ .

Un parámetro clave para un flujo rotacional es su vorticidad ( $\omega = \vec{\nabla} \times \vec{v}$ ). En el flujo bidimensional el parámetro más interesante es el módulo de la vorticidad, en el caso que se está estudiando el valor de ese parámetro es:

$$(4.30) \quad \omega = \frac{3}{2} \frac{f^2 + 1}{f(f - 1)} \Omega_o.$$

Para vórtices circulares, la ecuación (4.30) da un valor infinito, mientras que para vórtices muy elongados tiende al valor  $(3/2)\Omega_o$ . El vórtice utilizado por Barge y Sommeria (1994, 1995) poseía un valor de la elongación  $f = 2$  pero no era una solución exacta de las ecuaciones de Euler incompresibles, por lo que el valor del módulo de la vorticidad que ellos obtuvieron era  $\omega = (5/2) \Omega_o$  en lugar del valor correcto,  $\omega = (15/4) \Omega_o$ . Los vórtices realistas utilizados por Tanga y sus colaboradores (1996) tenían  $\omega \approx 2,1 \Omega_o$  y los vórtices muy elongados empleados por Godon y Livio (1999b, 2000) con  $f = 10$  tenían  $\omega \approx 1,7 \Omega_o$ . Los vórtices menos elongados formados en los experimentos numéricos de Godon y Livio tenían  $f = 4$ . De esta forma, el campo de velocidades vortical anticiclónico que se está considerando aquí es capaz de reproducir los resultados para los vórtices utilizados por otros autores. Si se tienen en cuenta las ecuaciones anteriores, el campo de velocidades del gas en torno al vórtice puede escribirse en la forma:

$$(4.31) \quad \begin{aligned} (V_g)_x &= -\Omega_o Y \left(1 - \frac{3}{2} \frac{y}{r_o}\right) + \Omega_f \left(\frac{2}{h} x X + 2 y Y\right) K_e, \\ (V_g)_y &= \Omega_o X \left(1 - \frac{3}{2} \frac{y}{r_o}\right) + \Omega_f \left(\frac{2}{h} x Y - 2 y X\right) K_e, \end{aligned}$$

donde  $\Omega_f = (3/2) \Omega_o / r \left(1/(f^2 - 1)\right)$  y  $K_e = e^{-(x^2 + hy^2)/2R^2}$ .

A primer orden, las ecuaciones (4.31) convergen a las expresiones estándar correspondientes a la vecindad del vórtice (ecuaciones (4.27)). Un ejemplo de líneas de corriente para este campo de velocidades con un valor de la elongación  $f = 4$  se muestra en la Figura (4.2).

Por otra parte, es conveniente relacionar el campo de velocidades del gas con la función de corriente,  $\psi$ , ya que esta magnitud es una forma muy útil de representar flujos que son incompresibles y bidimensionales. Las ecuaciones que relacionan la función de corriente y el campo de velocidades del gas en torno al vórtice son:

$$(4.32) \quad \begin{aligned} (V_g)_x &= \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\ (V_g)_y &= -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \end{aligned}$$

donde  $(V_g)_x$  y  $(V_g)_y$  son las componentes del campo de velocidades del fluido, que

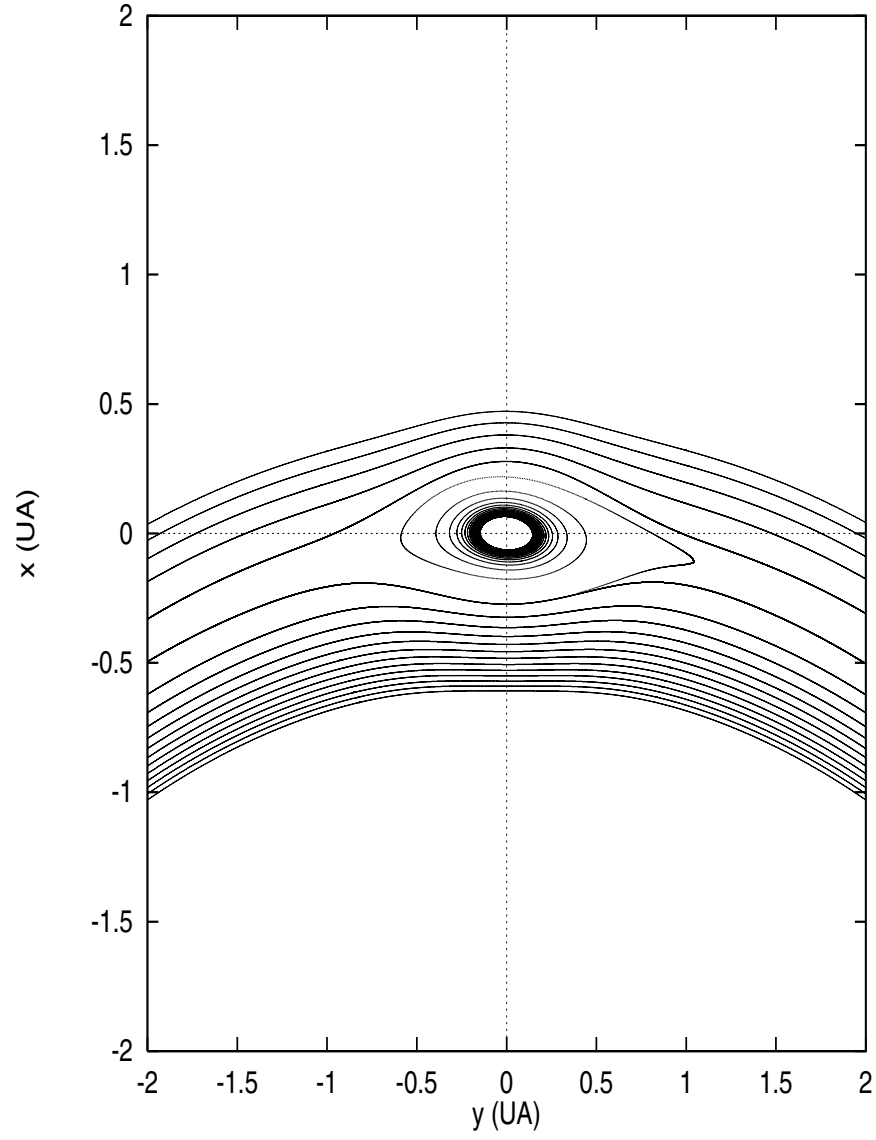


Figura 4.2: Patrón de flujo en la nebulosa solar para la solución aproximada (sistema de ecuaciones (4.31)) descrita en el texto. El parámetro  $f$  para estas líneas de corriente es 4, un valor típico que concuerda con las predicciones resultantes de simulaciones hidrodinámicas (Godon y Livio 1999a, b, 2000) y de la teoría (Chavanis 2000).

satisfacen la condición de incompresibilidad bidimensional:

$$(4.33) \quad \frac{\partial(V_g)_x}{\partial x} + \frac{\partial(V_g)_y}{\partial y} = 0 .$$

La propiedad fundamental de la función de corriente proviene del cálculo de la derivada convectiva de esta función, teniendo en cuenta que corresponde a un flujo estacionario:

$$(4.34) \quad (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\psi = (V_g)_x \frac{\partial\psi}{\partial x} + (V_g)_y \frac{\partial\psi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial y} = 0 .$$

Como muestra esta ecuación,  $\psi$  es constante a lo largo de una línea de corriente. Esta magnitud proporciona un método efectivo para calcular las líneas de corriente de un flujo incompresible bidimensional; si se puede encontrar  $\psi(x, y, t)$  mediante integración indefinida de las ecuaciones en derivadas parciales que definen  $\psi$ , pueden obtenerse las ecuaciones de las líneas de corriente.

Resolviendo el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (4.32):

$$(4.35) \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = -\frac{3}{2} \Omega_o y - \frac{3}{f^2 - 1} \Omega_o y e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} ,$$

$$(4.36) \quad -\frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{3}{2} \frac{(1+f^2)}{f(f^2-1)} \Omega_o x e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} .$$

Integrando parcialmente la ecuación (4.36) se obtiene:

$$(4.37) \quad \psi(x, y) = -\frac{3\Omega_o(1+f^2)}{2f(f^2-1)} e^{\frac{-fy^2}{(1+f^2)R^2}} \int x e^{\frac{-x^2}{2R^2}} dx = \frac{3}{2} \frac{(1+f^2)\Omega_o R^2}{f(f^2-1)} e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} + h(y) .$$

Para determinar la función  $h(y)$  se deriva la ecuación (4.37) con respecto a  $y$  y se iguala a la ecuación (4.35) obteniéndose:

$$(4.38) \quad \frac{-3fy(1+f^2)\Omega_o R^2}{R^2 f(f^2-1)(1+f^2)} e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} + \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{3}{2} \Omega_o y - \frac{3}{f^2-1} \Omega_o y e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} .$$

De la ecuación (4.38):  $\partial h / \partial y = -(3/2)\Omega_o y$ . Integrando para llegar a la expresión de la función  $h(y)$  se obtiene:  $h(y) = -(3/4)\Omega_o y^2 + K$ . Sustituyendo el valor de  $h(y)$



en la ecuación (4.37) se obtiene la función de corriente:

$$(4.39) \quad \psi(x, y) = \frac{3}{2} \frac{(1 + f^2) \Omega_o R^2}{f(f^2 - 1)} e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} - \frac{3}{4} \Omega_o y^2 + K.$$

Imponiendo la condición inicial para determinar la constante  $K$  de la ecuación (4.39), se establece que en el centro del vórtice la función de corriente debería ser nula, es decir:  $\psi(0, 0) = 0$ . El valor de  $K$  para que se cumpla es:

$$(4.40) \quad K = -(3/2)(1 + f^2)\Omega_o R^2 / (f(f^2 - 1)).$$

Considerando este valor de  $K$ , la expresión final de la función de corriente puede escribirse como:

$$(4.41) \quad \psi(x, y) = \frac{3}{2} \frac{(1 + f^2) \Omega_o R^2}{f(f^2 - 1)} \left( e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} - 1 \right) - \frac{3}{4} \Omega_o y^2.$$

Si se quiere obtener una expresión de la función de corriente válida cerca del centro del vórtice, puede utilizarse el desarrollo en serie de Taylor de la exponencial decreciente:

$$(4.42) \quad e^{\frac{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2}} = 1 - \frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2} + \frac{1}{2} \frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)^2}{4R^4} - \dots,$$

y sustituir el desarrollo en la ecuación (4.41) para obtener la expresión:

$$(4.43) \quad \psi(x, y) = \frac{3}{2} \frac{(1 + f^2) \Omega_o R^2}{f(f^2 - 1)} \left( -\frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)}{2R^2} + \frac{1}{2} \frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)^2}{4R^4} + \dots \right) - \frac{3}{4} \Omega_o y^2.$$

Considerando el caso de cercanía al centro del vórtice:  $(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)/2R^2 \ll 1$ , obteniéndose para la función de corriente cerca del centro del vórtice:

$$(4.44) \quad \psi(x, y) = -\frac{3(1 + f^2)\Omega_o}{4f(f^2 - 1)} \left( x^2 + \frac{2f}{1 + f^2} y^2 \right) - \frac{3}{4} \Omega_o y^2 = -\frac{3\Omega_o(f^2 + 1)}{4f(f^2 - 1)} (x^2 + f y^2).$$

Por otra parte y a gran distancia del vórtice se puede decir que se satisface:

$e^{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)/2R^2} \rightarrow e^{-\infty} = 0$ , y si se sustituye esta expresión en la ecuación de la función de corriente (ecuación (4.41)) se obtiene:

$$(4.45) \quad \psi(x, y) \approx -\frac{3}{2} \frac{(1+f^2) \Omega_o R^2}{f(f^2-1)} - \frac{3}{4} \Omega_o y^2 = -\frac{3}{2} \Omega_o \left( \frac{(f^2+1)R^2}{f(f^2-1)} + \frac{y^2}{2} \right).$$

La función de corriente que aparece en esta Tesis (ecuación (4.41) y Figura (4.2)) y que fue obtenida por el autor en colaboración con el Dr. P. Barge (de la Fuente Marcos y Barge 2001), difiere claramente de la función de corriente empleada por Barge y Sommeria en sus trabajos pioneros en este campo (Barge y Sommeria 1994, 1995), que tenía la forma:

$$(4.46) \quad \psi(x, y) = -\frac{\Omega R^2}{4} \left( \frac{3y^2}{R^2} - e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2R^2}} \right).$$

El campo de velocidades que se ha obtenido anteriormente (sistema de ecuaciones (4.31)), da lugar a dos tipos de líneas de corriente:

1. líneas de corriente circulares (cuando no está presente ningún vórtice),
2. líneas de corriente elípticas (las partículas de fluido tienen la misma velocidad que en el caso de las órbitas keplerianas de dos cuerpos) con diversas excentricidades y una línea de ápsides constante (como es necesario en el campo de velocidades de un vórtice).

En un sistema de referencia centrado en el Sol y rotando con la velocidad del gas ( $\Omega_o$ ), ver Figura (4.1), las órbitas circulares conducen a movimientos cuyo sentido depende de si la partícula es más lenta o más rápida que  $a_o\Omega_o$ . Por otra parte, las órbitas elípticas conducen a oscilaciones alrededor de un centro guía (vórtice). La representación de las trayectorias en un sistema de referencia centrado en el Sol pero rotando con el movimiento del gas (o centro del vórtice) conduce a partículas orbitando alrededor del Sol al principio; después, cuando las partículas alcanzan

el vórtice, siguen una trayectoria espiral alrededor del centro del vórtice (si son capturadas) o continúan rotando alrededor del Sol (después de haber sido deflectadas). En un sistema inercial de referencia las trayectorias de las partículas caen hacia el Sol siguiendo una espiral, pero en el sistema de referencia rotante discutido arriba son más complejas. La separación entre órbitas adyacentes de las partículas se incrementa cuando la partícula se aproxima al vórtice, ya que el movimiento radial se mantiene constante mientras que el movimiento azimutal es cada vez más lento. Una vez que la partícula cruza la órbita del vórtice (si no es capturada), su velocidad azimutal cambia de sentido y la espiral se hace más apretada. Estas trayectorias se denominan órbitas con forma de banana (ver Figura (3.3), Capítulo 3).

Si se considera una aproximación local y se emplea un sistema de ejes de coordenadas cartesianas, donde  $x$  es la dirección radial,  $y$  la dirección azimutal, y  $z$  la dirección vertical, pueden estudiarse las condiciones bajo las que las partículas tienden a acumularse en la región donde está el vórtice. Se pueden identificar las regiones de convergencia con aquellas localizaciones donde la divergencia de la velocidad de la partícula es negativa. Considerando la ecuación del momento linealizada en el sistema de coordenadas mencionado:

$$(4.47) \quad \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial t} = \vec{g} - 2 \vec{\Omega} \times \vec{u} + 2 q \Omega^2 \frac{\vec{x}}{|x|} - T_s^{-1} (\vec{u} - \vec{V}_g) .$$

siendo  $\vec{V}_g$  la velocidad del gas,  $\vec{u}$  la velocidad de la partícula,  $q$  el exponente que proporciona la dependencia de la temperatura con el radio en la nebulosa protoplanetaria (ver Capítulo 3),  $\vec{x}/|x|$  es un vector unitario en la dirección radial y  $T_s$  es el tiempo de frenado. En discos delgados,  $\vec{g} = (0, 0, -\Omega^2 z)$ . En el caso especial  $T_s^{-1} = 0$ , esta ecuación tiene la solución estacionaria  $\vec{u} = -q \Omega x (\vec{y}/|y|)$ , donde  $\vec{y}/|y|$  es el vector unitario en la dirección  $y$ . Utilizando la aproximación de Barge y Sommeria (1995) y de Tanga y sus colaboradores (1996), se considerará únicamente el caso bidimensional, siendo  $\vec{V}_g = ((V_g)_x, (V_g)_y, 0)$ , con  $\partial/\partial z = 0$ , y  $\vec{\Omega} = (0, 0, \Omega)$ . Suponiendo, además, que el flujo de gas es solenoidal:  $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_g = 0$ . Si se calculan por separado el rotacional y la divergencia de esta ecuación, se obtienen dos ecuaciones

escalares para las dos incógnitas:  $\vec{\nabla} \vec{u}$  y  $2 \vec{\Omega} \vec{\omega}_s$ , donde  $\vec{\omega}_s = \vec{\nabla} \times \vec{u}$  es la vorticidad de la partícula. La expresión para la vorticidad en el caso bidimensional queda reducida a  $\omega_s = \partial_x(V_g)_y - \partial_y(V_g)_x$ . Las ecuaciones escalares mencionadas quedan en la forma:

$$(4.48) \quad \frac{\partial}{\partial t}(2 \vec{\Omega} \vec{\omega}_s) = -4 \Omega^2 (\vec{\nabla} \vec{u}) - 2 \vec{\Omega} T_s^{-1}(\vec{\omega}_s - \vec{\omega}),$$

$$(4.49) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \vec{u}) = 2 \vec{\Omega} \vec{\omega}_s + (2q - 1) \Omega^2 - T_s^{-1}(\vec{\nabla} \vec{u}).$$

teniendo en cuenta que:  $\vec{\nabla} \vec{g} = -\Omega^2$ ,  $\vec{\nabla}(\vec{\Omega} \times \vec{u}) = \vec{u}(\vec{\nabla} \times \vec{\Omega}) - \vec{\Omega}(\vec{\nabla} \times \vec{u}) = -\vec{\Omega} \vec{\omega}_s$ ,  $\vec{\nabla}(\Omega^2 \vec{x}/|x|) = \Omega^2$  y  $\vec{\nabla}(T_s^{-1}(\vec{u} - \vec{V}_g)) = T_s^{-1} \vec{\nabla} \vec{u}$ . Además se verifica:  $\vec{\nabla} \times \vec{u} = \vec{\omega}_s$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{V}_g = \vec{\omega}$ ,  $\vec{\nabla} \times \vec{g} = 0$ ,  $\vec{\nabla} \times (\Omega^2 \vec{x}/|x|) = 0$  y  $\vec{\nabla} \times (\vec{\Omega} \times \vec{u}) = (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\Omega} - \vec{u}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega}) - (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \vec{\Omega}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) = \vec{\Omega}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})$ . Si se elimina  $2 \vec{\Omega} \vec{\omega}_s$  utilizando las ecuaciones (4.48) y (4.49), se obtiene finalmente la ecuación:

$$(4.50) \quad [4\Omega^2 T_s^2 + (1 + T_s \partial_t)^2](\vec{\nabla} \vec{u}) = \vec{\Omega} T_s [2\vec{\omega} + (2q - 1)\vec{\Omega}].$$

Suponiendo rotación kepleriana de la partícula en una nebulosa de masa mínima, el valor de  $q$  es  $3/2$ . En estado estacionario la ecuación (4.50) se reduce a:

$$(4.51) \quad [4\Omega^2 T_s^2 + 1](\vec{\nabla} \vec{u}) = 2 \vec{\Omega} T_s [\vec{\omega} + \vec{\Omega}],$$

y la partícula será capturada por el vórtice cuando la divergencia del flujo de la velocidad de la partícula sea negativa, esto es:

$$(4.52) \quad 2 \vec{\Omega} (\vec{\omega} + \vec{\Omega}) < 0.$$

En ausencia de cizalladura turbulenta, la captura de las partículas por el vórtice ocurriría en aquellos lugares donde la vorticidad del gas es opuesta al vector de rotación, es decir el vórtice debería ser anticiclónico. Este resultado está en concordancia con las conclusiones obtenidas por Tanga y sus colaboradores (1996) y con los resultados obtenidos por Godon y Livio (Godon y Livio 1999a, 1999b, 2000).

### 4.3 Condiciones de captura de las partículas en el vórtice

Como se verá en el desarrollo de este Capítulo, los resultados numéricos muestran claramente que la eficiencia de captura depende no sólo del valor del arrastre del gas y de la distancia heliocéntrica, sino también de la elongación (forma geométrica) del vórtice. Con el propósito de estudiar esta dependencia analíticamente, considérese el siguiente problema de autovalores. Las coordenadas de posición en el sistema de referencia centrado en el vórtice correspondientes a la solución de captura, vienen dadas por las expresiones:  $x = x_i e^{-\lambda t}$  e  $y = y_i e^{-\lambda t}$ , donde  $t$  es el tiempo,  $\lambda$  es el autovalor y  $(x_i, y_i)$  son las coordenadas de la partícula cuando ésta se aproxima al vórtice en el sistema de referencia rotante, ver Figura (4.1), y el autovalor es un número complejo con parte real positiva (en caso de captura); verificándose por tanto que  $dx/dt = -\lambda x$ ,  $dy/dt = -\lambda y$ ,  $d^2x/dt^2 = \lambda^2 x$  y  $d^2y/dt^2 = \lambda^2 y$ . Una vez que se obtenga una ecuación secular de segundo grado en  $\lambda$  y si las soluciones de la misma son complejas conjugadas, resultando negativo el discriminante de la ecuación, habrá quedado demostrado analíticamente que las partículas pueden ser capturadas por el vórtice y en que condiciones ésto se produce.

El cálculo comienza con las ecuaciones de movimiento de las partículas sometidas al arrastre por fricción del gas nebular:

$$(4.53) \quad \begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= -GM_{\odot} \frac{X}{r^3} - \frac{(\frac{dX}{dt} - (V_g)_X)}{T_s}, \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= -GM_{\odot} \frac{Y}{r^3} - \frac{(\frac{dY}{dt} - (V_g)_Y)}{T_s}, \end{aligned}$$

donde  $T_s$  es el tiempo de frenado y  $r = r_o + y$ . Para  $X, Y$  se obtienen las ecuaciones:

$$(4.54) \quad \begin{aligned} X &= (r_o + y) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}), \\ Y &= (r_o + y) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}). \end{aligned}$$

Siendo  $d\theta_o/dt = \Omega_o$  y derivando las ecuaciones (4.54) respecto al tiempo para obtener

$dX/dt$  y  $dY/dt$ :

$$(4.55) \quad \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \frac{dy}{dt} \cos(\theta_o + \frac{x}{r}) - (r\Omega_o + \frac{dx}{dt}) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}), \\ \frac{dY}{dt} &= \frac{dy}{dt} \sin(\theta_o + \frac{x}{r}) + (r\Omega_o + \frac{dx}{dt}) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}). \end{aligned}$$

Derivando nuevamente con respecto al tiempo  $t$  las ecuaciones (4.55) y teniendo en cuenta que  $d\Omega_o/dt = 0$ , se obtiene para las aceleraciones el sistema:

$$(4.56) \quad \begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= (\frac{d^2 y}{dt^2} - r \Omega_{or}^2) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}) - (\Omega_{or} \frac{dy}{dt} + \frac{d^2 x}{dt^2}) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}), \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= (\frac{d^2 y}{dt^2} - r \Omega_{or}^2) \sin(\theta_o + \frac{x}{r}) + (\Omega_{or} \frac{dy}{dt} + \frac{d^2 x}{dt^2}) \cos(\theta_o + \frac{x}{r}), \end{aligned}$$

donde  $\Omega_{or} = \Omega_o + (1/r) dx/dt$ .

Teniendo en cuenta que las componentes de la velocidad del gas escritas en el sistema de referencia centrado en el Sol son:

$$(4.57) \quad \begin{aligned} (V_g)_X &= -\Omega_o Y (1 - \frac{3y}{2r_o}) + \frac{3\Omega_o}{2r(f^2-1)} [\frac{1+f^2}{f} x X + 2y Y] e^{-\frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2} y^2)}{2R^2}}, \\ (V_g)_Y &= \Omega_o X (1 - \frac{3y}{2r_o}) + \frac{3\Omega_o}{2r(f^2-1)} [\frac{1+f^2}{f} x Y - 2y X] e^{-\frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2} y^2)}{2R^2}}, \end{aligned}$$

y sustituyendo el sistema de ecuaciones (4.57) en las expresiones (4.56), multiplicando la primera de las ecuaciones que se obtengan por  $\sin(\theta_o + \frac{x}{r_o})$ , la segunda por  $\cos(\theta_o + \frac{x}{r_o})$  (teniendo en cuenta que  $\sin^2(\theta_o + \frac{x}{r_o}) + \cos^2(\theta_o + \frac{x}{r_o}) = 1$ ), y restando ambas se llega finalmente a la ecuación:

$$(4.58) \quad -2 \frac{dy}{dt} (\Omega_o + \frac{1}{r_o} \frac{dx}{dt}) - \frac{r}{r_o} \frac{d^2 x}{dt^2} = (\frac{r}{r_o T_s} \frac{dx}{dt} + \frac{3y\Omega_o}{2T_s}) + \frac{3\Omega_o y}{(f^2 - 1)T_s} e^{-\frac{(x^2 + \frac{2f}{1+f^2} y^2)}{2R^2}}.$$

Sustituyendo en la ecuación (4.58) las expresiones  $x = x_i e^{-\lambda t}$  e  $y = y_i e^{-\lambda t}$ , que llevan a:  $dx/dt = -\lambda x$ ,  $dy/dt = -\lambda y$ ,  $d^2 x/dt^2 = \lambda^2 x$  y  $d^2 y/dt^2 = \lambda^2 y$ , y teniendo en cuenta, además, la definición de parámetro de impacto  $p = y/x = y_i/x_i$

y la aproximación  $e^{-(x^2 + \frac{2f}{1+f^2}y^2)/2R^2} \approx e^{-1}$ , válida cuando la partícula penetra a través de la separatriz del vórtice, se obtiene la ecuación característica:

$$(4.59) \quad A \lambda^2 - B \lambda + C = 0 ,$$

donde los coeficientes de la ecuación de segundo grado en  $\lambda$  (ecuación (4.59)) vienen dados por:

$$(4.60) \quad A = 1 + \frac{3y_i}{r_o} ,$$

$$(4.61) \quad B = \frac{1}{T_s} \left(1 + \frac{y_i}{r_o}\right) + \frac{2}{x_i} \frac{y_i}{\Omega_o} ,$$

$$(4.62) \quad C = \frac{3}{2} \frac{\Omega_o}{T_s} \frac{y_i}{x_i} \left(1 + \frac{2}{e(f^2 - 1)}\right) ,$$

y se ha aproximado el factor  $K_e$  por  $1/e$  en la frontera del vórtice.

El discriminante de la ecuación de segundo grado (4.59) queda en la forma:

$$(4.63) \quad D = (1 + y_r + 2\tau_s^*)^2 - 6 \tau_s^* \left(1 + \frac{2}{e(f^2 - 1)}\right) (1 + 3y_r) ,$$

donde  $y_r = y_i/r_o$  y  $\tau_s^* = \Omega_o T_s (y_i/x_i)$ . Para un valor fijo  $y_r$ , obtenido a partir de experimentos numéricos, el signo del discriminante  $D$  es función de la elongación del vórtice y del parámetro de fricción modificado  $\tau_s^*$ . Dado un valor de  $y_r$ , la ecuación parabólica anterior produce soluciones negativas para un rango de valores de  $\tau_s^*$ , pero por encima de un determinado valor de  $f$  no se encuentran soluciones negativas. Para valores típicos de los experimentos numéricos, la captura no es posible si  $f > 8-9$ . La Figura (4.3) muestra el comportamiento de  $D$ . La eficiencia del proceso de captura por el vórtice es prácticamente despreciable en el caso de vórtices muy elongados. Si se alcanza un valor negativo del discriminante  $D$  (lo cual corresponde a autovalores  $\lambda$  complejos), se obtienen trayectorias espirales hacia la estrella progenitora y la escala temporal de captura normalizada es:

$$(4.64) \quad t_{cap} \Omega_o = \frac{2\tau_s^*(1 + 3y_r)}{1 + y_r + 2\tau_s^*} .$$

Esta escala temporal característica está normalizada por el periodo orbital del vórtice. En la Figura (4.4) se representa esta escala temporal de captura normalizada en

función del parámetro de fricción, considerando un rango apropiado para los valores de  $\tau_s^*$ . La escala temporal de captura para partículas grandes es mayor que la vida media del vórtice, lo que sugiere que la eficiencia del proceso de captura también es despreciable para el caso de partículas con tamaños superiores a varios metros.

Las soluciones de la ecuación de segundo grado en  $\lambda$  quedan en la forma:

$$(4.65) \quad \lambda = \frac{\left(\frac{2p\Omega_o}{(1+y_i/r_o)} + \frac{1}{T_s}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{2p\Omega_o}{(1+y_i/r_o)} + \frac{1}{T_s}\right)^2 - \frac{6(1+f^2)\Omega_o p}{(f^2-1)T_s} \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right)}}{2\left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right)}.$$

Multiplicando numerador y denominador de la ecuación (4.65) por el tiempo de frenado  $T_s$ , se obtiene la ecuación:

$$(4.66) \quad \lambda = \frac{\left(\frac{2p\Omega_o T_s}{(1+y_i/r_o)} + 1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{2p\Omega_o T_s}{(1+y_i/r_o)} + 1\right)^2 - \frac{6(1+f^2)\Omega_o T_s p}{(f^2-1)} \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right)}}{2T_s \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right)},$$

para que se obtengan soluciones complejas conjugadas y por consiguiente se cumplan las condiciones de captura de partículas por el vórtice debe verificarse que el discriminante de la ecuación (4.66) sea negativo, es decir:

$$(4.67) \quad \left(\frac{2p\Omega_o T_s}{(1+y_i/r_o)} + 1\right)^2 - \frac{6(1+f^2)\Omega_o T_s p}{f^2-1} \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right) < 0,$$

teniendo en cuenta que  $\tau_s = \Omega_o T_s$ , la desigualdad (4.67) puede escribirse en la forma:

$$(4.68) \quad \left(\frac{2p\tau_s}{(1+y_i/r_o)} + 1\right)^2 < \frac{6(1+f^2)p\tau_s}{f^2-1} \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right) < 0,$$

introduciendo la variable  $x = \tau_s p$  en la desigualdad (4.68), se obtiene finalmente:

$$(4.69) \quad \left(\frac{2x}{(1+y_i/r_o)} + 1\right)^2 < \frac{6(1+f^2)x}{(f^2-1)} \left(1 + \frac{2y_i/r_o}{(1+y_i/r_o)}\right).$$

Si el parámetro de entrada de la partícula en el vórtice,  $y_i/r_o$ , tiene un valor de  $y_i/r_o \approx 0,07$  y se sustituye el valor de la elongación del vórtice  $f = a/b = 4$ , valor utilizado por Tanga y sus colaboradores (1996) y también por Godon y Livio (1999a, 1999b, 2000), en la inecuación (4.69), se obtiene la desigualdad:

$$(4.70) \quad 3,51x^2 - 3,91x + 1 < 0,$$



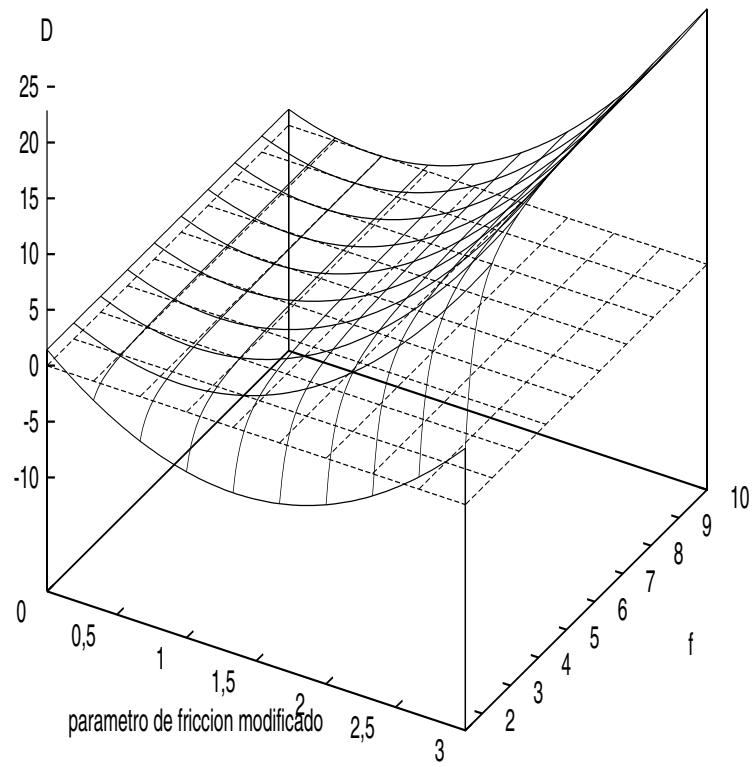


Figura 4.3: Discriminante de la ecuación característica  $A\lambda^2 - B\lambda + C = 0$  en función del parámetro  $f$  (elongación del vórtice) y el parámetro de fricción modificado  $\tau_s^*$ . La elección para  $y_r$  es aproximadamente 0, 1. Si la elongación del vórtice es significativa, no hay raíces complejas y por tanto las órbitas de captura no son posibles.

escala temporal de captura normalizada

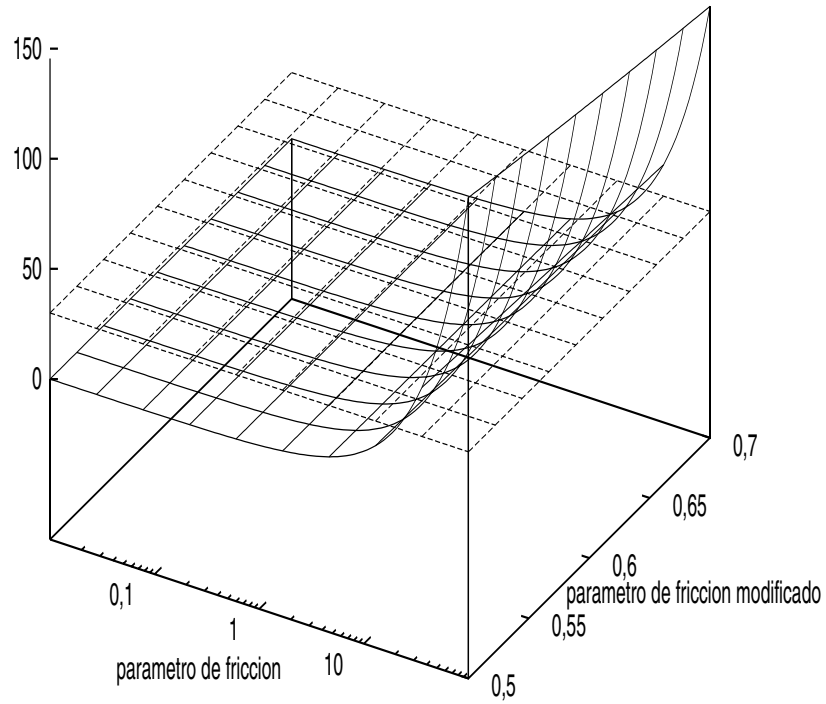


Figura 4.4: Escala temporal de captura normalizada  $t_{cap}\Omega_o$  en función del parámetro de fricción  $\tau_s$  y del parámetro de fricción modificado  $\tau_s^*$  con el mismo valor para  $y_r$  que en la Figura (4.3). El plano horizontal representa la vida media de un vórtice típico (30 periodos orbitales). Las partículas masivas no pueden ser capturadas por el vórtice. El rango en  $\tau_s^*$  ha sido seleccionado teniendo en cuenta la Figura (4.3) para que se obtengan raíces complejas en la ecuación característica.

la desigualdad (4.70) se satisface para los valores de  $x$ :

$$(4.71) \quad 0,40 < x = p\tau_s < 0,72 .$$

El rango de valores de  $x$  que se obtiene en la desigualdad (4.71) da lugar a un discriminante negativo para la ecuación de los autovalores  $\lambda$  (ecuación (4.59)), lo cual conduce a soluciones complejas conjugadas para dichos autovalores, es decir, queda demostrado que para ese rango de valores del parámetro de impacto:  $0,40/\tau_s < p < 0,72/\tau_s$ , el vórtice es capaz de capturar partículas (ver Figura (4.4)). La escala temporal de captura de las partículas en el vórtice está relacionada con la parte real de los autovalores  $\lambda$ , ya que si  $\lambda = \lambda_1 \pm i\lambda_2$ , las ecuaciones de las coordenadas de posición de las partículas en el sistema de referencia centrado en el vórtice correspondientes a la solución de captura quedan en la forma:

$$(4.72) \quad x = x_i e^{-\lambda t} = x_i e^{-\lambda_1 t} e^{-(\pm i\lambda_2)t} = x_i e^{-\frac{t}{t_{cap}}} (\cos(\lambda_2 t) \pm \text{sen}(\lambda_2 t)) ,$$

$$(4.73) \quad y = y_i e^{-\lambda t} = y_i e^{-\lambda_1 t} e^{-(\pm i\lambda_2)t} = y_i e^{-\frac{t}{t_{cap}}} (\cos(\lambda_2 t) \pm \text{sen}(\lambda_2 t)) ,$$

donde  $t_{cap}$  es la escala temporal de captura de una partícula en el vórtice, dada por la ecuación:

$$(4.74) \quad t_{cap} = \frac{2\tau_s(1 + \frac{3y_i}{r_o})}{\Omega_o(1 + \frac{y_i}{r_o} + 2p\tau_s)} .$$

Si se utiliza un valor de la elongación del vórtice:  $f = a/b = 1,5$ , valor similar al utilizado por Bracco y sus colaboradores (1998, 1999), y un valor del parámetro de entrada de la partícula en el vórtice:  $y_i/r_o = 0,07$ , la desigualdad correspondiente a la ecuación de segundo grado en  $x$  viene dada por:

$$(4.75) \quad 3,51x^2 - 13,82x + 1 < 0 ,$$

y se verifica para valores de  $x$  en el rango:

$$(4.76) \quad 0,07 < x = p\tau_s < 3,86 .$$

Para un valor de la elongación del vórtice:  $f = a/b = 2$ , valor utilizado por Barge y Sommeria (1994, 1995), y el mismo valor del parámetro de entrada de la partícula en el vórtice:  $y_i/r_o = 0,07$ , la desigualdad asociada a la ecuación de segundo grado en  $x$  es:

$$(4.77) \quad 3,51x^2 - 7,51x + 1 < 0 ,$$

que se verifica para el rango de valores de  $x$ :

$$(4.78) \quad 0,14 < x = p\tau_s < 2,00 ,$$

Este rango de valores de  $x$ , que es bastante más amplio que con el caso  $f = a/b = 4$ , proporciona un discriminante negativo en la ecuación de los autovalores  $\lambda$  que conduce a soluciones complejas conjugadas y, por tanto, a condiciones de captura de las partículas por el vórtice. El rango de valores del parámetro de impacto correspondiente a este caso es:  $0,14/\tau_s < p < 2,00/\tau_s$ .

Si se utilizan vórtices muy elongados, por ejemplo con un valor de la elongación  $f = 10$ , y con el mismo parámetro de entrada que en los casos anteriores, la desigualdad asociada a la ecuación de segundo grado en  $x$  es:

$$(4.79) \quad 3,51x^2 - 3,15x + 1 < 0 ,$$

pero esta desigualdad no se verifica para ningún valor de  $x$ . Comparando este resultado con los valores anteriores de la elongación del vórtice, se llega a la conclusión de que vórtices muy elongados no son capaces de capturar partículas.

## 4.4 Autogravedad en la nebulosa solar

En esta Sección se seguirá una aproximación similar a la utilizada por Binney y Tremaine (1987). Si el disco protoplanetario tiene una cierta masa, otro efecto que

se debe incluir en los cálculos es la autogravedad del disco. Si se considera un disco delgado, el potencial está dado por:

$$(4.80) \quad V(r) = -\frac{G}{r} \int_0^{2\pi} \int_{R_*}^{R_D} \frac{\sigma(r') r' dr' d\phi'}{\sqrt{1 + (\frac{r'}{r})^2 - 2\frac{r'}{r} \cos \phi'}},$$

donde  $R_*$  es el radio estelar. Después de algunos cálculos elementales, la fuerza radial (suponiendo simetría) está dada por:

$$(4.81) \quad \psi = \Delta \int_{R_*}^{R_D} [K(\kappa) - \frac{1}{4}W(\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'})E(\kappa)] \kappa \sigma(r') \sqrt{r'} dr',$$

donde  $\kappa^2 = 4rr'/(r + r')^2$ ,  $W = \kappa^2/(1 - \kappa^2)$ ,  $\Delta = G/r^{3/2}$ , y:

$$(4.82) \quad K(\kappa) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\kappa^2 x^2)}},$$

$$(4.83) \quad E(\kappa) = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\kappa^2 t^2}{1-t^2}} dt.$$

Como caso particular, si se considera  $\sigma(r) = \sigma_o/r^{3/2}$  la fuerza radial es:

$$(4.84) \quad \Psi = \frac{G\sigma_o}{r^{3/2}} \int_{R_*}^{R_D} [K(\kappa) - \frac{1}{4}W(\frac{r'}{r} - \frac{r}{r'})E(\kappa)] \kappa r' dr'.$$

Usando integrales elípticas (Press et al. 1992) se integra la expresión (4.84) para obtener la Figura (2.2) que se mostró ya en la Sección 2.6 del Capítulo 2 dedicada a la Nebulosa masiva. Este cálculo es computacionalmente muy costoso y por ello, desde un punto de vista práctico, es mejor ajustar la variación de la fuerza en el disco protoplanetario mediante una expresión de ley de potencias que reproduzca los resultados obtenidos mediante la utilización de la integral elíptica (ecuación (4.84)) que aparecen representados gráficamente en la Figura (2.2) del Capítulo 2. En lo que se refiere al gas, para calcular la velocidad angular del disco es necesario tener en cuenta las contribuciones a la fuerza de la estrella central de masa  $M_o$  y del disco en sí mismo. Evaluar la contribución gravitatoria del disco utilizando integrales elípticas es directo (Binney y Tremaine 1987), pero computacionalmente costoso. Por conveniencia computacional se adoptará la siguiente aproximación para el sistema constituido por la estrella y el disco:

$$(4.85) \quad \Omega(r) = [\frac{GM(r)}{r^3}]^{1/2},$$

donde:

$$(4.86) \quad M(r) = M_o + 2\pi \int_0^r \sigma r dr .$$

Ésto es equivalente a tratar la masa del disco como si estuviese distribuida esféricamente en lo que respecta al cálculo de la fuerza gravitatoria (Lin y Pringle 1990). En el caso que se está considerando:

$$(4.87) \quad M(r) = M_o + 2\pi \sigma_o \int_o^r r^{-3/2} r dr = M_o + 4\pi \sigma_o r^{1/2} .$$

Después de sustituir esta ecuación para  $M(r)$  en la ecuación para  $\Omega(r)$  se puede encontrar fácilmente un valor aproximado para la velocidad angular del disco.

## 4.5 Resultados de las simulaciones

Hasta ahora se ha realizado un análisis matemático global del proceso de captura del material sólido por el vórtice, sin embargo únicamente la experimentación numérica va a permitir un análisis pormenorizado del mismo. Con el objeto de estudiar en detalle la evolución dinámica de las partículas de polvo, se distinguirán tres partes diferenciadas en el análisis que se está considerando: la dinámica de partículas individuales, el proceso de concentración vortical y la naturaleza diferencial de este mecanismo.

### 4.5.1 Dinámica de las partículas de polvo

La dinámica de las partículas de polvo, la cual es estudiada en un anillo situado en la actual órbita de Júpiter, es un problema complejo ya que a esta distancia del Sol y con este rango de tamaños, las partículas ni están pegadas a las líneas de corriente ni son insensibles a los movimientos del gas. En otras palabras, la fricción del gas y la inercia de las partículas están compitiendo entre sí y es razonable investigar este problema desde el punto de vista numérico en primer lugar.

De acuerdo a las hipótesis estándar (nebulosa solar axialmente simétrica), el gas gira alrededor del Sol con una velocidad ligeramente inferior a la velocidad circular kepleriana y las partículas sólidas están sujetas a una fuerza de arrastre sistemática que las hace desplazarse hacia el Sol en la dirección radial (Weidenschilling 1977); ésto es debido a que el gas está soportado por la presión mientras que las partículas no. Como se vió en el Capítulo 2, la diferencia entre la velocidad angular del gas y la frecuencia kepleriana es:  $\Delta\Omega = -\Psi\Omega(r)$ , donde  $\Psi$  es un pequeño factor que da cuenta del gradiente de presión y está dado por la ecuación (2.29). Con el modelo de nebulosa utilizado en esta Tesis y considerando  $r_o = 1$  UA, el valor de  $\Psi$  es:  $\Psi = 1,81 \times 10^{-3} (r/\text{UA})^{1/2}$ .

Debido a la deriva radial de las partículas sólidas hacia el Sol, éstas poseen una vida media finita en la Nebulosa, la cual viene dada aproximadamente por el ritmo normalizado de decrecimiento de la distancia heliocéntrica  $\tau_c = r/|dr/dt|$ . Esta escala temporal fue estimada mediante integración numérica de las ecuaciones de movimiento para partículas orbitando inicialmente a 5,20 UA del Sol. Los resultados representados en la Figura (3.1a) del Capítulo 3 están en concordancia con los obtenidos por Weidenschilling (1977), a pesar de que el modelo de nebulosa solar utilizado por este autor era ligeramente distinto. El valor mínimo ( $\approx 10^3$  años), para partículas de tamaño del orden de 60 cm, corresponde a la transición entre el régimen de Epstein y el de Stokes ( $\tau_s \approx 1$ ). La vida media de las partículas en este rango de tamaños es más corta que el tiempo de crecimiento predicho por la teoría de agregación continua (Weidenschilling y Cuzzi 1993), la cual prevalece, en realidad, frente al escenario de inestabilidad gravitacional propuesto con anterioridad. Ésto conduce a un serio problema para la continuidad del proceso de crecimiento desde partículas de polvo a planetesimales. Contrariamente a los modelos estándar, el mecanismo de confinamiento propuesto en esta Tesis ofrece, claramente, una nueva forma de afrontar el problema, ya que se evita que las partículas sólidas desaparezcan de la nebulosa solar precipitándose hacia el Sol.

Una partícula sólida aproximándose a un vórtice gaseoso no sigue una órbita aproximadamente kepleriana, sino que describe una trayectoria más compleja debida a los movimientos del gas. La partícula puede ser capturada o repelida por el vórtice dependiendo del signo de la rotación del gas. En el sistema de referencia local rotando con el vórtice, ver Figura (4.1), la partícula experimenta la fuerza de Coriolis, la fuerza centrífuga, y el arrastre del gas. En el caso de los vórtices anticiclónicos, la partícula puede permanecer atrapada en el vórtice debido a que la fuerza de Coriolis puede compensar la fuerza centrífuga, mientras que en el caso de los vórtices ciclónicos la partícula es repelida debido a que estas dos fuerzas actúan en la misma dirección.

Cuando una partícula se acerca al vórtice, son posibles tres comportamientos dinámicos diferentes:

1. la partícula puede ser capturada por el vórtice,
2. la partícula puede atravesar el vórtice y continuar su caída hacia el Sol,
3. la partícula puede atravesar el vórtice y regresar a la región del vórtice después de dar una vuelta completa alrededor del Sol, siguiendo a continuación cualquiera de los tres comportamientos descritos.

En el primer caso, la trayectoria de la partícula se describe alrededor del centro del vórtice, ver las Figuras (4.5) y (4.6), y la partícula permanece atrapada. En el segundo caso, la trayectoria está sometida a perturbación cuando se aproxima al vórtice, pero acaba precipitándose hacia el Sol. En el tercer caso, la partícula es perturbada por el vórtice, después completa una rotación alrededor del Sol sometida a una disminución estándar de su distancia heliocéntrica radial y, finalmente, alcanza de nuevo el vórtice. Las diferentes situaciones citadas están representadas por algunos ejemplos de trayectorias de partículas en la Figura (4.5) en el caso del modelo epicíclico del campo de velocidades del vórtice utilizado en esta Tesis. Por otra parte, el proceso de captura no depende de manera crítica de los detalles del perfil de



velocidades dentro del vórtice. Ésto ha sido evidenciado por varios autores (Tanga et al. 1996; Bracco et al. 1998, 1999; Chavanis 1998, 2000). También son posibles, ver Figuras (4.7) y (4.8), trayectorias que finalizen en un ciclo límite como las obtenidas por Tanga y sus colaboradores (1996).

#### 4.5.2 Energía y momento angular

Considérese un vórtice que acumula material sólido en la nebulosa solar. La energía de una partícula de masa  $m$  en órbita en torno al protosol viene dada por la ecuación:

$$(4.88) \quad |E| = \frac{-G (M_* + m) m}{2 a},$$

donde  $G$  es la constante de la Gravitación Universal,  $M_*$  es la masa de la estrella central y  $a$  es el semieje mayor (osculatriz, ya que la partícula está cayendo hacia el protosol) de la partícula en su órbita en torno a la estrella central.

Por otra parte, el momento angular,  $h$ , de dicha partícula viene dado por la ecuación:

$$(4.89) \quad h^2 = G (M_* + m) m^2 a (1 - e^2),$$

donde  $e$  es la excentricidad (osculatriz) de la órbita de la partícula.

Teniendo en cuenta las ecuaciones (4.88) y (4.89), la relación entre la energía  $|E|$  y el momento angular  $h$  viene dada por la ecuación:

$$(4.90) \quad |E| = -\frac{\mu^2 (1 - e^2) m^3}{2} \frac{1}{h^2}.$$

donde  $\mu = G(M_* + m)$ . La ecuación (4.90) establece una relación entre la energía,  $|E|$ , y el momento angular,  $h$ , de la forma:  $|E| \propto 1/h^2$ .

La Figura (4.9) muestra una representación gráfica de la energía específica (por unidad de masa) de las partículas de una simulación típica frente al momento angular específico, es decir, una representación gráfica correspondiente a la ecuación (4.90): hay una dependencia evidente de la energía,  $|E|$ , con el momento angular,  $h$ , observándose la presencia del vórtice en la región  $3,6 < |E| < 4$  y  $13,8 < h < 14,5$ .

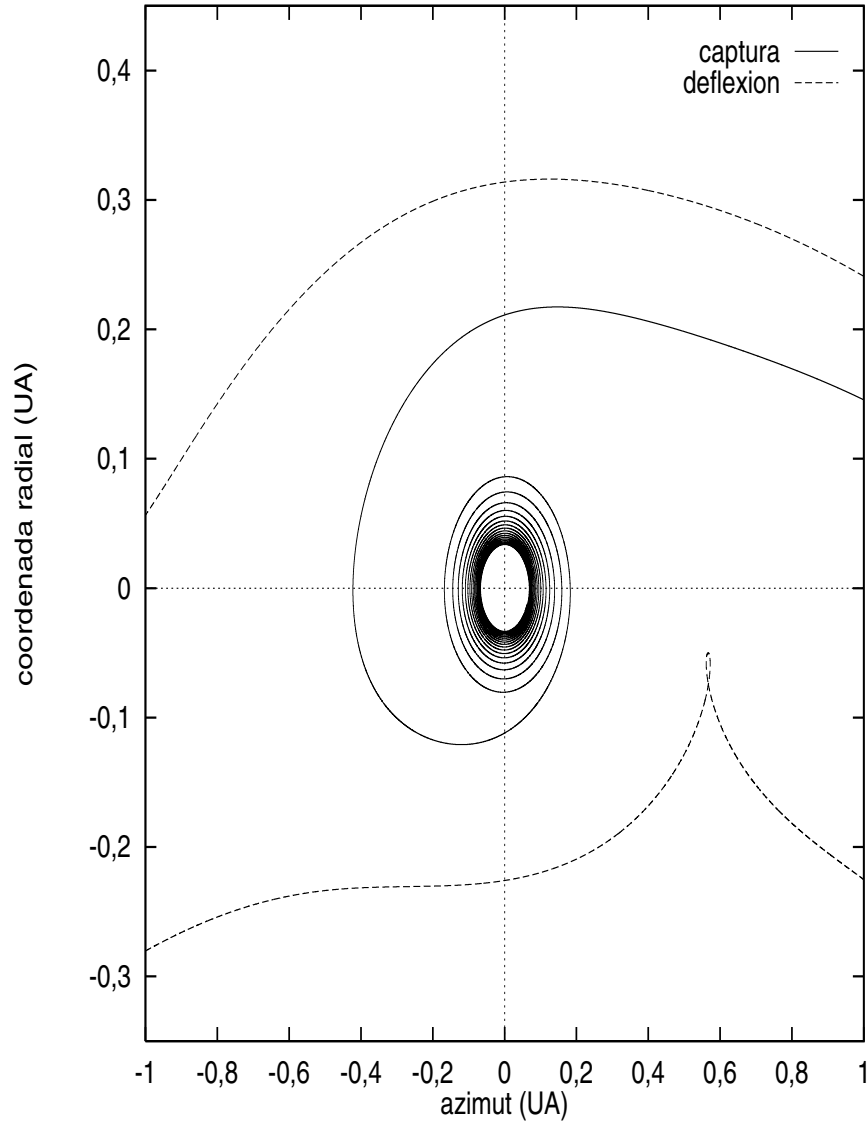


Figura 4.5: Trayectoria de una partícula sólida interaccionando con un vórtice gaseoso. El sistema de referencia está centrado en el núcleo del vórtice y está rotando con él alrededor del Sol. Dependiendo de su tamaño y del valor del parámetro de impacto, la partícula puede atravesar el vórtice o ser capturada. En el caso de la trayectoria de la partícula que simplemente cruza el vórtice, el tamaño de la misma es 165 cm y la trayectoria, inicialmente antihoraria (cuadrante superior), se acaba convirtiendo en horaria (cuadrante inferior). En el caso de la trayectoria correspondiente a captura el tamaño de la partícula es 50 cm. El vórtice está localizado a 5,20 UA del Sol (posición actual de Júpiter) y su radio, según el modelo de nebulosa utilizado en esta Tesis, es 0,37 UA. El vórtice es estacionario con elongación  $f = 2$ .

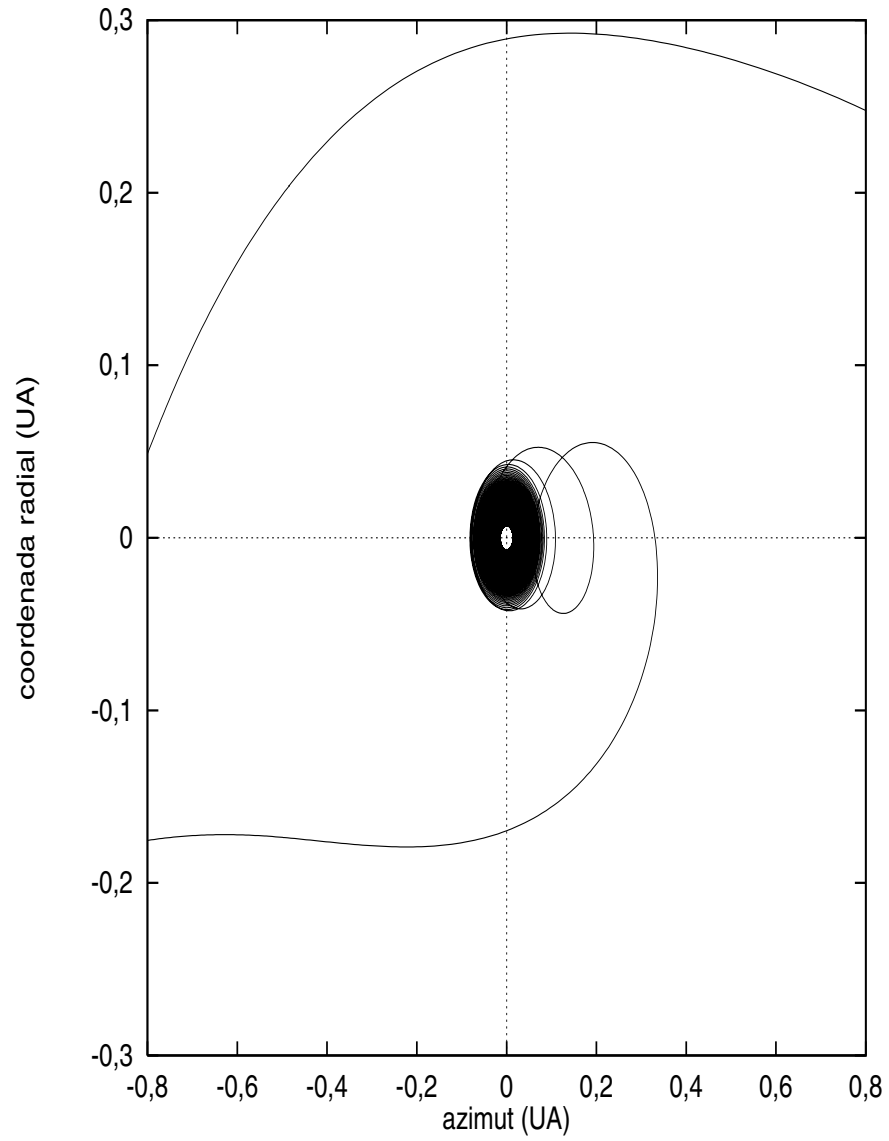


Figura 4.6: Trayectoria de captura de una partícula dentro de un vórtice estacionario con  $f = 2$  (ver texto). El radio de la partícula es 1,4 m y el vórtice está situado a la distancia actual de Júpiter. Una vez que las partículas han cruzado la separatriz del vórtice (frontera entre líneas de corriente abiertas y cerradas), giran en torno al vórtice describiendo una trayectoria espiral. Como en Barge y Sommeria (1995), el movimiento finaliza con un epiciclo.

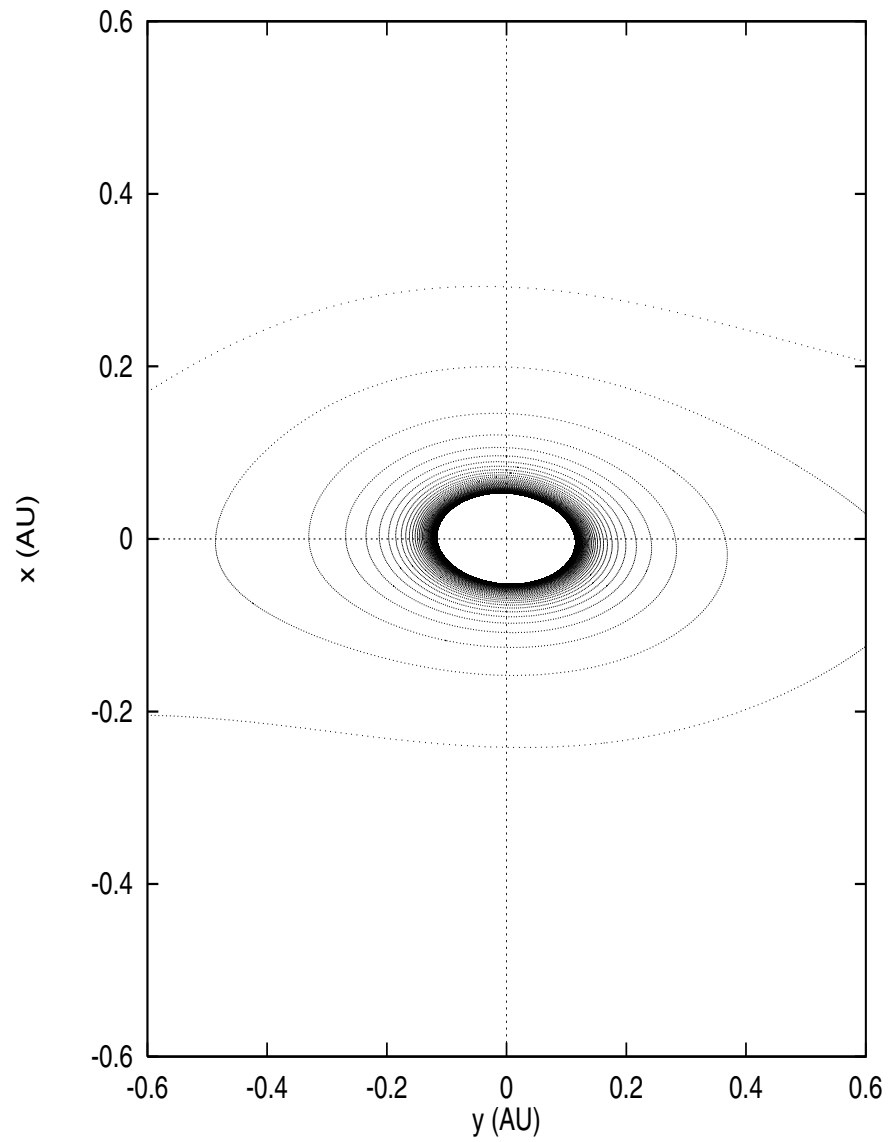


Figura 4.7: Otro ejemplo de captura de una partícula por el vórtice. En este caso el vórtice es estacionario y tiene una elongación de valor  $f = 4$ , siendo el tamaño de la partícula de 30 cm. Como se ve en la Figura (4.8) se ha alcanzado un ciclo límite.

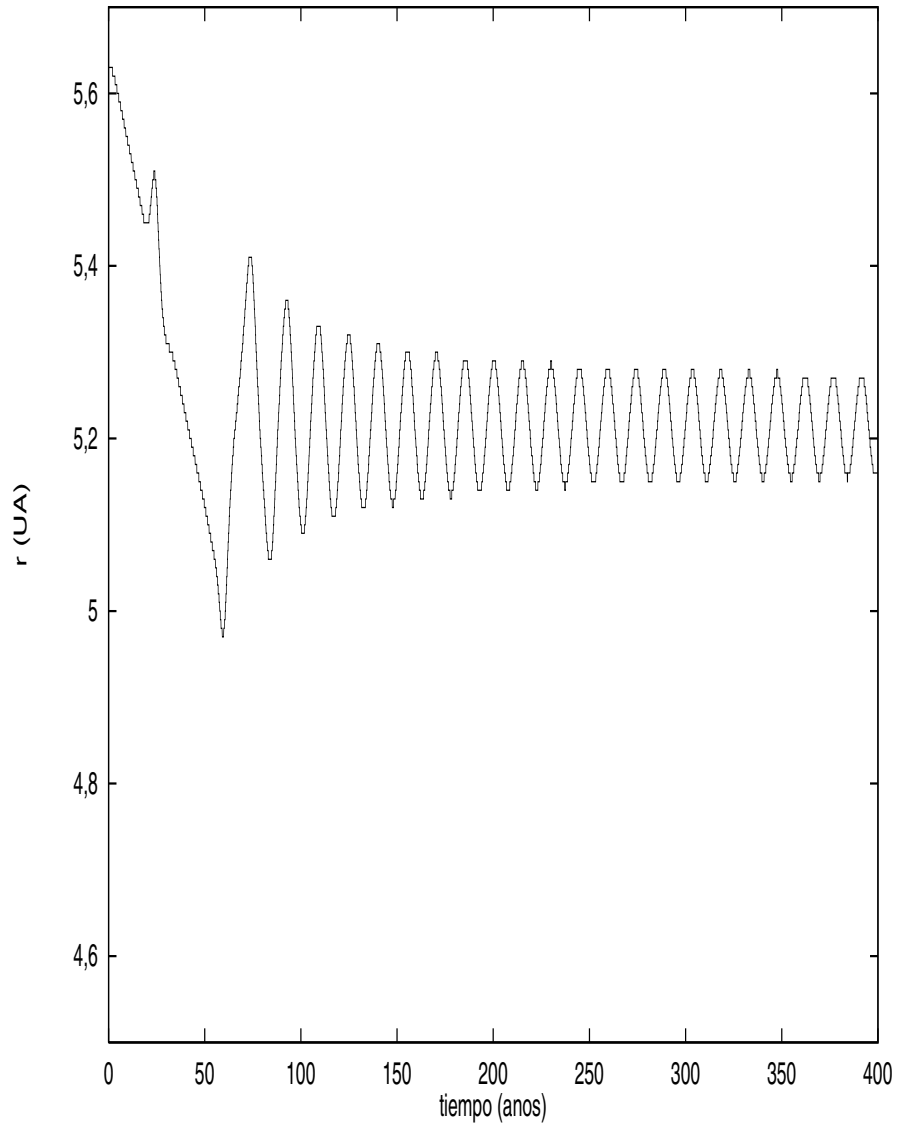


Figura 4.8: Representación de la distancia radial frente al tiempo para el mismo caso que en la Figura (4.7). En esta Figura se ve claramente que se ha alcanzado un ciclo límite.

Desplazada respecto a los datos de la simulación se ha situado la función matemática  $y \propto 1/x^2$ , con el objeto de hacer más evidente la relación funcional acorde con las expectativas teóricas.

Para visualizar de forma más clara la evolución dinámica del anillo de partículas en presencia del vórtice se representa a continuación la ecuación (4.91) frente a la excentricidad al cuadrado de las órbitas de las partículas (ec. (4.92)). Esta representación está relacionada con la representación de la energía relativa normalizada de una partícula:

$$(4.91) \quad \frac{(|E_o| - |E|)}{|E_o|} = \frac{-0,5 \, G \, (M_* + m) \, (\frac{1}{a} - \frac{1}{a_o})}{0,5 \, G \, (M_* + m) \frac{1}{a_o}} = 1 - \frac{a_o}{a},$$

donde  $|E_o|$  y  $a_o$  son la energía y el semieje mayor correspondientes al centro del vórtice. La ecuación (4.91) muestra la relación que existe entre la energía relativa y el semieje mayor de la órbita de la partícula.

Por otra parte, la excentricidad al cuadrado,  $e^2$ , viene dada por la ecuación:

$$(4.92) \quad 1 + \frac{2 \, |E| \, h^2}{\mu^2} = e^2.$$

En las Figuras (4.10) y (4.11) puede verse una representación de la ecuación (4.91) frente a la excentricidad de la órbita de las partículas al cuadrado,  $e^2$ , para una escala temporal dinámica de 58 y 273 años respectivamente. Como puede verse en las Figuras (4.10) y (4.11), existen partículas temporalmente retrógradas debido a dos circunstancias:

1. En el caso de las partículas capturadas durante la mitad de su órbita vortiocéntrica, éstas siguen una trayectoria horaria respecto al Sol.
2. Por otra parte, las partículas perturbadas por el vórtice, pero no capturadas, pueden seguir temporalmente una órbita horaria.

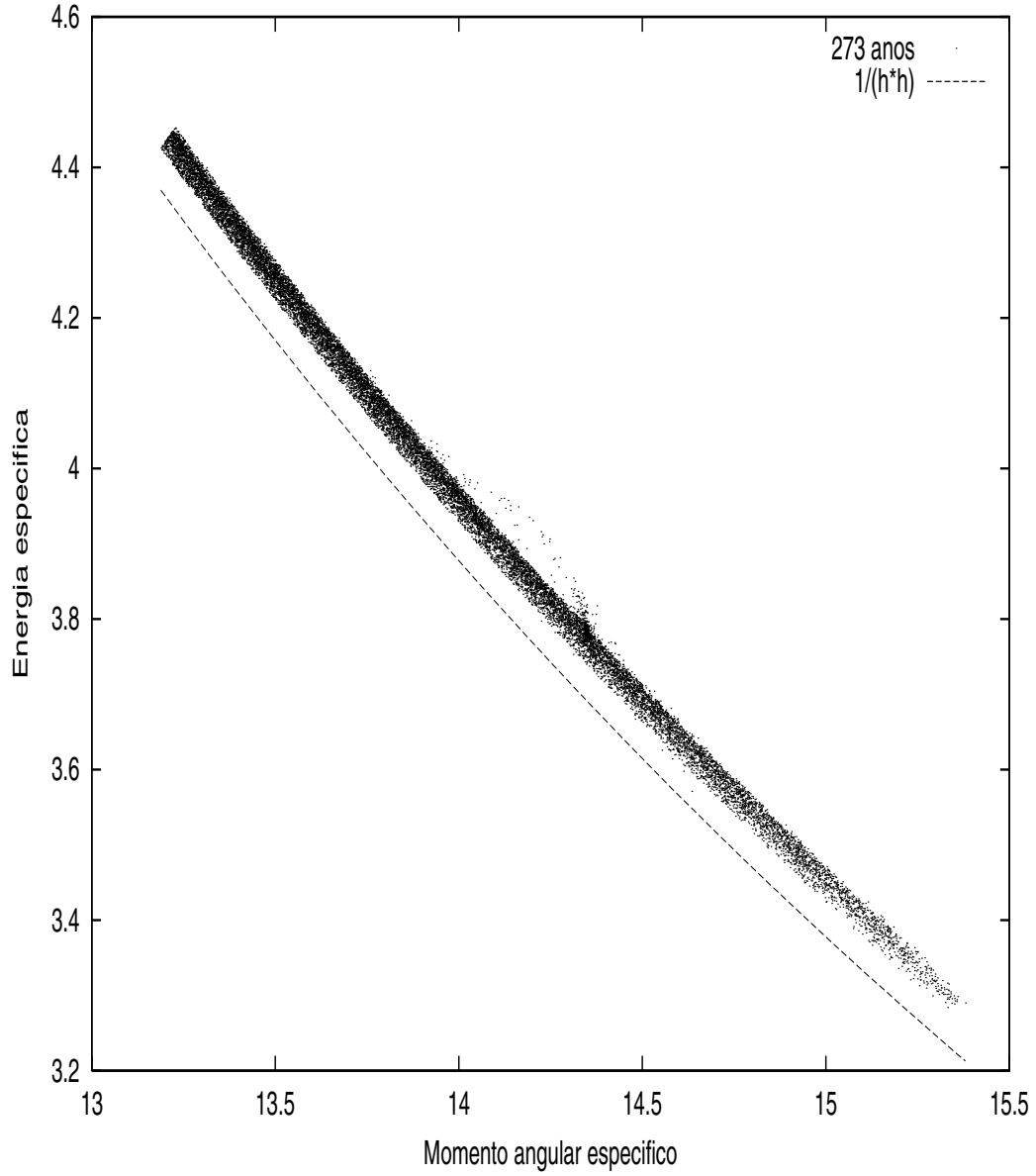


Figura 4.9: Energía específica frente a momento angular específico para un anillo compuesto por 20.000 partículas en presencia de un vórtice con  $f = 4$ . Los resultados de la simulación ajustan la ecuación (4.90) evidenciando la dependencia de la energía,  $|E|$ , con el momento angular,  $h$ . Para hacer más clara esta dependencia se ha representado también la función  $|E| \propto 1/h^2$ . En la figura se observa, también, la presencia del vórtice en la región correspondiente a  $3,6 < |E| < 4$  y  $13,8 < h < 14,5$ . Para esos valores del momento angular se observa que la energía del grupo de partículas capturadas por el vórtice es mayor que las del resto de las partículas del anillo.

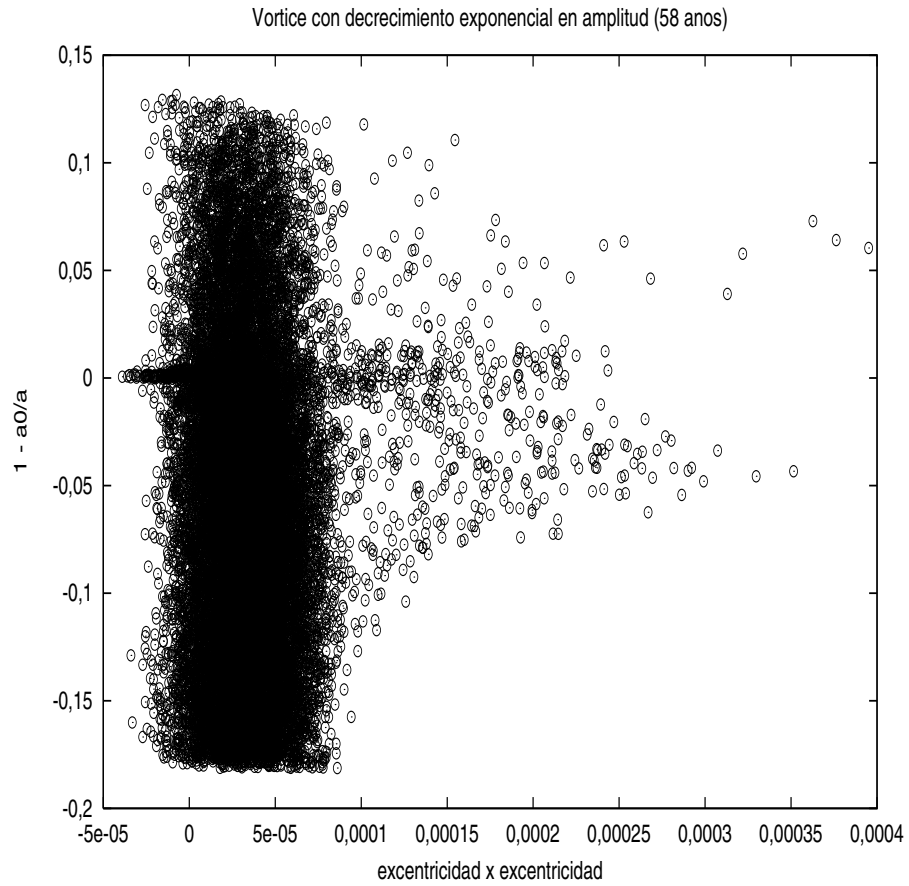


Figura 4.10: Representación de la magnitud definida en la ecuación (4.91) frente a la excentricidad al cuadrado,  $e^2$  (ecuación (4.92)), para un anillo compuesto por 20.000 partículas y en presencia de un vórtice con  $f = 4$ . Se puede apreciar claramente la presencia del vórtice por su efecto dinámico sobre las partículas en el origen de ordenadas de la Figura. La escala temporal de evolución dinámica es de 58 años.



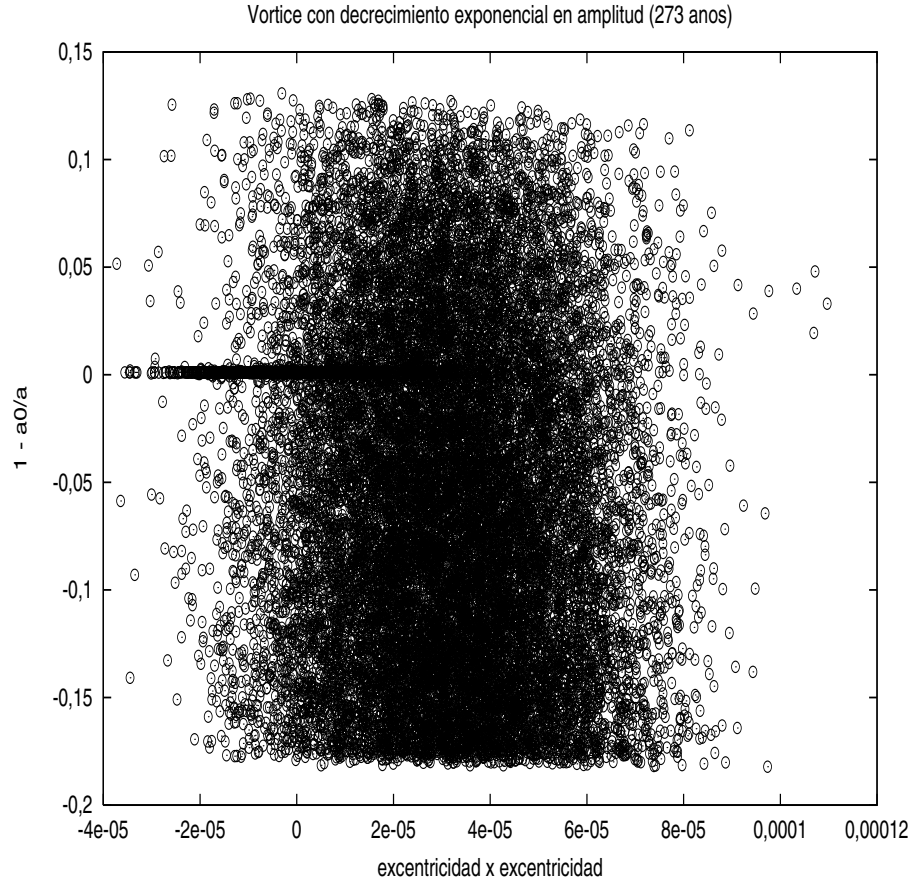


Figura 4.11: Representación de la magnitud definida en la ecuación (4.91) frente a la excentricidad al cuadrado,  $e^2$  (ecuación (4.92)), para un anillo compuesto por 20.000 partículas y en presencia de un vórtice con  $f = 4$ . Se puede apreciar claramente la presencia del vórtice por su efecto dinámico sobre las partículas en el origen de ordenadas de la Figura. La escala temporal de evolución dinámica se extiende hasta 273 años. Como en la Figura (4.10), existen partículas temporalmente retrógradas debido a dos circunstancias: en primer lugar, en el caso de las partículas capturadas durante la mitad de su órbita vorticocéntrica, éstas siguen una trayectoria horaria respecto al Sol; en segundo lugar, las partículas perturbadas por el vórtice pero no capturadas pueden seguir temporalmente una órbita horaria.

### 4.5.3 Acumulación de granos de polvo

Para la elaboración de esta Tesis se han llevado a cabo simulaciones en las que se introduce inicialmente un único vórtice en el disco, con una razón de espesor del disco dividido por la distancia radial de valor  $H/r \approx 0,06$  a 5 UA, como predice el modelo estándar de nebulosa solar. Comenzando con una distribución uniforme y aleatoria de partículas de polvo en el disco, éstas acaban concentrándose dentro del vórtice con el transcurso del tiempo. El ritmo óptimo de captura se alcanza para vórtices no muy elongados, ver Figura (4.12), es decir con un valor de la elongación  $f \approx 2$ . Los resultados obtenidos muestran que la concentración de partículas en los núcleos de los vórtices anticiclónicos depende fuertemente de la elongación del vórtice (ver Figura (4.17)). El ritmo de captura decrece casi exponencialmente con  $f$ . Las simulaciones hidrodinámicas más realistas de vórtices anticiclónicos coherentes (Godon y Livio 1999b) sugieren que la elongación varía desde 4 (para el caso menos viscoso) hasta 10 (para el modelo más viscoso), de manera que las elevadas eficiencias de captura para valores de la elongación en el rango  $[1, 5, 2, 5]$  corresponden a situaciones, en principio, poco *realistas*. Si el valor de la elongación del orden de 4 es un valor típico para vórtices en discos protoplanetarios, se pueden esperar ritmos de captura del orden del 10% que son casi independientes del tamaño de las partículas (en el rango 0,1 – 0,6 metros). Sin embargo, incluso esta fracción es demasiado elevada si se considera un vórtice que se desintegra exponencialmente en vez de un vórtice estacionario. Para un valor  $\tau = 600$  años el ritmo de captura decrece a  $\approx 5\%$  y para un valor  $\tau = 300$  años se reduce a un 2,75%. En la Figura (4.13) se muestra la distribución de polvo después de 21 periodos orbitales para un vórtice *realista* con  $f = 4$  y  $\tau = 300$  años. Aunque la densidad de partículas de polvo se incrementa en un factor 4 durante la vida media del vórtice, este valor es pequeño comparado con el factor 20 para un vórtice estacionario con  $f = 2$  como el mostrado en la figura (4.12). Para poder apreciar claramente la evolución temporal del mecanismo de confinamiento vortical para el caso de un vórtice *realista* con elongación  $f = 4$  estúdiense las figuras (4.14),

(4.15) y (4.16). La escala temporal evolutiva es de 70,9 años y en la última figura de la secuencia puede distinguirse claramente que el vórtice ha acumulado una cantidad considerable de material. La evolución del mecanismo de confinamiento de partículas puede resultar todavía más clara en una animación. Para ver las animaciones generadas por las simulaciones numéricas llevadas a cabo en este Capítulo de la Tesis, visitar la dirección de Internet (URL): <http://seymour.csc.ucm.es/~destelar> o consultar el CD-ROM con material adicional que acompaña a la Tesis.

#### 4.5.4 Concentración selectiva

El proceso de concentración selectiva de partículas, dependiendo de su tamaño, es un aspecto no considerado previamente por otros autores. Dado que la eficiencia del proceso de captura de partículas por el vórtice es función del parámetro de fricción,  $\tau_s$ , se debe esperar que existan diferencias entre el espectro de tamaños de las partículas en el interior y en el exterior del vórtice. Las Figuras (4.19) y (4.20) ilustran este comportamiento. Después de 22 órbitas la distribución de tamaños dentro del vórtice es claramente diferente del espectro de tamaños en el disco. Aunque la distribución de tamaños para diferentes elongaciones dentro del vórtice es muy similar, los vórtices más elongados favorecen la concentración de partículas decimétricas en un factor 3 con respecto a los vórtices más circulares; es decir, las partículas de tamaño centimétrico no son atrapadas de forma eficiente por los vórtices elongados. La eficacia del mecanismo de captura de partículas por el vórtice puede ser estimada también estudiando la evolución de la densidad superficial de partículas dentro del vórtice,  $\sigma_v(t)$ . Esta cantidad se define como el número de partículas sólidas por unidad de área contenido en un disco de radio  $< \sqrt{2}R$  (el radio medio del vórtice) centrado en el vórtice. Se normalizará este valor, a partir de ahora, al valor de la densidad superficial en una nebulosa simétrica, esto es, en la ausencia de cualquier estructura de gran escala. Este cociente,  $\sigma_v(t)/\sigma_v(0)$ , puede ajustarse mediante una función lineal del tiempo  $a + b \times t$ , donde los coeficientes, para un vórtice no exponen-

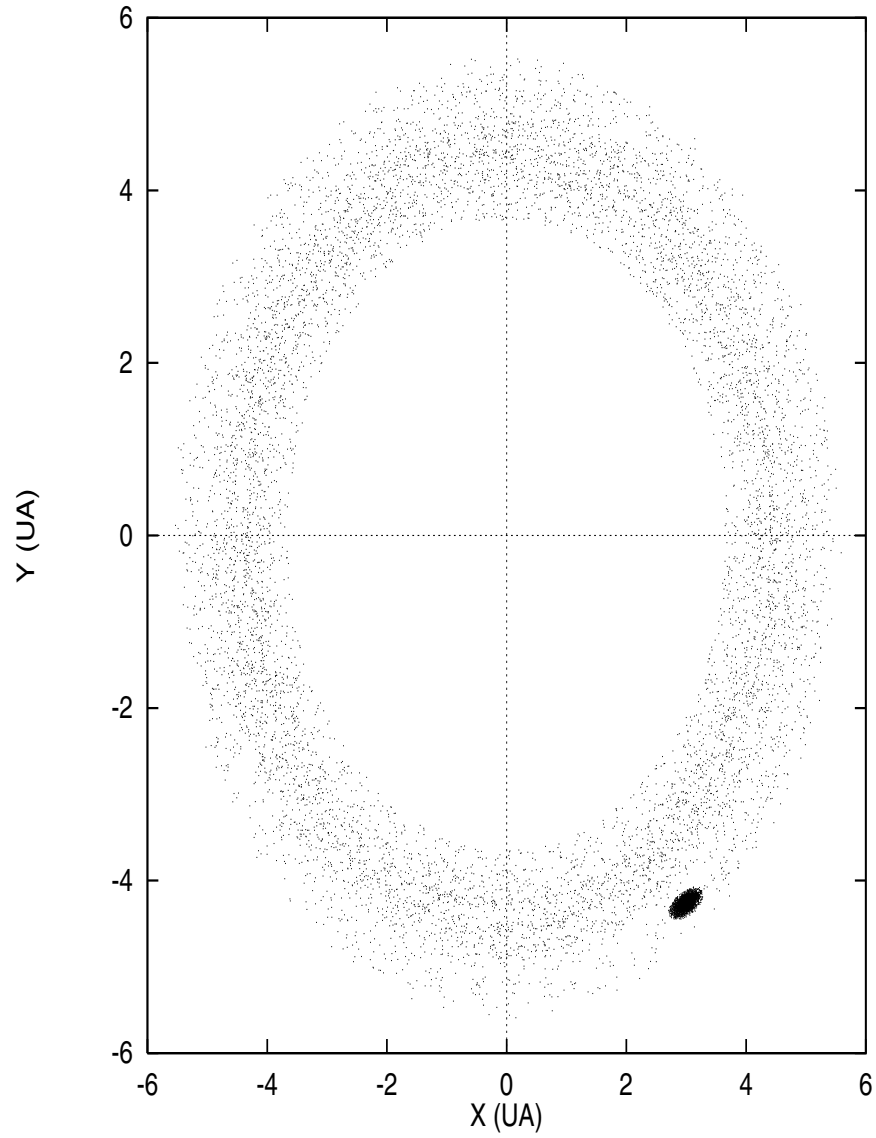


Figura 4.12: Distribución de partículas de polvo en el disco después de 22 órbitas. El vórtice es claramente visible en la esquina inferior derecha. La densidad de partículas de polvo en el vórtice se ha incrementado en un factor de 20 en comparación con su valor inicial. El vórtice que se muestra aquí es estático (sin decrecimiento de amplitud con el tiempo) y su elongación (cociente entre semiejes) es aproximadamente 2. Éstas son las condiciones para máxima eficiencia de captura. El número de partículas de polvo es  $N = 15.000$ , y están distribuidas uniformemente y aleatoriamente en el dominio computacional (3,8 – 5,8 UA, radio interno - radio externo del anillo) con un rango de tamaños  $[0,01, 0,5]$  m. No se ha incluido la autogravedad del disco ni el factor de enfoque gravitacional.

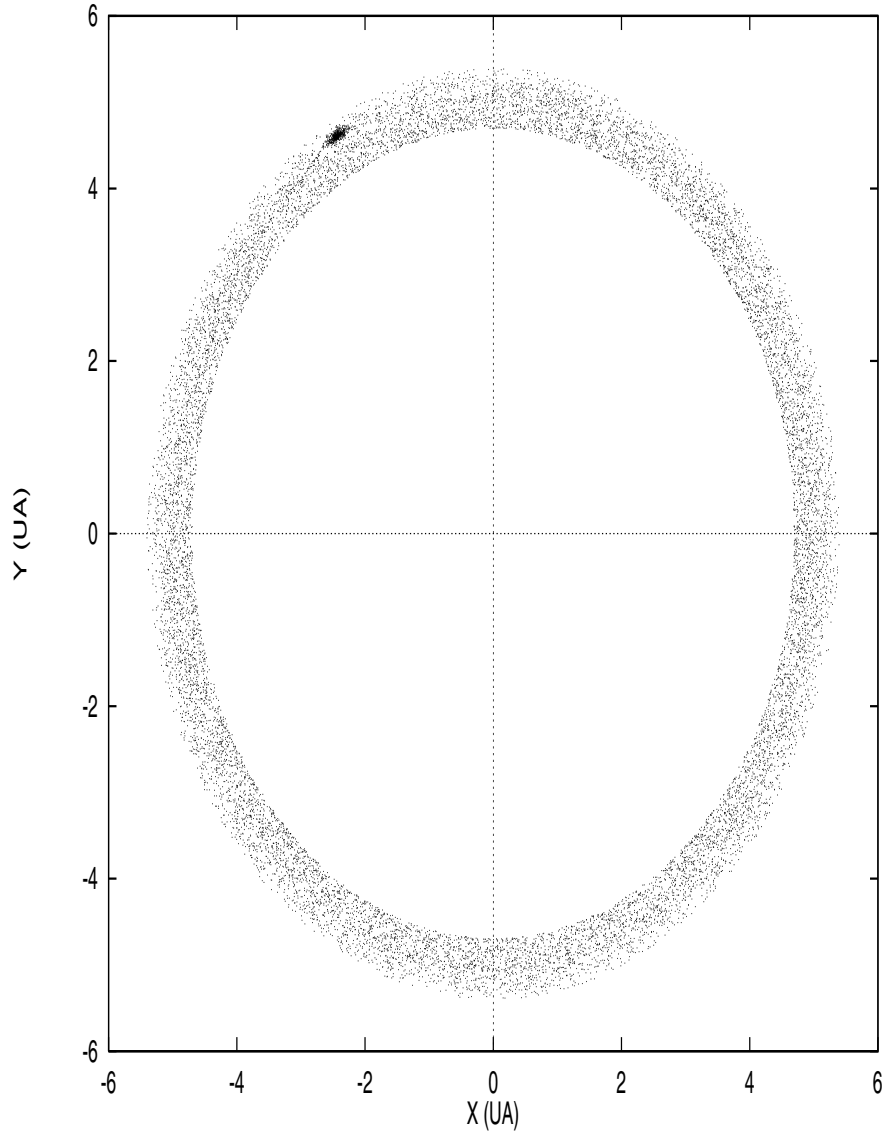


Figura 4.13: Distribución de partículas de polvo en el disco después de 21 órbitas para un vórtice *realista* incluyendo decrecimiento en amplitud con el tiempo y con una elongación de valor  $f = 4$ . El vórtice es claramente visible en la esquina superior izquierda. La densidad de partículas de polvo en el vórtice se ha incrementado en un factor 4 en comparación con su valor inicial. El radio inicial del vórtice era 0,37 UA, después de 21 periodos orbitales el radio es 0,17 UA (escala temporal de decrecimiento en amplitud del vórtice de 300 años). El número de partículas de polvo es  $N = 72.000$  y están distribuidas uniformemente y aleatoriamente en el dominio computacional (4,8 – 5,5 UA, valor del radio interno - valor del radio externo) con un rango de tamaños [0, 1, 0, 5] metros. En los cálculos no se ha considerado autogravedad del disco ni factor de enfoque gravitacional del vórtice.

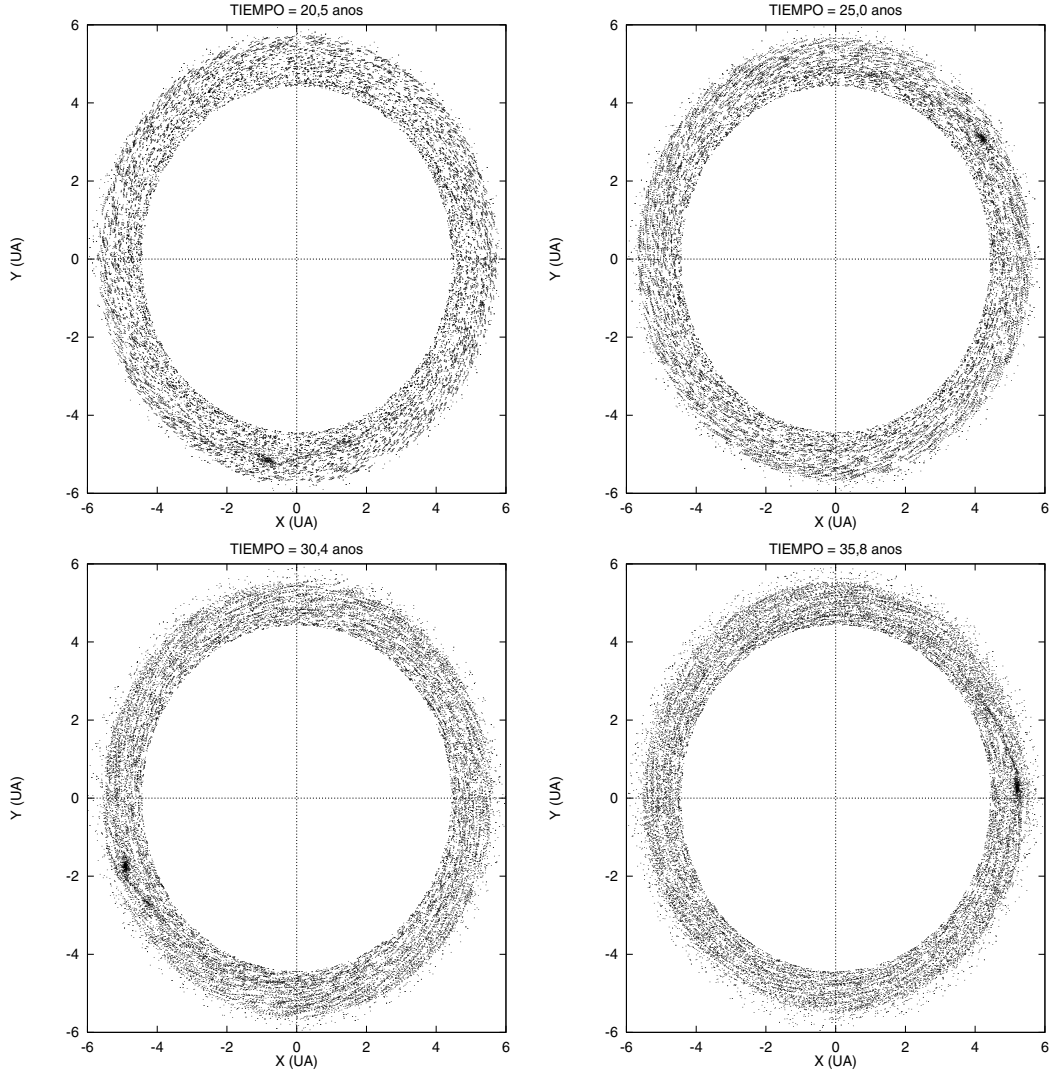


Figura 4.14: *a) (esquina superior izquierda)* Distribución de partículas de polvo en el disco protoplanetario después de 20,5 años para un vórtice con elongación de valor  $f = 4$ . El radio inicial del vórtice era 0,37 UA y el número de partículas de polvo es  $N = 25.000$ . En los cálculos no se ha considerado autogravedad del disco ni factor de enfoque gravitacional del vórtice. *b) (esquina superior derecha)* Igual que la figura de la izquierda pero ahora la escala temporal es de 25,0 años. *c) (esquina inferior izquierda)* Igual que en las figuras anteriores pero ahora la escala temporal es de 30,4 años. *d) (esquina inferior derecha)* Igual que en las anteriores pero ahora la escala temporal es de 35,8 años. En esta figura se ve claramente que el vórtice ha confinado ya una cantidad apreciable de partículas.

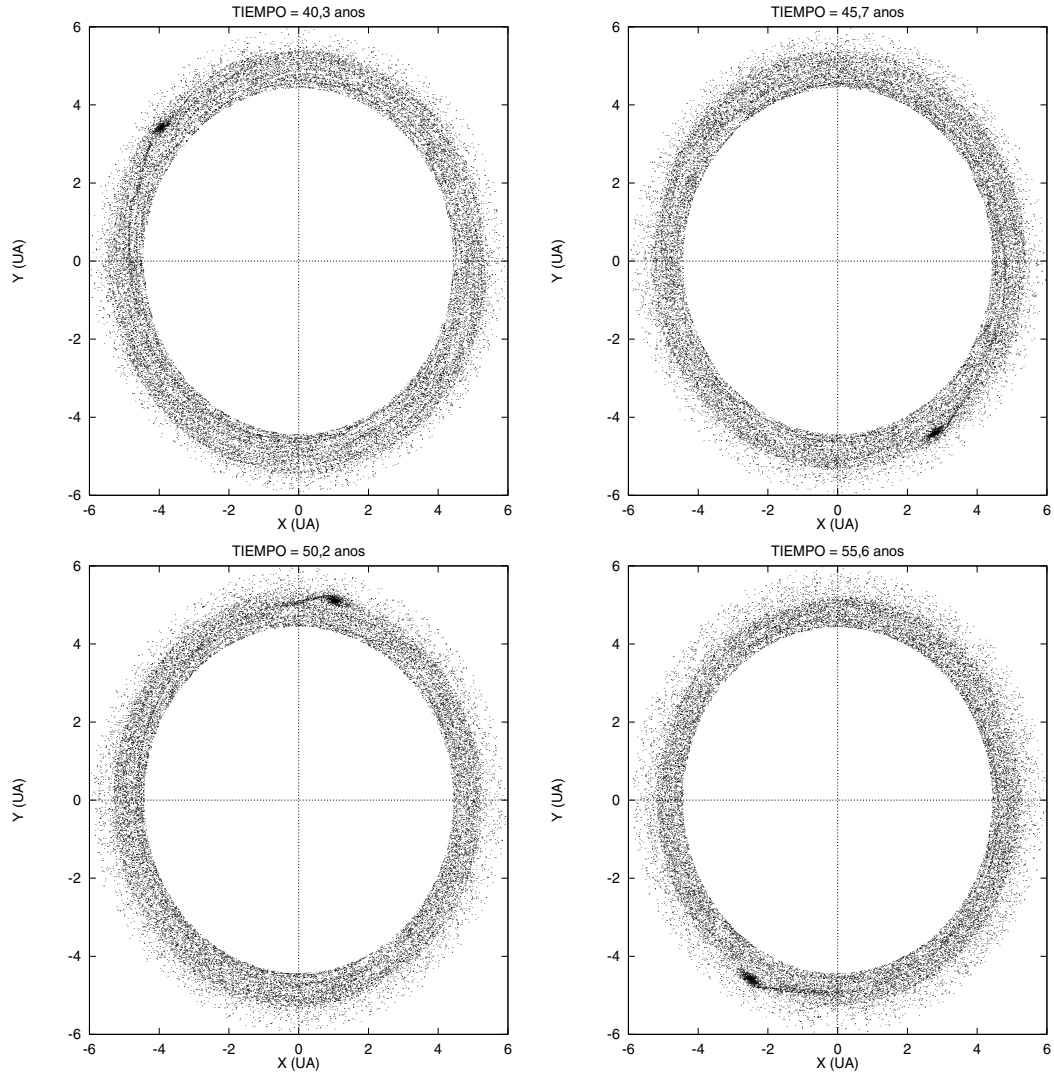


Figura 4.15: *a) (esquina superior izquierda)* Distribución de partículas de polvo en el disco protoplanetario después de 40,3 años para un vórtice con elongación de valor  $f = 4$ . El radio inicial del vórtice era 0,37 UA y el número de partículas de polvo es  $N = 25.000$ . En los cálculos no se ha considerado autogravedad del disco ni factor de enfoque gravitacional del vórtice. *b) (esquina superior derecha)* Igual que la figura de la izquierda pero ahora la escala temporal es de 45,7 años. *c) (esquina inferior izquierda)* Igual que en las figuras anteriores pero ahora la escala temporal es de 50,2 años. *d) (esquina inferior derecha)* Igual que en las anteriores pero ahora la escala temporal es de 55,6 años. En esta figura se observa que el vórtice ha capturado una gran cantidad de partículas.

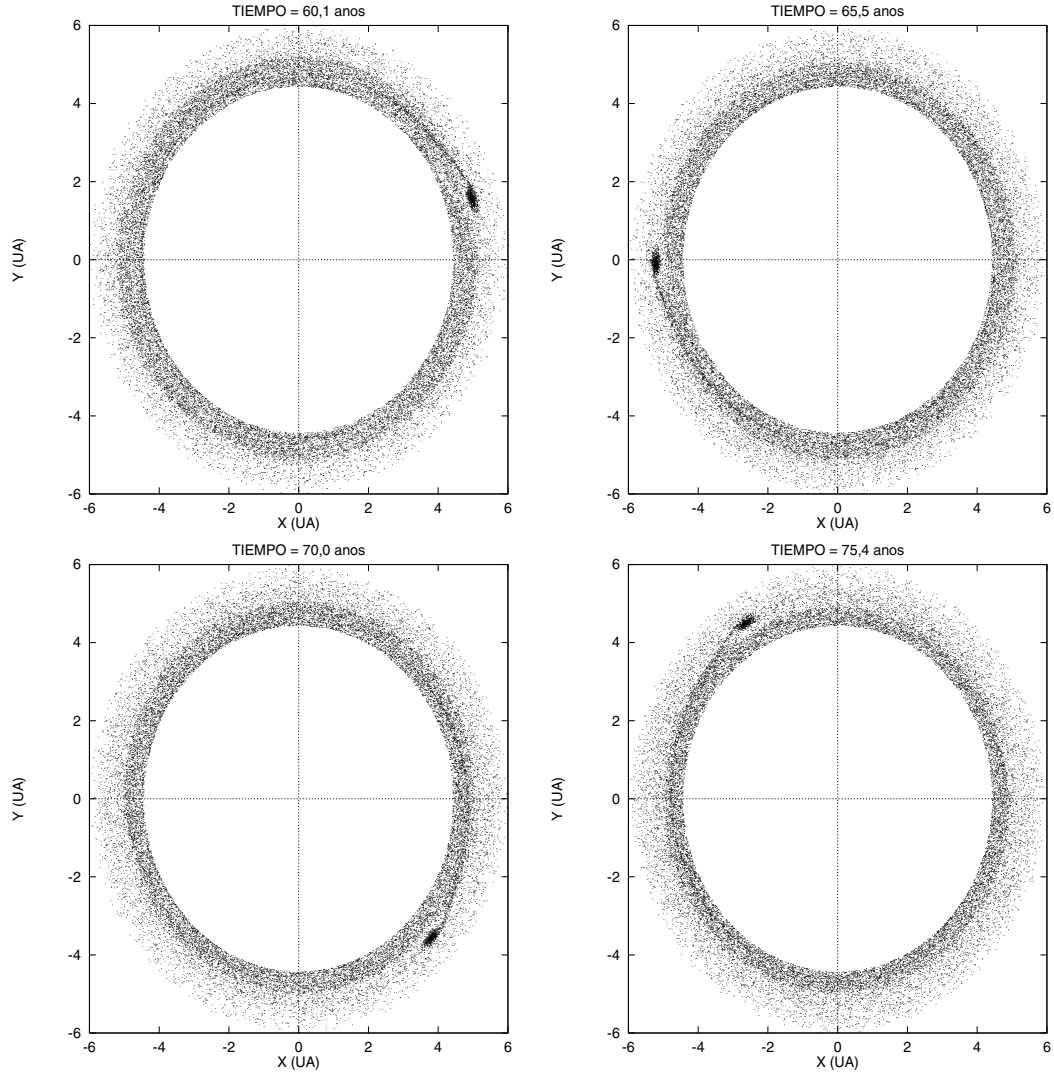


Figura 4.16: *a) (esquina superior izquierda)* Distribución de partículas de polvo en el disco protoplanetario después de 60,1 años para un vórtice con elongación de valor  $f = 4$ . El radio inicial del vórtice era 0,37 UA y el número de partículas de polvo es  $N = 25.000$ . En los cálculos no se ha considerado autogravedad del disco ni factor de enfoque gravitacional del vórtice. *b) (esquina superior derecha)* Igual que la figura de la izquierda pero ahora la escala temporal es de 65,5 años. *c) (esquina inferior izquierda)* Igual que en las figuras anteriores pero ahora la escala temporal es de 70,0 años. *d) (esquina inferior derecha)* Igual que en las anteriores pero ahora la escala temporal es de 75,4 años. En esta figura el contraste entre el vórtice y los alrededores es lo suficientemente importante como para poner de manifiesto la eficacia del proceso de confinamiento.



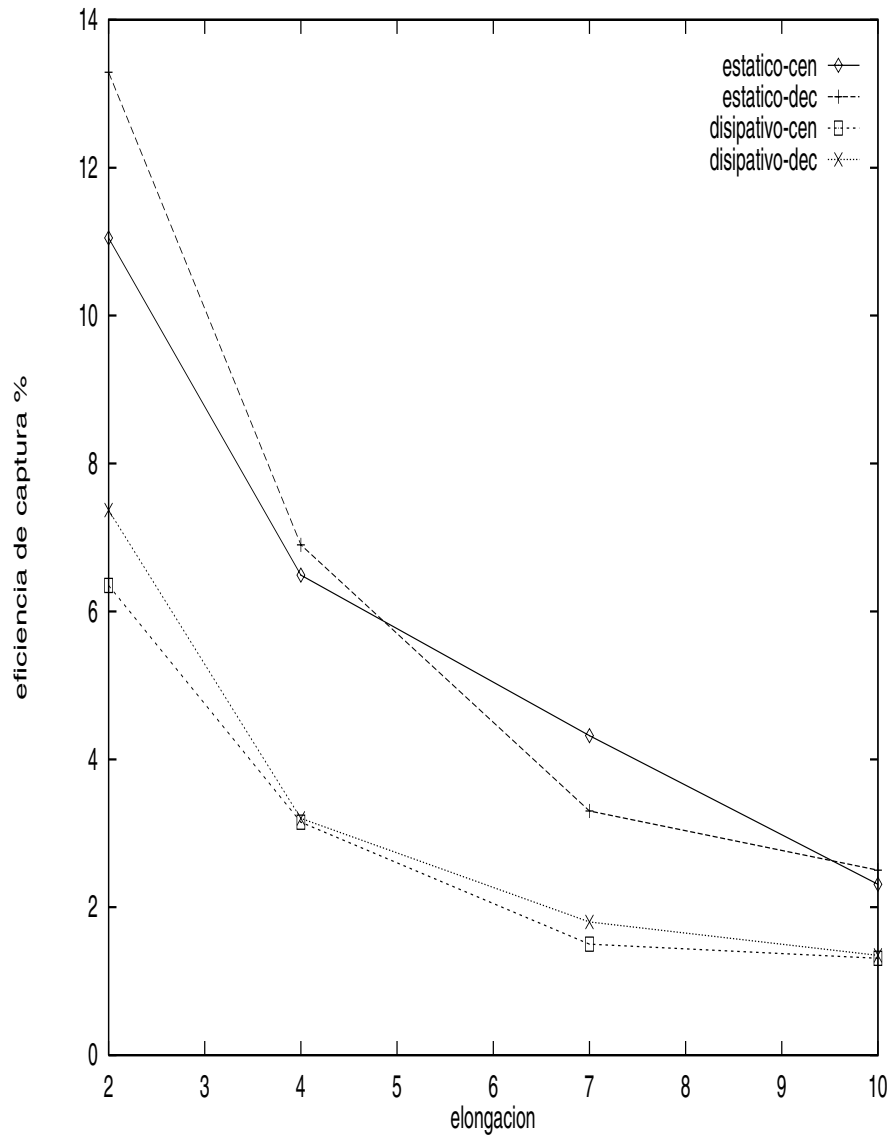


Figura 4.17: Porcentaje de máxima eficiencia de captura en función de la elongación (cociente de semiejes) del vórtice. Los datos referenciados con *estático-cen* corresponden a vórtices sin decrecimiento exponencial de amplitud y a partículas en el rango de tamaños 1 - 10 cm. Los datos referenciados con *disipativo-cen* son para vórtices con decrecimiento exponencial en amplitud y partículas en el rango de tamaños 1 - 10 cm. Los datos referenciados con *estático-dec* son para vórtices sin decrecimiento exponencial en amplitud y partículas en el rango de tamaños 0,1 - 1 m. Finalmente, los datos referenciados como *disipativo-dec* son para vórtices con decrecimiento exponencial en amplitud (*disipativos*) y partículas en el rango de tamaños 0,1 - 1 m. Todos los resultados corresponden a un vórtice a 5,2 UA después de 22 órbitas.

cialmente decreciente con elongación 2, están dados en la Tabla (4.1). El coeficiente de correlación de Pearson ( $\pi$ ), deducido de esta Tabla, es bueno para partículas con un tamaño inferior a 1,5 metros, y el nivel de confianza es cercano al 100%. Esta naturaleza lineal es consistente con los resultados obtenidos por Barge y Sommeria (1995) y Godon y Livio (2000), ver Figura (4.19), y la eficiencia de captura depende también del tamaño de las partículas. A la distancia donde se encuentra actualmente la órbita de Júpiter, el mecanismo de captura de partículas por el vórtice es más eficiente para partículas cuyo rango de tamaños se extiende desde centímetros a metros con un valor óptimo próximo a los 30 cm. Como resultado, la densidad superficial dentro del vórtice aumenta con el tiempo (ver Figura (4.21)). En el caso de partículas decimétricas se alcanza un factor 10 en menos de 30 rotaciones del vórtice. Durante la vida media del vórtice, cuyo valor esperado es del orden de  $10^3$  años, la densidad de las partículas puede incrementarse en un factor mucho mayor (un factor 200 para un vórtice con elongación 2, si se extrapolan los resultados obtenidos para 30 rotaciones del vórtice). El caso de un vórtice sin decrecimiento en amplitud y con elongación 2 puede ser considerado como el límite superior para la eficiencia de captura. Un vórtice más *realista* (con elongación igual a 4) reduce el ritmo de captura a la mitad, desplazando el valor óptimo del parámetro de fricción para captura hacia radios de partículas más grandes (40 – 50 cm). El comportamiento lineal del número de partículas dentro del vórtice en función del tiempo no depende de la elongación del vórtice pero cuando se considera un vórtice con decrecimiento de amplitud, el ritmo de captura tiende a cero, esto es, el número de partículas dentro del vórtice tiende a un valor constante cuando la amplitud del vórtice decrece (ver Figura (4.18)).

Obviamente, la física de las partículas sólidas colisionando dentro de un vórtice gaseoso es muy compleja y ha de ser estudiada de forma más detallada, un análisis preliminar ha sido llevado a cabo por Chavanis (2000), sin embargo se pueden extraer conclusiones importantes acerca del comportamiento de las partículas.

Como se mencionó anteriormente, la máxima eficiencia de captura se alcanza

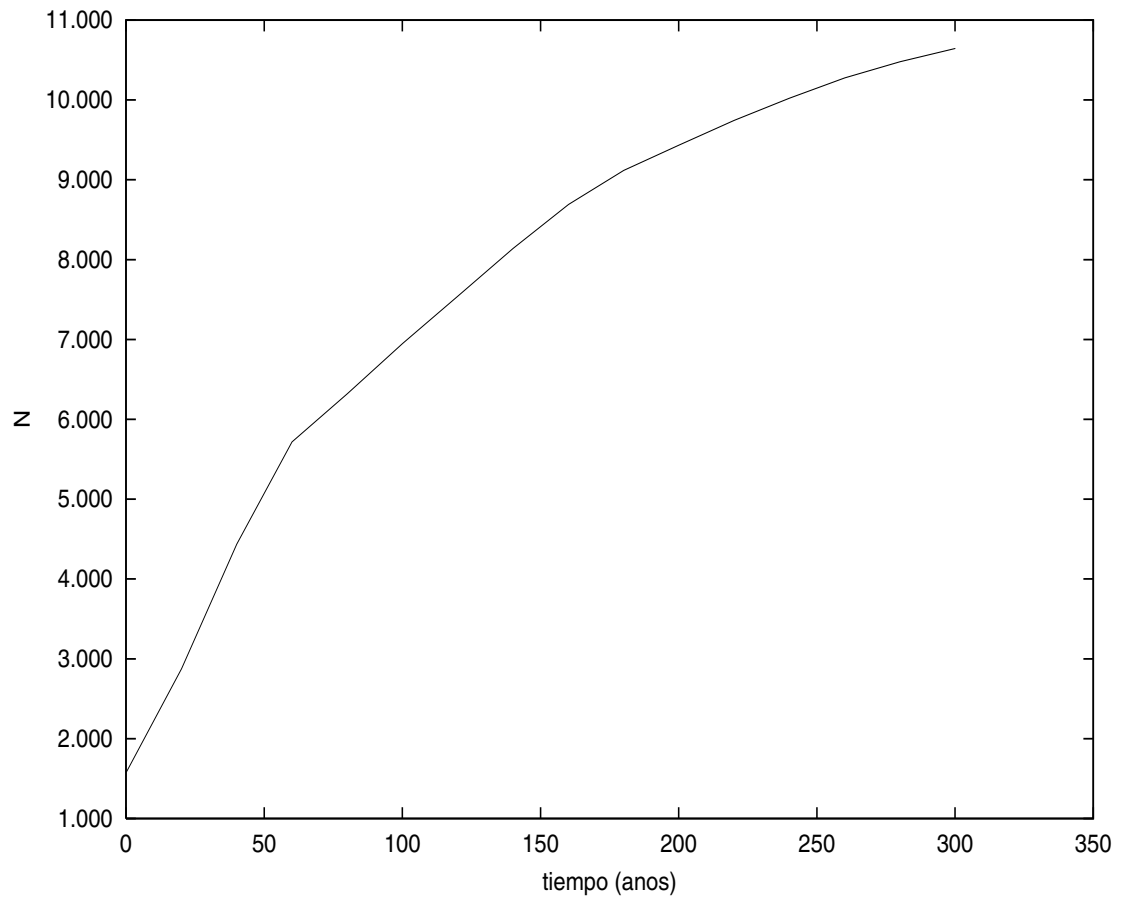


Figura 4.18: Ritmo de captura de partículas por parte de un vórtice con elongación  $f = 3$  y decrecimiento exponencial en amplitud con el tiempo. El disco está constituido por 400.000 partículas y se ha representado el número de partículas capturadas frente al tiempo en años.

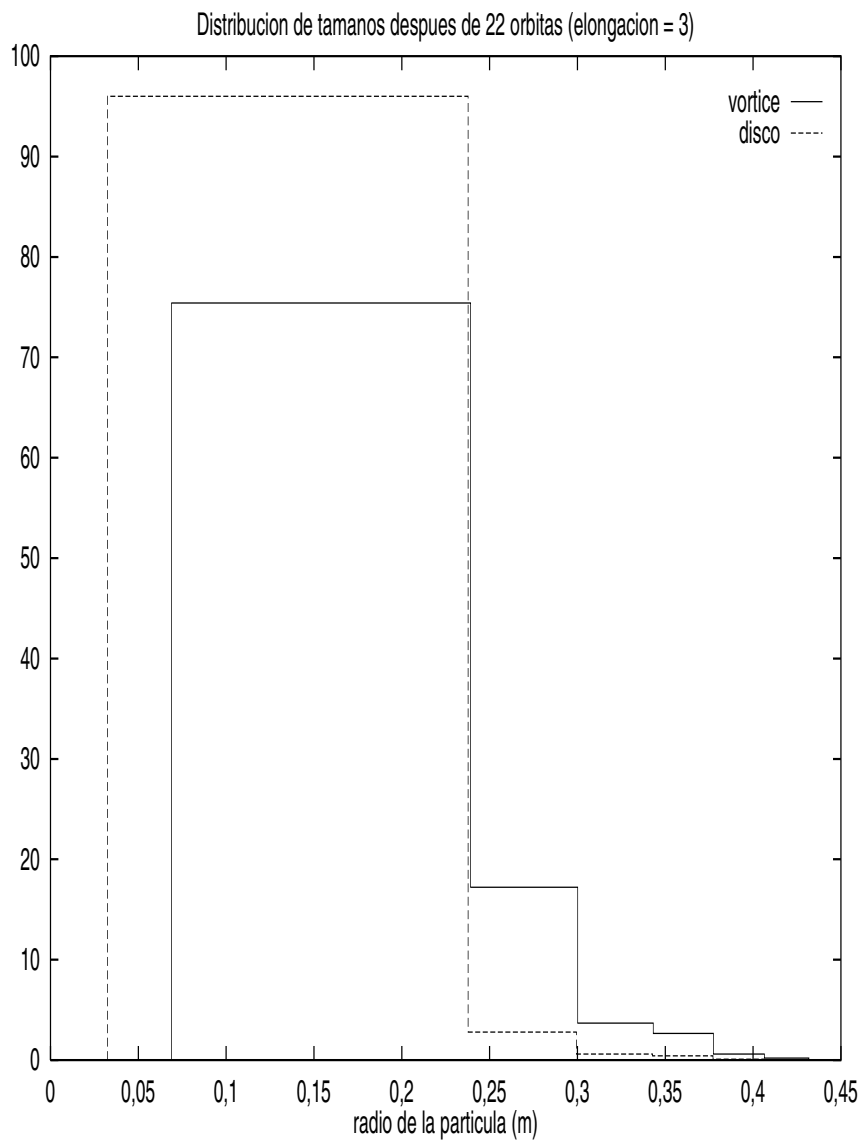


Figura 4.19: Comparación de las distribuciones de tamaño de las partículas de polvo dentro y fuera del vórtice después de 22 órbitas en la localización actual de Júpiter. El espectro de tamaños fuera del vórtice permanece constante durante los cálculos. El ritmo de captura para partículas decimétricas (0,1–0,6 m) es unas 8 veces superior al correspondiente a partículas de tamaño centimétrico (0,01–0,1 m) con eficiencia máxima para  $\approx 0,4$  m. La elongación del vórtice es 3 y su amplitud permanece constante.

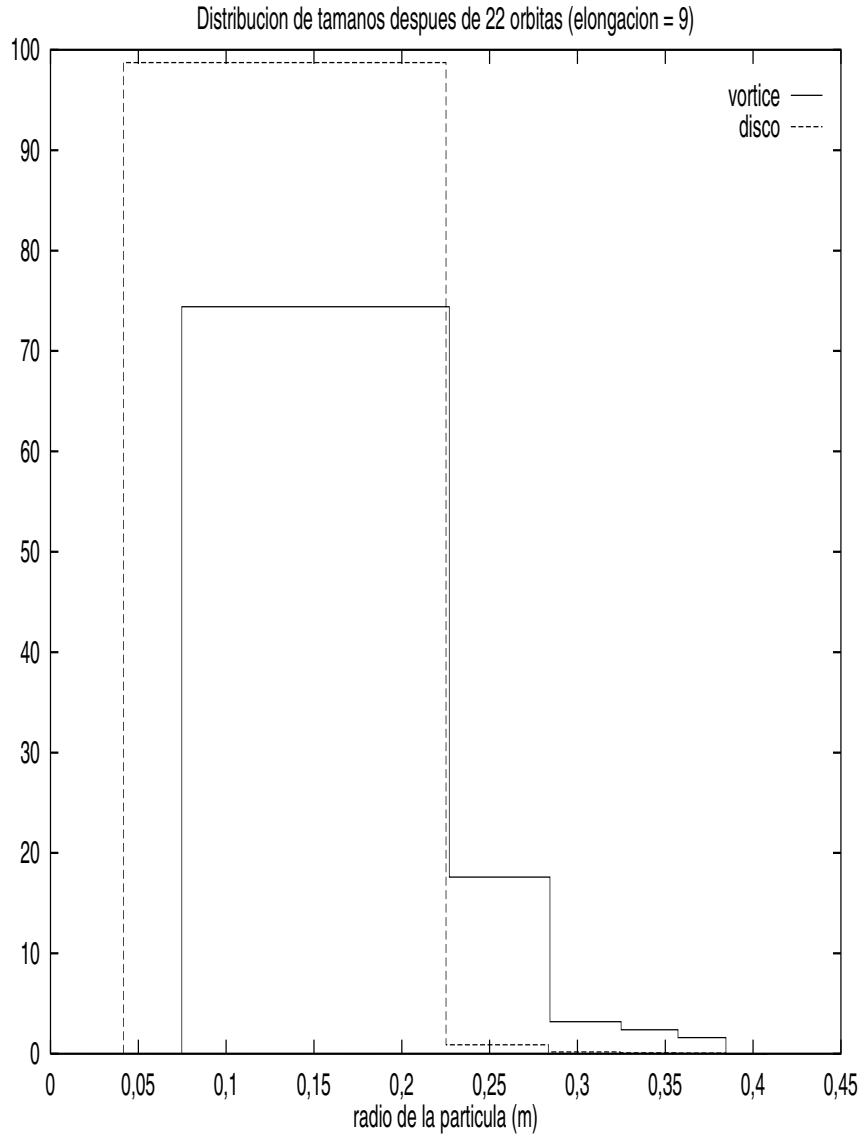


Figura 4.20: Comparación de las distribuciones de tamaño de las partículas de polvo dentro y fuera del vórtice con una elongación del vórtice igual a 9. El ritmo de captura para partículas decimétricas es unas 30 veces superior a el valor calculado para partículas centimétricas. La máxima eficiencia corresponde al rango  $[0,33, 0,36]$  m ( $\tau_s \in [0,7, 0,8]$ ).

Tabla 4.1: Parámetros para el mejor ajuste lineal del cociente de densidades superficiales  $\sigma_v(t)/\sigma_v(0)$ .

Rango(m)	$< s(m) >$	$a$	$b$	$\pi$
0,01-0,05	0,01	$1,21 \pm 0,05$	$0,040 \pm 0,001$	0,969
0,05-0,10	0,05	$1,72 \pm 0,06$	$0,103 \pm 0,001$	0,993
0,10-0,30	0,10	$2,63 \pm 0,09$	$0,175 \pm 0,002$	0,996
0,30-0,60	0,30	$3,1 \pm 0,2$	$0,241 \pm 0,003$	0,992
0,60-1,00	0,60	$3,2 \pm 0,2$	$0,232 \pm 0,003$	0,991
1,00-1,50	1,00	$2,43 \pm 0,06$	$0,133 \pm 0,001$	0,996
1,50-2,50	1,50	$1,24 \pm 0,05$	$-0,002 \pm 0,001$	-0,220

para el rango de tamaños con máxima velocidad radial hacia el Sol (o mínimo valor de la vida media). La vida media de las partículas depende de varios factores, principalmente de la distancia heliocéntrica y de la temperatura para un tamaño dado. El efecto de la distancia orbital puede estudiarse fácilmente. La Figura (4.22) muestra la vida media característica de una partícula en la actual localización de la órbita de Saturno. Ahora, el valor mínimo está desplazado hacia valores más pequeños del radio (20 cm) con la misma dependencia funcional con el radio para la máxima eficiencia de captura evolucionando de esa manera. Cálculos preliminares para un vórtice en la localización actual de la órbita de Saturno muestran que el porcentaje (después de 20 periodos) es  $\approx 12\%$  para partículas centimétricas y  $f = 4$ . Si se considera un vórtice cuya amplitud decrece exponencialmente con el tiempo, la eficiencia de captura decrece hasta el 4%.

Los resultados mostrados en esta Sección no cambian cualitativamente si se consideran diferentes valores para algunas de las propiedades físicas de la nebulosa solar. Por ejemplo, una nebulosa más caliente ( $\approx 1.000$  K a 1 UA) no altera la dinámica de forma significativa. Una nebulosa más masiva y más caliente incrementa la deriva radial de las partículas hacia el Sol pero esto sólo afecta marginalmente al proceso de captura de partículas por el vórtice, desplazándose el valor de  $\tau_s$  correspondiente a

máxima eficiencia hacia valores ligeramente más altos con unos valores del ritmo de captura ligeramente más pequeños. Los cálculos incluyendo autogravedad han sido realizados con el modelo descrito en la Sección 4.3 y están basados en un modelo de disco utilizado por Lin y Papaloizou (1993). Si el espesor de la nebulosa es mayor (y de esta forma el radio del vórtice también aumenta), se obtiene una eficiencia de captura mayor y lo contrario cuando el espesor es más pequeño. Ésto es debido a que, en el modelo simplificado utilizado en esta Tesis, el radio del vórtice es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura de la nebulosa, de manera que cuanto más caliente sea la nebulosa más grande será el radio. Incrementando la temperatura (y el radio del vórtice), el tamaño para máxima eficiencia de captura se desplaza a valores mayores del radio; notar que el efecto de la autogravedad (para la nebulosa de masa mínima) en los cálculos realizados no es muy significativo para partículas con tamaños inferiores a 0,6 metros.

Una mejor visualización del proceso de concentración selectiva puede alcanzarse si se asignan códigos de colores en función del radio de las partículas como puede apreciarse en las Figuras en color del Apéndice B. Dichas figuras corresponden a un disco de 400.000 partículas en presencia de un vórtice con elongación  $f = 3$  y decrecimiento exponencial en amplitud con el tiempo cuyo ritmo de captura viene dado por la Figura (4.18).

## 4.6 Comparación con trabajos anteriores

En esta Sección se comparan los resultados obtenidos en esta Tesis con los previamente establecidos en este campo con el objeto de evaluar la importancia de los mismos. La Tabla (4.2) compara las hipótesis de los modelos utilizados aquí con los previamente empleados por otros investigadores. Se discutirán estos aspectos a continuación.

Aunque algunos autores (Bracco et al. 1998, 1999; Godon y Livio 1999b, 2000) incluyen en sus cálculos hidrodinámica y dinámica de las partículas de polvo, ninguno

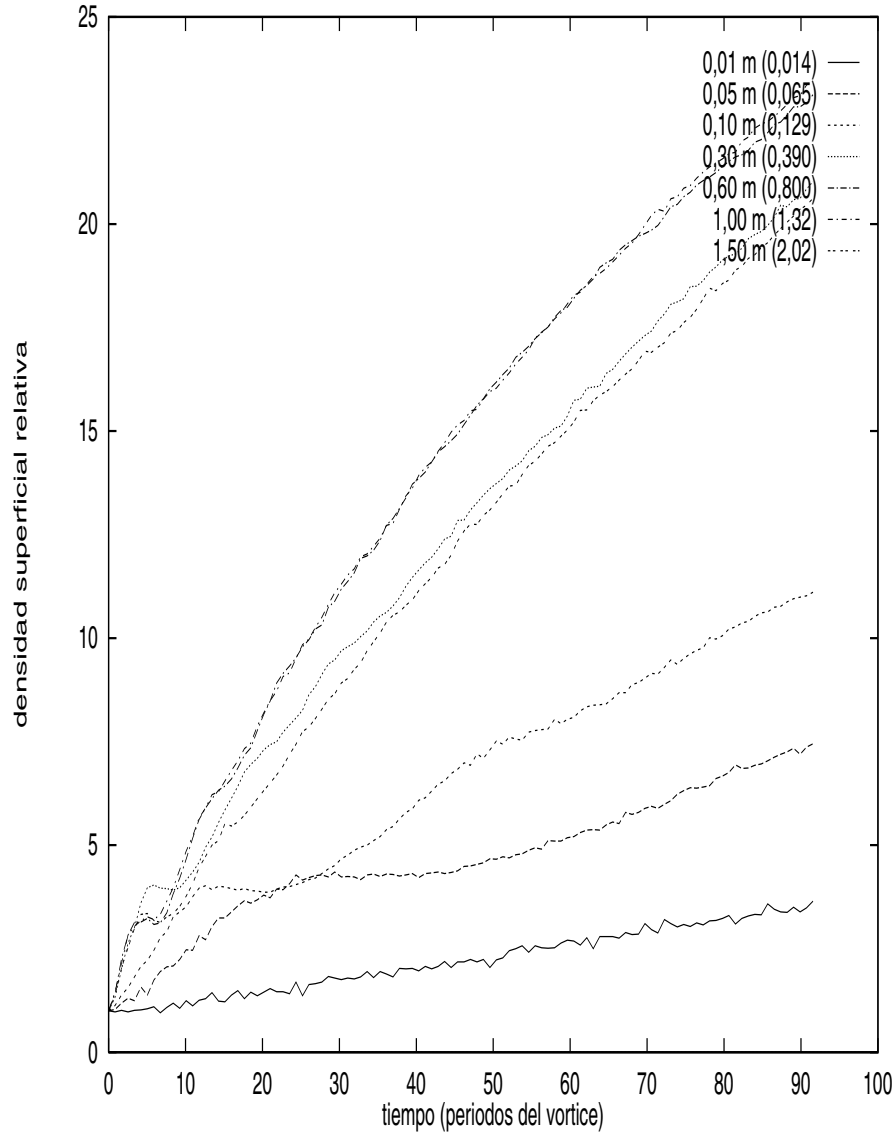


Figura 4.21: El cociente de densidades superficiales,  $\sigma_v(t)/\sigma_v(0)$ , dentro del vórtice (ver texto) en función del tiempo y para varios valores del parámetro de fricción. El proceso de captura es selectivo para tamaños de partículas cuyo rango va de centímetros a metros; es óptimo para un tamaño del orden de 30 cm ( $\tau \approx 0,7$ ). Estas curvas son para un vórtice estático (sin decrecimiento de amplitud con el tiempo) con un valor de la elongación igual a 2 localizado a la distancia radial donde está actualmente Júpiter.



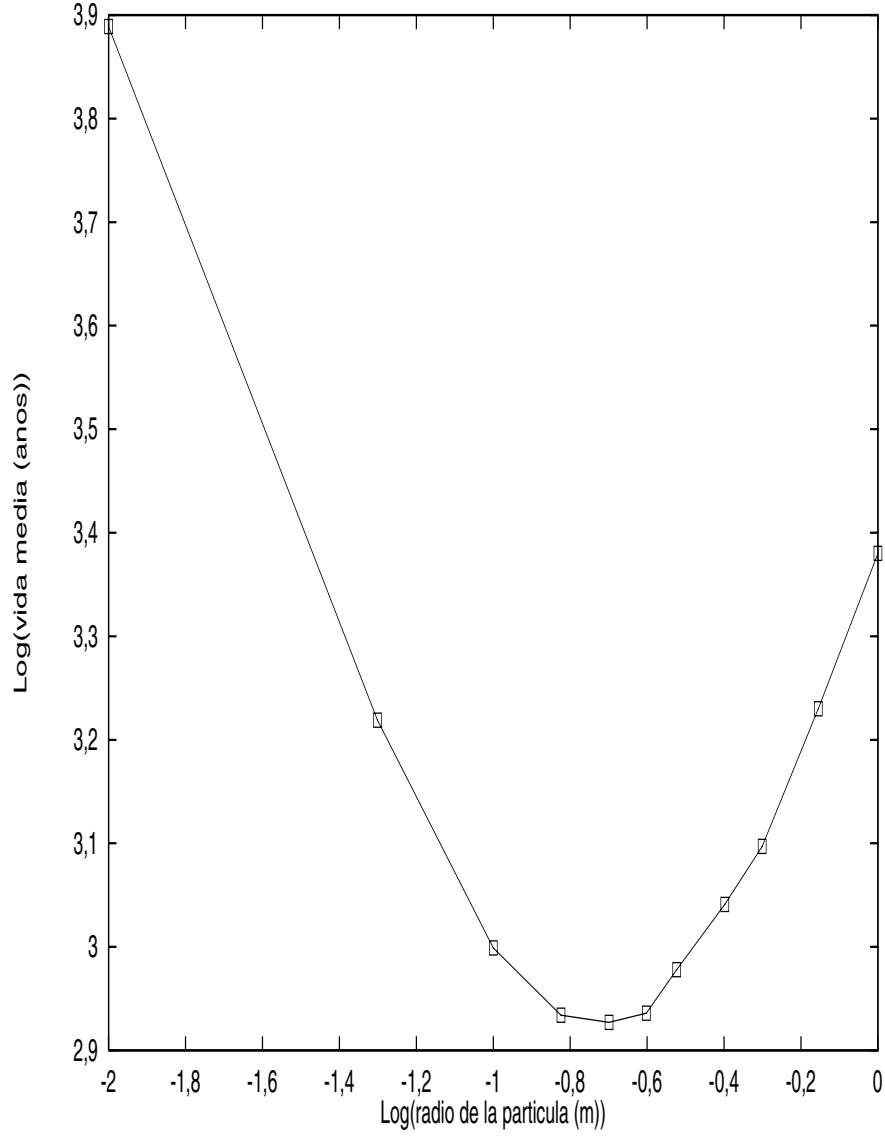


Figura 4.22: Vida media de una partícula en función del tamaño para una partícula localizada a una distancia de la estrella progenitora igual a la distancia a la que se encuentra Saturno (9,5 UA) y con temperatura  $T_o = 280$  K. Esta Figura corresponde a un disco protoplanetario axialmente simétrico no perturbado tal y como se ha descrito en el texto. El mínimo es para partículas con radios del orden de 0,2 m.

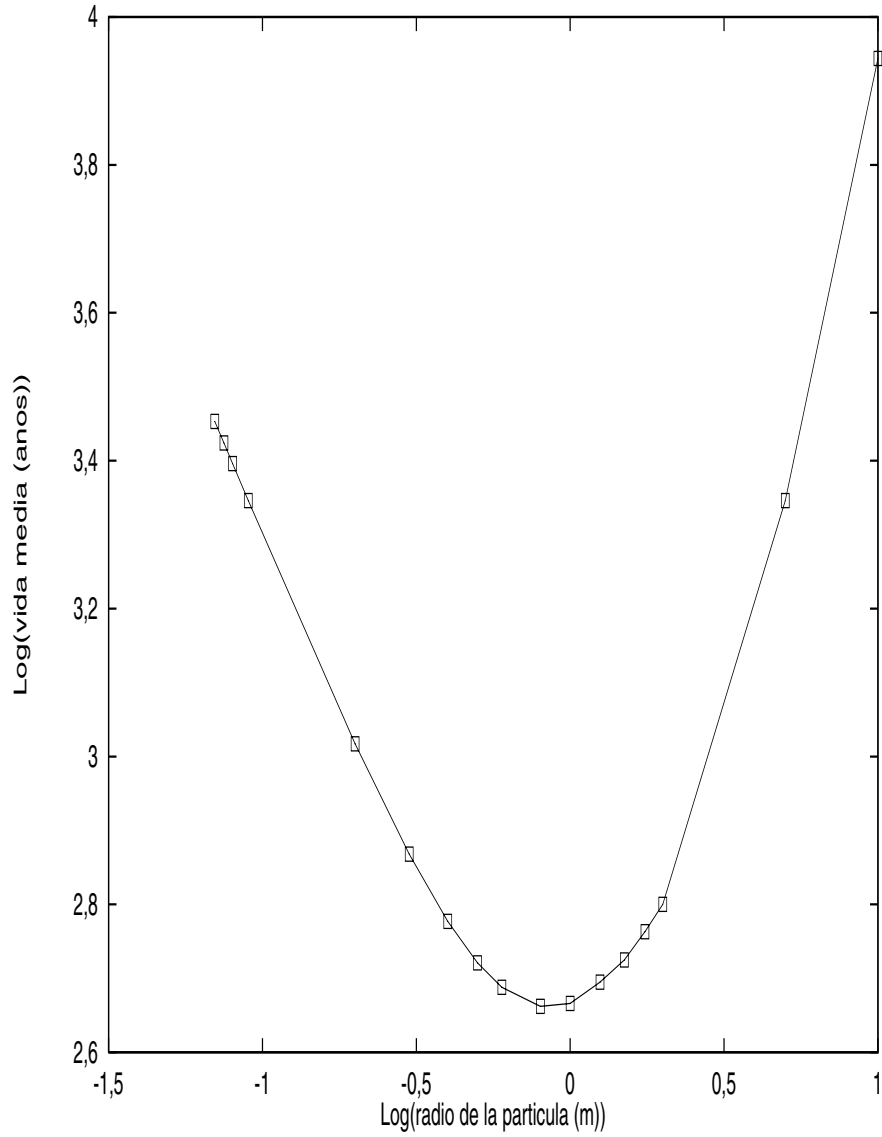


Figura 4.23: Vida media de una partícula en función del tamaño de la misma para una partícula localizada a una distancia de la estrella progenitora igual a la distancia heliocéntrica de Júpiter y con  $T_o = 1.000$  K. El valor mínimo corresponde a partículas con un radio aproximadamente igual a 0,9 m.

de ellos da detalles técnicos acerca de cómo se lleva a cabo la integración de las partículas del disco. Ésto hace difícil una comparación con trabajos de investigación más antiguos (Weidenschilling 1977; Cuzzi et al. 1993) en lo que se refiere a las escalas temporales dinámicas. Las técnicas numéricas usadas en esta Tesis permiten realizar dicha comparación de forma explícita.

Barge y Sommeria (1994, 1995) consideraron vórtices a gran escala duraderos con tamaños del orden de la mitad del espesor del disco protoplanetario. El modelo estándar de nebulosa utilizado en esta Tesis es el mismo que el utilizado por estos investigadores, de manera que sus resultados son directamente comparables con los encontrados aquí, aunque la elongación de los vórtices en su caso era constante e igual a 2. Estos autores obtuvieron un núcleo acumulado en el vórtice de  $16 M_{\oplus}$  en una escala temporal del orden de 500 órbitas del vórtice a 5 UA y suponiendo que todas las partículas tenían el mismo tamaño (eficiencia de captura  $\approx 80\%$  para partículas de 40  $\mu\text{m}$ ). El ritmo de acreción de partículas por parte del Sol que consideraron es de  $10^{-8} M_{\odot}/\text{año}$ . Aunque cualitativamente los resultados obtenidos en esta Tesis son consistentes con los suyos, existen algunas discrepancias cuantitativas: el ritmo de captura obtenido para un vórtice equivalente tiene un valor inferior y el ritmo de captura óptimo se obtuvo para un valor diferente al suyo de  $\tau_s \approx 1$  (correspondiente a un tamaño  $s \approx 50 \mu\text{m}$  y una masa  $m \approx 10^3 \text{ Kg}$ ). Estas diferencias pueden explicarse como resultado de diferentes aproximaciones e hipótesis. Estos autores utilizaron en sus cálculos la *aproximación epicíclica*, no consideraron distribución de tamaños para las partículas de polvo y su campo de velocidades del vórtice no era una solución exacta de las ecuaciones de Euler. Por otra parte, estos autores tuvieron en cuenta los resultados obtenidos tras  $6 \times 10^3$  años, mientras que en esta Tesis se utiliza una escala temporal mucho más corta ( $< 500$  años), que concuerda con resultados recientes obtenidos utilizando las técnicas de Hidrodinámica, según los cuales los vórtices se desintegran en una escala de tiempo del orden de  $3 - 5 \times 10^2$  años (Godon y Livio 2000; Li et al. 2001). Además, su modelo de vórtice no es exactamente un

caso particular del campo de velocidades utilizado en esta Tesis.

Tanga y sus colaboradores (1996) exploraron la posibilidad de que vórtices cuasi-bidimensionales de gran escala en la nebulosa solar actuaran como regiones de captura de partículas de polvo. Estos autores consideraron (en analogía con el trabajo original de von Weizsäcker) un patrón vortical, no un único vórtice, con vórtices que tenían un diámetro típicamente  $\leq 0,01$  UA a una distancia de 5 UA del Sol. Sus redes vorticales incluían vórtices más bien elongados (con cociente de semiejes igual a 4) y eran estáticos, de manera que ellos no consideraron fusión de vórtices ni decrecimiento exponencial en amplitud de los mismos con el tiempo. Estos autores estimaron analíticamente que, dependiendo del valor desconocido del arrastre de las partículas de polvo inmersas en el gas, la escala temporal de captura de las partículas de polvo en un pequeño vórtice anticiclónico localizado a 5 UA del Sol estaría en el rango  $20 - 10^3$  años, es decir, entre 2 y 100 periodos locales de revolución en torno al Sol. La masa que puede acumularse en el núcleo de tal vórtice en dicha escala de tiempo es del orden de  $10^{-5}M_{\oplus}$ , esto es, prácticamente la masa de un planetesimal. Los resultados obtenidos en esta Tesis concuerdan cualitativamente con los encontrados por dichos autores, aunque los detalles son muy diferentes y las principales diferencias están basadas en la utilización de vórtices de mayor tamaño y un espectro de masas para las partículas de polvo (de la Fuente Marcos y Barge 2001). Los planetesimales que se forman en las simulaciones llevadas a cabo en la elaboración de esta Tesis son del tamaño de Marte (para un ritmo de acreción de  $10^{-8}M_{\odot}/\text{año}$ ) y rotan en sentido directo con respecto a sus órbitas.

Bracco y su grupo (1998, 1999) resolvieron la ecuación de la vorticidad y mostraron que los vórtices anticiclónicos pueden ser estables y sobrevivir en el flujo de gas de la nebulosa protoplanetaria durante muchos periodos orbitales. Sus cálculos simplificados, no obstante, no tienen en cuenta la compresibilidad del flujo de gas. Además, los vórtices elípticos utilizados por estos autores no eran muy elongados (cociente de semiejes  $\approx 1,7 - 2,5$ ) con un valor de  $H/r \approx 1$  y el tiempo de frenado,

Tabla 4.2: Comparación de las características de los vórtices y de los principales resultados de esta Tesis con los trabajos de investigación anteriores

Características de los modelos	Barge y Sommeria (1995)	Tanga et al. (1996)	Bracco et al. (1998)	Godon y Livio (2000)	Chavanis (2000)	Esta Tesis (2001)
Modelo de disco	estándar*	estándar	estándar	S & S***	estándar	estándar
elongación**	2	$\approx 4$	$\approx 1, 7-2, 5$	4-10	1- $\infty$	1-10
tipo de vórtice	individual, estacionario	múltiple, estacionario	múltiple, dinámico	individual, dinámico	individual, estacionario	individual, dinámico
tamaño óptimo	50 cm	cm	cm	cm	30 cm	30 cm
integración de las partículas	parcial	parcial	parcial	parcial	parcial	completa
tiempo de frenado	variable	variable	constante	variable	variable	variable

\* Cuzzi et al. (1993)

\*\*  $\frac{a}{b}$  = cociente de semiejes

\*\*\* Shakura y Sunyaev (1973)

$T_s$ , tenía un valor fijo para un cálculo determinado; es decir, estos autores no tuvieron en cuenta que el tiempo de frenado,  $T_s$ , varía con el tiempo a medida que las partículas experimentan la deriva radial hacia el Sol. En lo que se refiere a la captura de partículas de polvo, sus resultados muestran que el proceso de concentración de las partículas es más rápido para partículas más grandes que, en consecuencia, tienen valores más pequeños del coeficiente  $1/T_s$  (estos autores utilizaron 10 como valor de referencia, que corresponde a partículas de  $\approx 1$  cm a 5 UA). Además, ellos mostraron que los vórtices que decrecen exponencialmente en amplitud también pueden concentrar partículas de polvo, aunque estos autores no proporcionaron muchos detalles acerca del efecto del decrecimiento en amplitud sobre el proceso de captura o la distribución de tamaños de las partículas capturadas. Ellos estimaron que la densidad de partículas de polvo capturadas en los vórtices se incrementaba en un factor 2 en cuestión de años. Los resultados obtenidos en esta Tesis son cualitativamente consistentes con sus conclusiones, aunque algunos resultados cuantitativos son muy distintos. Dichos resultados confirman que los vórtices con amplitud decreciente son capaces de concentrar una cantidad significativa de material sólido en un tiempo relativamente corto ( $< 1 \times 10^3$  años), pero la eficiencia del proceso de captura es aproximadamente la mitad de la correspondiente a un vórtice estático (o un vórtice de vida muy larga). Por otra parte, los vórtices utilizados por estos autores tienen elongaciones de valor  $\approx 2$ , que corresponde al valor óptimo para que la eficiencia de captura aumente, según los cálculos llevados a cabo en esta Tesis, aunque como se ha explicado anteriormente,  $f = 2$  no es un valor *realista*.

Godon y Livio (2000) llevaron a cabo una simulación de un disco politrópico bidimensional viscoso y compresible, incluyendo partículas de polvo, con el objeto de estudiar la formación y el papel desempeñado por los vórtices en los discos protoplanetarios. En un trabajo anterior (Godon y Livio 1999b), estos autores habían encontrado que los vórtices se desintegraban en una escala de tiempo del orden de 10–100 órbitas del vórtice, dicha escala temporal es inversamente proporcional al

valor del parámetro adimensional  $\alpha$  (10 corresponde a  $\alpha \approx 10^{-3}$ ). Utilizando un modelo de disco de acreción similar, estos autores obtuvieron que las partículas de polvo se concentraban en los núcleos de los vórtices en unos pocos periodos orbitales cuando el parámetro de arrastre es del orden de la frecuencia orbital. Ellos obtienen como conclusión que los vórtices pueden constituir la localización preferente para la formación de planetesimales en discos protoplanetarios. Los vórtices formados en sus simulaciones son bastante elongados (con cociente de semiejes en el rango  $4 - 10$ ), de manera que son muy diferentes a los vórtices encontrados por Barge y Sommeria o por Bracco y su grupo. Aunque ellos utilizaron un modelo de nebulosa diferente, los resultados obtenidos en esta Tesis son completamente consistentes con sus conclusiones (de la Fuente Marcos y Barge 2001). Desafortunadamente, estos autores no proporcionaron ninguna discusión acerca del efecto que tendrían diferentes valores de la elongación del vórtice sobre el proceso de captura de las partículas. Ellos también ignoraron el efecto del decrecimiento exponencial en amplitud del vórtice sobre el ritmo de captura en su análisis de la concentración de partículas de polvo en los núcleos de vórtices anticiclónicos y no tuvieron en cuenta un espectro de tamaños para las partículas de polvo.

Chavanis (2000) mejoró los trabajos de investigación preliminares (Barge y Sommeria 1995; Tanga et al. 1996) utilizando una solución exacta para el campo de velocidades del vórtice obtenida a partir de las ecuaciones de Euler bidimensionales incompresibles y la *aproximación epicíclica*. En su trabajo analítico, este autor estudió la escala temporal de captura y el ritmo de captura de partículas de polvo en función del tiempo de frenado  $T_s$ . Este autor confirmó la validez de los resultados obtenidos por Barge y Sommeria (1995) y encontró que la captura tiene también un valor óptimo en la región de la Nebulosa que actualmente ocupa el planeta Tierra. Los resultados obtenidos en esta Tesis concuerdan con su análisis, aunque no apoyan la idea de que la región ocupada actualmente por la órbita terrestre posea condiciones apropiadas para una concentración eficaz del material sólido dentro de los

vórtices (de la Fuente Marcos y Barge 2001). Téngase en cuenta que la vida media de un vórtice en la región ocupada actualmente por la órbita terrestre es 10 veces más corta que la vida media equivalente para un vórtice situado a 5 UA. Además, la vida media mínima está desplazada para partículas grandes (métricas), mientras que las partículas primordiales analizadas en esta Tesis son centimétricas y un vórtice típico tendría 0,04 UA de diámetro, de manera que su eficacia para capturar material sólido sería drásticamente reducida con un valor de la vida media de las partículas del orden de unos cuantos cientos de años. Por otra parte, aunque este autor utiliza una solución exacta de las ecuaciones de Euler bidimensionales incompresibles, sus expresiones analíticas para el ritmo de captura proporcionan soluciones singulares o complejas cuando la elongación del vórtice está en el rango  $1 - 2$  y/o  $2 - 3$ , así sus resultados únicamente son válidos para vórtices con  $f$  (su valor de  $q$ )  $> 3$ .

En general, los ritmos de captura obtenidos en los trabajos de investigación realizados para la elaboración de este Capítulo de la Tesis (de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999, 2001) concuerdan con los valores obtenidos en cálculos llevados a cabo por otros investigadores. Los resultados obtenidos por Godon y Livio (2000) son completamente consistentes con el ritmo de captura de partículas por el vórtice obtenido en los modelos calculados. En los modelos de Barge y Sommeria (1995) el proceso de captura es más eficiente, debido simplemente a que ellos consideran escalas temporales más grandes y un valor de  $f$  óptimo para captura.

## 4.7 Aplicación del modelo a la distribución orbital de los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper

En esta Sección se desarrolla un modelo que sugiere que la distribución orbital encontrada para los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper es el resultado de la formación de los planetas gigantes en el seno de vórtices (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001) como los descritos a lo largo de este Capítulo.



Las estrellas nacen en cúmulos; en el disco galáctico se encuentran los cúmulos abiertos, los cuales son poco densos e irregulares y contienen típicamente de unas pocas decenas a varios miles de estrellas. Estos cúmulos se están formando y desintegrando continuamente. La mayoría de los cúmulos abiertos galácticos tienen edades inferiores a 0,8 Ga (Mermilliod 2000); despreciando efectos observacionales y de selección, ésto indicaría que la mayoría de las estrellas nacieron en cúmulos con población inicial  $\leq 1.000$  estrellas (de la Fuente Marcos 1997). Por otra parte, se cree que los planetas comienzan a formarse antes de que su protoestrella progenitora abandone el cúmulo estelar donde surgió (después de haber transcurrido unos pocos Ma). Como ya se ha comentado, las teorías estándar de formación planetaria requieren la presencia de un disco de polvo y gas para que los planetas puedan formarse mediante coagulación de pequeñas partículas debido al arrastre del gas y a las perturbaciones de las órbitas de las partículas (Weidenschilling 1980). A partir de estas partículas, se formarían planetesimales (objetos de tipo asteroidal) de tamaño kilométrico. Después de haberse completado la formación de los planetas, los planetesimales remanentes podían haber dado lugar a los cinturones de asteroides, como por ejemplo la población de objetos transneptunianos de baja inclinación, o el cinturón de Edgeworth-Kuiper). Las órbitas de estas partículas primordiales son prácticamente circulares debido al proceso de disipación viscosa; este hecho sugiere que los planetas recién formados deberían poseer también excentricidades pequeñas. Sin embargo, las órbitas de los planetesimales remanentes evolucionarían, muy probablemente, en un medio ambiente multiplanetario, de manera que sería de esperar una modificación de sus excentricidades como resultado de las resonancias gravitatorias. Por otra parte, la dinámica de los cúmulos estelares progenitores está dominada por encuentros cercanos y distantes entre los miembros del cúmulo. Estas interacciones gravitacionales múltiples pueden modificar la distribución inicial de los elementos orbitales de las binarias primordiales y de los sistemas planetarios de forma muy eficiente (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2000a, 2001). El proceso de modificación

orbital es más importante para sistemas de mayor amplitud (semiejes mayores más grandes), de manera que se esperarían consecuencias dinámicas (alteración orbital) en las regiones externas de los sistemas planetarios (estructuras de tipo cinturón de Edgeworth-Kuiper).

En los últimos años se han descubierto un gran número de objetos transneptunianos y objetos dispersos del disco protoplanetario (consultar Jewitt y Luu 2000 para obtener una recopilación reciente de resultados en este campo). Estos resultados observacionales indican que el Sistema Solar externo está abundantemente poblado por cuerpos de tamaño relativamente grande ( $< 1.000$  Km de diámetro). Se cree que estos cuerpos son planetesimales helados que han sobrevivido a la etapa precedente de formación planetaria. Estos cuerpos orbitan a gran distancia heliocéntrica, principalmente a unas 40 UA, de manera que sus órbitas pudieron ser perturbadas de forma muy eficiente debido a la presencia de otras estrellas del cúmulo. En esta Sección del Capítulo 4, se utilizarán simulaciones numéricas para mostrar que la distribución orbital de la población de objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper deducida de las observaciones podría ser el resultado de encuentros estelares entre el protosol y otras estrellas de su cúmulo estelar progenitor siempre que los planetas más externos (Urano y Neptuno) se hubiesen formado en el marco del modelo vortical discutido en detalle en las secciones anteriores de este Capítulo. Además, se estudiará el problema más general de la alteración orbital de las regiones externas de los sistemas planetarios como resultado de las interacciones dinámicas en cúmulos estelares.

Se presentarán cálculos de  $N$ -cuerpos de la evolución orbital de una población de objetos primordiales del cinturón de Edgeworth-Kuiper (OCEKs) de prueba en un cúmulo estelar sometido a las perturbaciones gravitacionales de otros miembros del cúmulo, estrellas individuales y binarias. Con el objeto de proporcionar condiciones iniciales para la población test de OCEKs, se considerarán tres distribuciones orbitales iniciales para la excentricidad y los semiejes mayores. La primera está basada

en un modelo convencional de la evolución de la nebulosa solar con excentricidad,  $e = 0,01$  y semiejes mayores uniformemente distribuidos en el rango 35–60 UA. La segunda distribución tiene en cuenta la etapa de formación planetaria posterior al proceso de migración radial de Neptuno hacia el exterior y que condujo a la concentración de partículas sólidas a 39 UA y con valores de la excentricidad en el rango  $e \sim 0,1$ – $0,3$ . La tercera distribución procede de simulaciones de un disco protoplanetario gaseoso bidimensional no colisional, como las llevadas a cabo en las secciones anteriores de este Capítulo, en el cual las partículas sólidas situadas más allá de 60 UA son perturbadas por los protoplanetas precursores de Urano y Neptuno en su etapa de crecimiento. Las partículas métricas están atrapadas en una resonancia externa con distancia radial de unas 48,5 UA y una excentricidad de 0,16. Los encuentros estelares conducen a una modificación significativa de la distribución orbital primordial únicamente si el Sol nació en un cúmulo abierto típico pero no en una asociación estelar. Estos resultados indican que la distribución orbital de los OCEKs dispersos observada, puede ser el resultado de interacciones gravitatorias múltiples en el cúmulo estelar donde se produjo la formación del Sol. Por otra parte, la configuración orbital circular de tipo cinturón de Edgeworth-Kuiper que se encontró en torno a  $\epsilon$  Eridani indica que esta estrella pudo originarse en un pequeño cúmulo o asociación estelar.

En la siguiente Subsección se proporcionan detalles de las simulaciones numéricas. La Subsección 3 discute de nuevo los diversos modelos de formación planetaria. En la Subsección 4 se analizan los resultados de los cálculos llevados a cabo. En la última Subsección se discuten las implicaciones de dichos resultados.

#### **4.7.1 Modelos dinámicos para los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper**

La modificación orbital de una población primordial de objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper (OCEKs) podría tratarse, en principio, desde un punto de vista

estadístico mediante la realización de un gran número de experimentos individuales (encuentros estelares de 2 ó 3 cuerpos) de dispersión planetaria utilizando un esquema de Monte–Carlo para seleccionar los parámetros de entrada del modelo. Esta aproximación ha sido adoptada recientemente por Ida y sus colaboradores (2000a) y por Adams y Laughlin (2001).

Ida y su grupo (2000a) consideraron interacciones de una estrella (el Protosol) con un disco de planetesimales debidas a encuentros gravitatorios con otra estrella individual (encuentros estelares de 2 cuerpos). Estos autores han llevado a cabo una serie de simulaciones numéricas con el objeto de comprobar el efecto de encuentros con estrellas compañeras en discos protoplanetarios. En el trabajo de Ida y sus colaboradores, se consideraron partículas no sometidas a colisiones (correspondientes a planetesimales), orbitando inicialmente en círculos coplanarios en torno a la estrella primaria (el protosol). El disco de partículas sufre un encuentro con una estrella y los cambios producidos en las órbitas de las partículas de prueba se integran teniendo en cuenta las contribuciones de las fuerzas gravitatorias de la primaria y la estrella compañera utilizando un esquema predictor–corrector de cuarto orden. En general, sin embargo, esta aproximación implica considerar que los encuentros estelares de 2 cuerpos son los únicos que contribuyen a la alteración orbital del cinturón de Edgeworth–Kuiper. La adopción de esta hipótesis inicial es muy discutible, si se tienen en cuenta cálculos previos de otros autores en el campo relacionado de la modificación orbital de sistemas de tipo joviano (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 1997, 1998a, 2000a, 2001) como consecuencia de la formación de configuraciones jerárquicas temporalmente estables, que son necesarias para una modificación orbital significativa, y que requieren de, al menos, la presencia de 5 cuerpos.

Por otra parte, Adams y Laughlin (2001), utilizando un programa para simular procesos de dispersión planetaria (encuentros estelares de 3 cuerpos), han calculado las secciones eficaces de dispersión de los OCEKs, para órbitas inicialmente circulares con radios en el rango  $30 \text{ UA} \leq a \leq 70 \text{ UA}$ , debida a interacciones gravitatorias con

otras estrellas del cúmulo progenitor (Laughlin y Adams 1998, 2000). La aproximación experimental adoptada por estos autores implica considerar que los encuentros estelares de 3 cuerpos son los únicos que contribuyen a la modificación orbital de los OCEKs.

Aunque la aproximación asociada a la utilización del método de Monte-Carlo proporciona información útil sobre el resultado de las interacciones gravitatorias mencionadas, un mejor tratamiento para la modificación orbital de los OCEKs puede realizarse mediante la integración numérica directa de los cúmulos abiertos completos. De esta manera, no es necesario adoptar hipótesis alguna previa sobre el tipo de interacciones dinámicas implicadas.

En esta Sección del Capítulo 4, y en lugar de calcular la evolución de varios modelos de cúmulo con diferentes poblaciones y tamaños, se considerará una muestra de modelos calculados con el programa NBODY5 (Aarseth 1994) que únicamente difieren en el valor del *número semilla* para la generación de las condiciones iniciales. Para este estudio se escogerá un modelo de cúmulo abierto con  $N = 800$  objetos (10% de estrellas individuales, 40% de binarias, 50% de sistemas de prueba de tipo CEK). Por simplicidad, los sistemas estudiados en esta Sección del Capítulo 4 están compuestos de un OCEK de prueba y su estrella progenitora (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001). Se especificará un rango de masas de  $0,08\text{--}15,0 M_{\odot}$  para las estrellas y su distribución de masas procedente de una función de masas realista (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2000b). Para generar las velocidades y posiciones iniciales se utiliza un modelo de Plummer (Aarseth et al. 1974), con un valor fijo de 0,25 para el cociente entre la energía cinética y la energía potencial total. El radio medio del cúmulo es  $R_h \sim 0,8$  pc, y la velocidad cuadrática media correspondiente a dicho radio,  $v$ , tiene un valor de  $\sim 1,1$  km/s, con un tiempo propio asociado,  $2R_h/v$ , de valor  $1,4 \times 10^6$  años. Se escogerá un 40% de binarias primordiales como un porcentaje aceptable de binarias para cúmulos abiertos, con semieje mayor,  $a_b$ , en el rango  $170\text{--}1.030$  UA; mientras que  $a_h = 2R_h/N \sim 413$  UA para una binaria

dura (para una definición de binaria dura, ver la siguiente Sección) típica (60% de binarias duras). Se supone que el cúmulo describe una órbita circular en la vecindad solar, con un término adicional en las ecuaciones del movimiento que da cuenta de la fuerza de marea estándar linealizada y que está expresado en las coordenadas rotantes (Aarseth 1994). Los objetos que escapan del cúmulo (binarias, sistemas de tipo CEK de prueba, estrellas individuales y asteroides solitarios), situados a una distancia superior al doble del radio de marea clásico ( $\sim 7$  pc), no son considerados en los cálculos con el propósito de centrar el interés de los mismos en la parte ligada del cúmulo. Se incluye la evolución estelar mediante la utilización de las tablas de interpolación desarrolladas por Eggleton y sus colaboradores (1989). Este esquema de ajuste proporciona el radio estelar, la luminosidad, la masa y la clasificación espectral, en función de la masa inicial y la edad de la estrella. Como se puso de manifiesto anteriormente, los sistemas de tipo CEK estudiados en esta Sección están compuestos de un único objeto de prueba con una masa de unos  $4 \times 10^{20}$  kg (suponiendo una densidad de  $2.000 \text{ kg m}^{-3}$  correspondiente a un radio de unos 300 km) y su estrella progenitora. Con el propósito de seleccionar condiciones iniciales apropiadas para las partículas de prueba, se discutirán en la siguiente Subsección diferentes modelos de formación planetaria.

#### **4.7.2 Diferentes escenarios de formación planetaria**

A la luz de uno de los modelos convencionales, y como se vió en el Capítulo 2, se cree que la formación planetaria se produjo como resultado de una inestabilidad gravitacional en una capa de polvo densa, que condujo a la fragmentación del material en planetesimales de tamaño kilométrico (Safronov 1969; Goldreich y Ward 1973). En este escenario, cuando proto-Neptuno se había formado los planetesimales habían crecido hasta alcanzar tamaños comparables a los de los actuales OCEKs. Este modelo indica que los OCEKs primordiales estaban distribuidos, pero no uniformemente, en el disco protoplanetario externo con bajas excentricidades ( $\leq 0,01$ ) como resultado

del arrastre del gas.

Por otra parte, y como se vio también en el Capítulo 2 de esta Tesis, la formación de planetesimales puede explicarse, además, mediante procesos de agregación de partículas. De hecho, Weidenschilling (1980) fue el primero en darse cuenta de la dificultad existente para explicar la formación planetaria utilizando el modelo de inestabilidad de la capa de partículas del disco protoplanetario. Cuzzi y sus colaboradores (1993) y Weidenschilling (1995) demostraron que la existencia de una inestabilidad de este tipo era de difícil justificación. Las partículas tenían que crecer, por lo menos hasta un tamaño métrico, antes de poder desacoplarse de la turbulencia de cizalladura y desacelerarse hasta alcanzar velocidades adecuadas para que la inestabilidad gravitacional pueda sobrevenir. La dispersión de velocidades radiales inducida por el arrastre del gas retrasará la formación de la inestabilidad gravitacional hasta que el tamaño medio de las partículas se encuentre en el rango 10–100 m. En el escenario colisional (ver, por ejemplo, Beckwith et al. 2000) las partículas crecen mediante procesos de agregación y adhesión durante las primeras etapas evolutivas. De este modo, en unos  $10^4$  años, las partículas pueden crecer desde tamaño micrométrico hasta tamaño métrico mediante varios tipos de procesos colisionales: movimiento Browniano, deposición, turbulencia y migración radial. El modelo dominante de las condiciones físicas en el disco protoplanetario establece que, transcurridos otros  $10^4$  años aproximadamente, las partículas, inicialmente pequeñas, pueden alcanzar tamaños del orden de varios kilómetros. A partir de un tamaño de 1 km, la atracción gravitatoria da lugar a que los planetesimales crezcan mediante colisiones dos a dos y posteriormente mediante crecimiento descontrolado (*runaway growth*) hasta que se forman algunos planetas al cabo de 1 Ma.

Estudios recientes de la formación de planetas gigantes gaseosos indican que la mayor parte del proceso de formación planetaria tiene lugar en 1–16 Ma con formación de planetas similares a Júpiter en un tiempo  $t \leq 10$  Ma. Teniendo en cuenta las condiciones físico-químicas de la nebulosa solar primitiva, el crecimiento de los

granos de polvo desde tamaños típicos del medio interestelar hasta tamaños métricos, y superiores, tiene lugar en menos de  $10^5$  años a distancias de 30 UA del Sol, y es más rápido a distancias heliocéntricas más pequeñas (Weidenschilling 1997; Schmitt et al. 1997). En lo que respecta a los OCEKs, el resultado final de este escenario colisional es muy parecido al que puede obtenerse con el modelo de inestabilidad gravitacional. Los modelos de acreción simplificados aplicados a la región transneptuniana (Stern y Colwell 1997) indican que la escala temporal de crecimiento de Neptuno y otros cuerpos de gran tamaño presentes en la región neptuniana de la nebulosa protoplanetaria podían muy bien haber sido del orden de varios cientos de Ma. Estos modelos también sugieren que el crecimiento de Neptuno no fue muy rápido. Por otra parte, modelos elaborados recientemente por Bryden y sus colaboradores (2000) indican que la escala temporal de formación de proto-Neptuno podría haber sido de  $\sim 10^{6-7}$  años.

Sin embargo, los resultados observacionales (Trilling et al. 2000) sugieren que la secuencia de crecimiento de los planetesimales puede ser más compleja. El ejemplo más extremo de esta situación es el sistema orbitando en torno a la estrella  $\rho^1$  Cancri. Este sistema de 5 Ga de edad posee un disco de polvo circunestelar y al menos un planeta ya formado. Las observaciones de ISO (*Infrared Space Observatory*) permitieron detectar el disco a una longitud de onda de 60–90  $\mu\text{m}$ . Para interpretar las observaciones se requiere la presencia de una masa de  $\approx 4 \times 10^{-5} M_{\oplus}$  de granos de polvo de 10  $\mu\text{m}$  situada a una distancia de la estrella central entre 35 y 60 UA con una cavidad central bien definida debida al *barrido* realizado por el planeta ya formado (Dominik et al. 1998). Otro ejemplo de esta situación es el disco protoplanetario en torno a  $\epsilon$  Eridani que tiene una edad de 0,5–1,0 Ga (Greaves et al. 1998). En este sistema la formación planetaria está en vías de completarse o bien ha finalizado ya, pero algo de polvo (0,01–0,4  $M_{\oplus}$ ) está todavía presente a una distancia radial de unas 115 UA. Además, las estrellas de tipo UX Orionis (correspondientes a tipos espectrales A0–A5) son conocidas por poseer cantidades significativas de partículas



de tamaño métrico a pesar de que la edad de las mismas es tan sólo de unos pocos Ma (ver Grinin et al. 1996). Por otra parte, se cree que pueden formarse cometas en una escala temporal de tan sólo  $10^5$  años (Weidenschilling 1997), pero el tiempo necesario para acretar y/o dispersar todo el polvo sería  $\gg 10^8$  años, que coincide con la escala temporal necesaria para formar OCEKs de gran tamaño (Kenyon y Luu 1998).

Teniendo en cuenta los resultados observacionales mencionados anteriormente, no resulta fácil comprender como los granos de polvo del disco pueden tener, típicamente, tamaños desde milimétricos hasta métricos durante un periodo tan largo de tiempo. Por tanto, existe una fuerte evidencia observacional que sustenta la existencia de discos circunestelares en torno a estrellas jóvenes pero, hasta el momento, no hay una interpretación clara de su evolución. Se cree que este tipo de discos son turbulentos durante una parte de sus vidas como se ha discutido en las secciones anteriores de este Capítulo. Como se vió en las secciones anteriores, vórtices gigantes persistentes podían ser los lugares más apropiados para la formación de planetesimales y los núcleos de los planetas gigantes.

Una consecuencia importante que se deriva de la consideración de un mecanismo de confinamiento de partículas basado en la captura de las mismas por parte de un vórtice es que las partículas métricas ya no se precipitarían todas al Sol, como sucedía en el caso del modelo axialmente simétrico. De hecho, los vórtices gigantes pueden capturar o confinar parte de las partículas permitiéndolas crecer más fácilmente hasta alcanzar el rango métrico de tamaños. Este mecanismo de formación planetaria puede, en principio, ser el único capaz de permitir la coexistencia de cuerpos de tamaño planetario y partículas de material sólido métricas (o incluso submétricas) debido a que es bastante rápido. Si los cuatro planetas gigantes de nuestro sistema solar se formaron en el interior de estructuras vorticales, tiene sentido considerar los efectos del proceso de crecimiento de los protoplanetas gigantes, proto-Urano y proto-Neptuno, para la región de la Nebulosa analizada en esta Sección del Capítulo

4, sobre el material sólido de tamaño métrico. Se puede decir que las condiciones iniciales impuestas por este modelo de formación planetaria son *no convencionales* pero plausibles si se tiene en cuenta el mecanismo de captura de partículas por parte del vórtice. Con el propósito de obtener estas condiciones iniciales para una población primordial de OCEKs se diseñaron simulaciones numéricas para comprobar el efecto de proto-Urano y proto-Neptuno sobre el material sólido del disco protoplanetario gaseoso (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001). Los detalles de estos cálculos adicionales se discuten a continuación.

#### 4.7.3 Evolución de una población de proto-OCEKs

Si se supone que los planetas gigantes se formaron en el interior de vórtices, el material sólido de tamaño métrico pudo coexistir con los protoplanetas gigantes durante esta etapa evolutiva de la Nebulosa. En este escenario, y con el objeto de proporcionar condiciones iniciales adecuadas para las simulaciones de  $N$ -cuerpos llevadas a cabo posteriormente con el programa NBODY5 (Aarseth 1994), se utilizará el programa bidimensional no colisional descrito en de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos (1998b). Este programa utiliza un algoritmo de cálculo de tipo Bulirsch–Stoer (Bulirsch y Stoer 1966) para resolver las ecuaciones de movimiento de las partículas sólidas sometidas a fuerzas viscosas y a la interacción gravitacional con el protosol, con proto-Urano y proto-Neptuno. Este cálculo proporciona la localización de las resonancias externas primordiales, no gravitacionales, situadas más allá de la órbita actual de Neptuno. En estas resonancias externas las partículas orbitan más lentamente que los planetas y sus pérdidas y ganancias de momento orbital y de energía orbital se equilibran (Scholl et al. 1993). La escala temporal necesaria para alcanzar este equilibrio depende de los valores de las masas planetarias, de la excentricidad de las órbitas de los planetas, del tamaño de las partículas y del orden de la resonancia. Con el objeto de estudiar si la captura de partículas en estas resonancias es un mecanismo capaz de confinar la suficiente cantidad de material sólido para formar

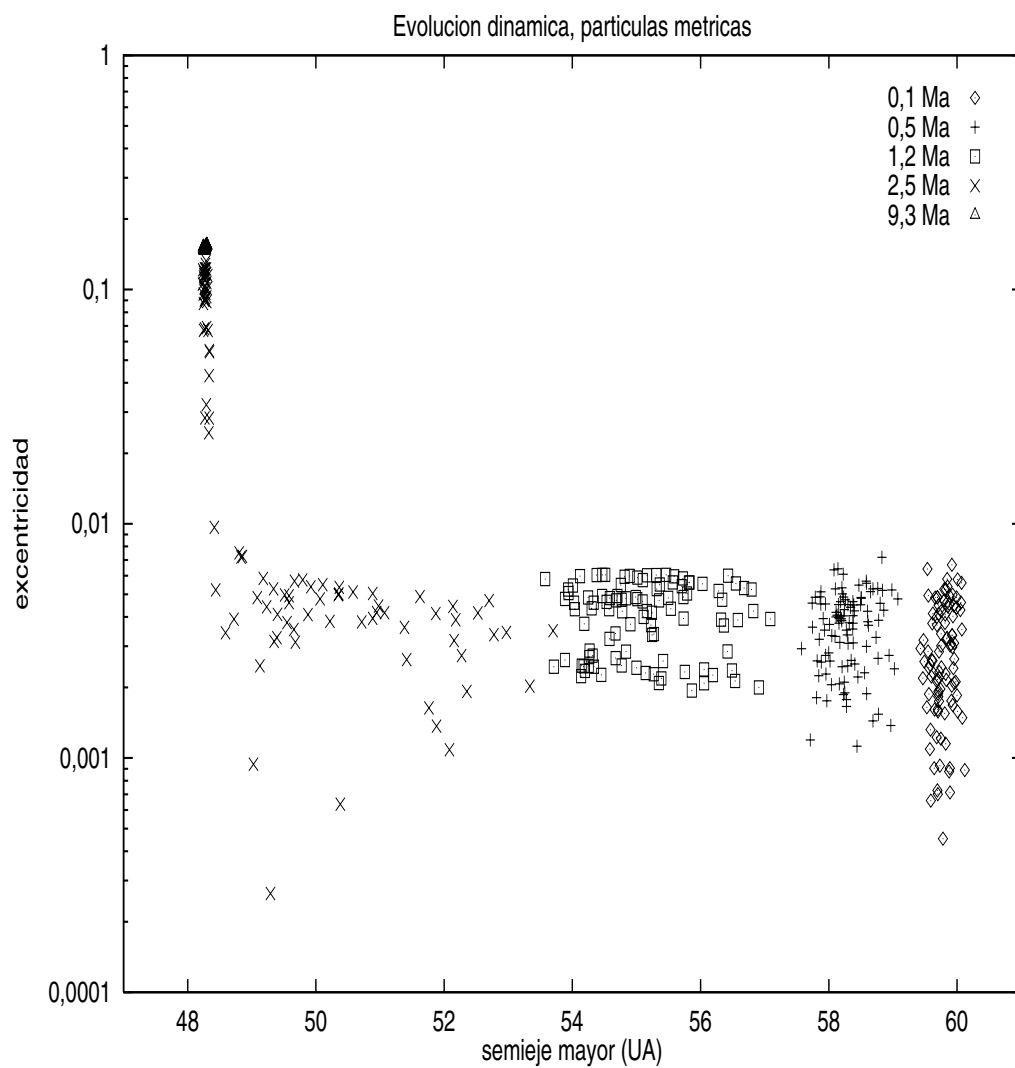


Figura 4.24: Evolución orbital de un modelo determinado de proto-OCEKs. Las partículas quedan atrapadas finalmente en en una configuración estable a una distancia heliocéntrica media de 48,5 UA con una excentricidad de 0,16.

OCEKs primordiales se considerará la etapa evolutiva de la Nebulosa durante la cual las masas de proto-Urano y proto-Neptuno alcanzaron los valores que presentan actualmente debido a procesos de acreción del gas de la nebulosa solar. Durante esta etapa, la caída de material sólido procedente de las regiones externas de la nebulosa solar, inducida por el arrastre del gas nebular, proporciona una reposición continua de material sólido. Se han llevado a cabo una serie de integraciones numéricas de órbitas coplanarias de partículas de polvo métricas para estudiar la respuesta dinámica de las partículas en un disco protoplanetario con radio  $R_D = 100$  UA y masa  $M_D = 0,001 M_\odot$ . Si los protoplanetas gigantes gaseosos están, todavía, acretando gas, una fracción significativa de la masa del disco,  $M_D$ , se encuentra en forma de gas, pero ésta será significativamente menor que en el caso de la nebulosa solar de masa mínima.

Se ha generado una población de partículas de polvo orbitando el Sol con una excentricidad inicial de 0,010 y una distancia heliocéntrica inicial de 60 UA sometida a la atracción gravitatoria de proto-Urano y proto-Neptuno, cuyas masas son un 10% de las actuales y cuyas excentricidades orbitales son 0,0472 y 0,0086, respectivamente. En los cálculos realizados, las órbitas circulares iniciales de las partículas de prueba son perturbadas por el Sol, proto-Urano y proto-Neptuno pero dichas órbitas no ejercen, a su vez, ninguna fuerza gravitacional apreciable, entre ellas o sobre los protoplanetas en crecimiento. En lugar de considerar un modelo de crecimiento continuo para los planetas gigantes se restringirán los cálculos a una distribución estática de las masas de los protoplanetesimales en crecimiento. Los resultados obtenidos no dependen en gran medida, desde un punto de vista cualitativo, de los valores elegidos para las masas de los protoplanetas pero los resultados cuantitativos, orden de las resonancias, dependen ligeramente de dichos valores (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001). Al igual que en los estudios previos de Weidenschilling (1984), se centrará la atención en el comportamiento dinámico de las partículas métricas. Este autor supuso que objetos de tipo cometario, como los que

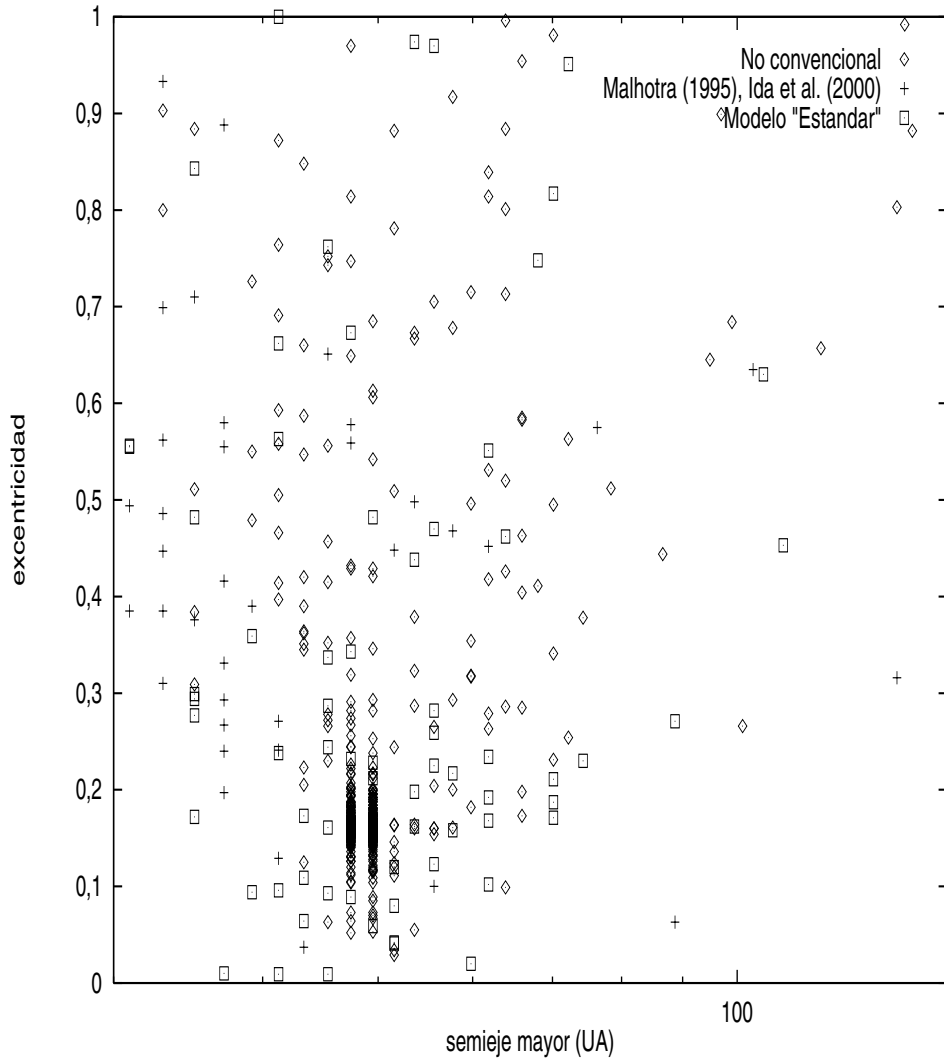


Figura 4.25: Distribución orbital acumulada (excentricidades y semiejes mayores) de tres poblaciones originales diferentes de partículas test del CEK después de haber transcurrido 600 Ma. Únicamente se muestran las órbitas cuyos elementos han cambiado. Los resultados de las tres distribuciones son muy diferentes debido, principalmente, a la distribución inicial de excentricidades: órbitas prácticamente circulares,  $e_o = 0,01$ , para el modelo estándar y órbitas de excentricidad  $e_o = 0,16$  para la distribución no convencional. La fracción de sistemas modificados se acerca al 100% para el caso del modelo no convencional y es menor del 20% para los otros dos tipos de condiciones iniciales. Las condiciones iniciales no convencionales producen un gran número de sistemas ligeramente modificados con variaciones porcentualmente pequeñas con respecto a los valores iniciales de sus elementos orbitales. Ésto es debido principalmente a que las órbitas aproximadamente circulares o con semiejes más pequeños son más difíciles de perturbar.

forman parte del CEK, podían formarse por acreción de núcleos primarios o bloques básicos de decenas de metros. Esta teoría es consistente con los tamaños y la estructura observada en los núcleos cometarios, así como con los fenómenos de explosión y escisión. Los resultados obtenidos muestran que transcurridos 7–9 Ma, las partículas resultan atrapadas en una configuración estable a una distancia heliocéntrica media de 48,5 UA con excentricidades en el rango 0,01–0,16 (ver la Figura (4.24)). Éstos son los valores iniciales correspondientes a la población primordial de OCEKs que se consideran en las simulaciones de  $N$ -cuerpos posteriores, suponiendo un escenario de captura de partículas por parte de un vórtice. Los valores numéricos, distancia radial y excentricidad, dependen en gran medida del modelo de nebulosa utilizado en los cálculos. La localización de la resonancia corresponde al modelo de Nebulosa descrito, por ejemplo, por Cuzzi y sus colaboradores (1993).

#### 4.7.4 Simulaciones de $N$ -cuerpos

Se han diseñado una serie de simulaciones de  $N$ -cuerpos con el programa NBODY5 (Aarseth 1994), como se ha descrito previamente en la Subsección 2, con tres tipos distintos de condiciones iniciales. El primer conjunto de condiciones iniciales corresponde a una etapa anterior a la migración hacia el exterior de Neptuno y los OCEKs primordiales describen órbitas prácticamente circulares, con excentricidades  $e = 0,01$  y semiejes mayores con distribución uniforme en el rango 35–60 UA (modelo estándar). El segundo modelo de condiciones corresponde a la etapa posterior a la migración hacia el exterior de Neptuno, los OCEKs están concentrados a 39 UA con excentricidades  $e \sim 0,1$ – $0,3$  (Malhotra 1995; Ida et al. 2000b), con los valores mayores de la excentricidad debidos a la presencia de la profunda resonancia adiabática 3:2. El tercer y último conjunto de condiciones iniciales posee órbitas excéntricas con  $e = 0,16$  a 48,5 UA (modelo no estándar). Los resultados para los tres tipos de condiciones iniciales son muy diferentes y pueden ayudar a mejorar y revisar los modelos que explican la forma y evolución de las regiones externas de los sistemas

planetarios.

En la Figura (4.25) se muestra una comparación entre los tres escenarios mencionados. Las órbitas inicialmente circulares (modelo estándar) son difíciles de perturbar, y la fracción de sistemas modificados (incluyendo los OCEKs eyectados) es únicamente del 20% después de haber transcurrido una escala temporal de 600 Ma. Por otro lado, los OCEKs primordiales situados en la resonancia 3:2 son, también, difíciles de perturbar, menos de un 20% de los sistemas con estas características resultan perturbados y la distribución orbital resultante evidencia la ausencia de sistemas de gran amplitud, con casi ningún sistema más allá de 60 UA. Sin embargo, una distribución inicial de órbitas moderadamente excéntricas para el modelo no convencional produce sistemas de mayor amplitud y una fracción de sistemas modificados cercana al 100%, aunque la mayor parte de las órbitas resultan sólo ligeramente modificadas (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001). La distribución orbital de objetos transneptunianos y objetos relacionados se muestra en las Figuras (4.27)–(4.30). La distribución de excentricidades presenta un fuerte pico para órbitas prácticamente circulares, pero éste puede ser debido a errores observacionales.

En el escenario no convencional y de acuerdo con Weidenschilling (1994), se supone que las partículas atrapadas de tamaño métrico acretadas por OCEKs primordiales no experimentan modificaciones orbitales significativas en una escala temporal corta después de haber sido atrapadas. Los cambios orbitales subsiguientes podrían ser el resultado de interacciones planetarias múltiples y de encuentros estelares en cúmulos. Los cálculos llevados a cabo en esta Sección asumen esta última hipótesis. Los resultados de las simulaciones muestran que son posibles tanto un incremento como una disminución de las excentricidades orbitales, aunque el incremento sea lo más probable. Las variaciones de excentricidad están relacionadas con encuentros gravitacionales. Los procesos de circularización gravitacional están relacionados con interacciones de dos cuerpos, en este caso el decremento en excentricidad está en el rango 10–40%. Los encuentros cercanos con estrellas en cúmulos abiertos pue-

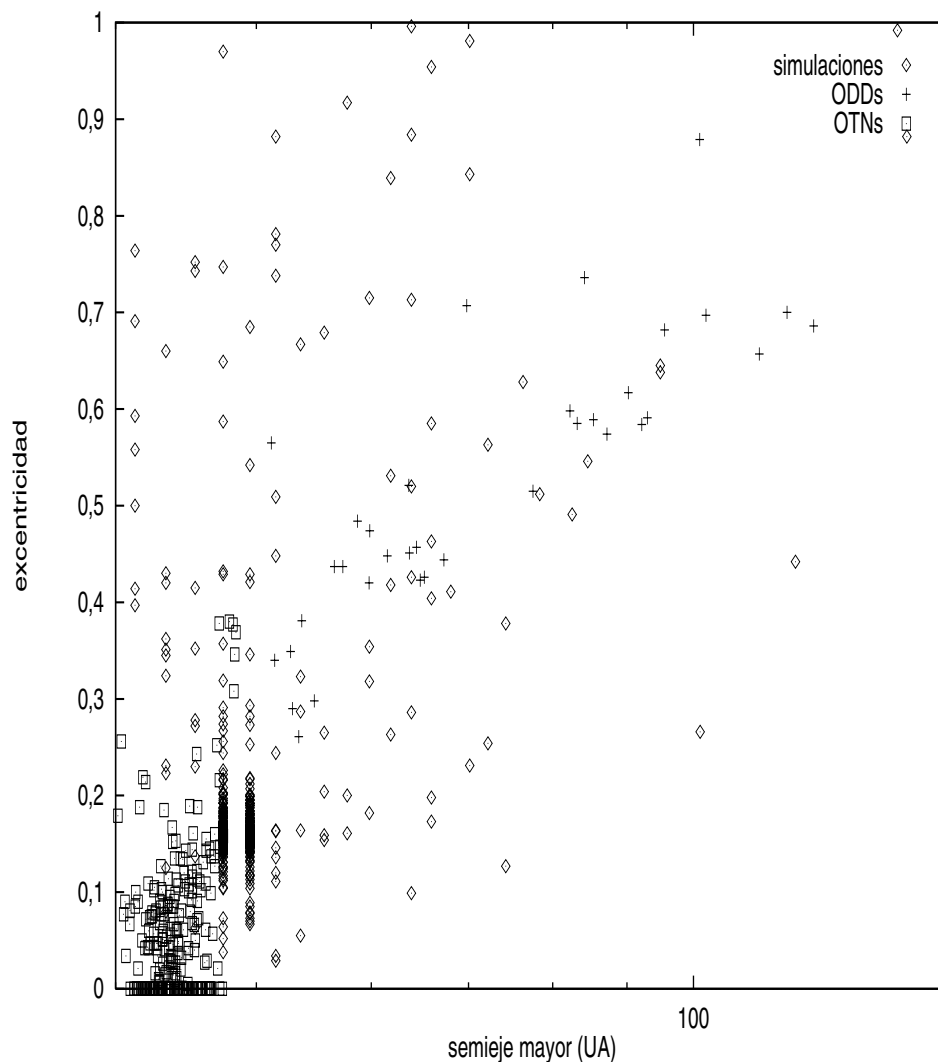


Figura 4.26: Distribución orbital (excentricidades y semiejes mayores) de los objetos transneptunianos (OTNs) y de los objetos dispersos del disco (ODDs) (ver, por ejemplo, el sitio Web de B. Marsden's, <http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/TNOs.html>). La mayoría de los objetos están situados en las resonancias 3:2 y 2:1 con Neptuno, situadas a 39,5 y 47,8 UA, respectivamente. Se muestra también la distribución orbital acumulada de las partículas test del CEK correspondientes al modelo no convencional con semiejes mayores en el rango 40–150 UA, para los 10 modelos utilizados transcurridos 50 Ma. La excentricidad orbital tenía un valor de 0,16 y los semiejes mayores de las órbitas un valor de 48,5 UA. La distribución orbital obtenida no ajusta plenamente con la correspondiente a la de objetos transneptunianos pero es completamente consistente con la distribución orbital observada de objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper (ODCEKs). Datos correspondientes al 27 de Octubre de 2000. Aunque los elementos orbitales de los datos observacionales vienen dados con varias cifras significativas, muchos de ellos son inciertos, y cambios significativos para objetos individuales ocurren rutinariamente a medida que se obtienen más datos. Este efecto es particularmente importante para objetos que no han sido observados durante oposiciones múltiples.



den modificar las excentricidades y las distancias pericéntricas de los planetesimales provocando la aparición de OCEKs dispersos (ver Figura (4.26)). Los resultados obtenidos indican que el escenario no estándar puede ser consistente con la distribución observacional de estos objetos en nuestro sistema solar (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001).

#### 4.7.5 Efectos de los encuentros

Aunque el fenómeno de dispersión de tres cuerpos juega un papel fundamental en dinámica estelar, los efectos derivados de los encuentros con otras estrellas sobre la evolución de los OCEKs dependen del tipo de encuentro: cercano o distante. La mayoría de las interacciones son distantes, encuentros ligeramente hiperbólicos. Estas interacciones cuasiadiabáticas son capaces de modificar la excentricidad de los OCEKs en un pequeño factor (1–10%) pero de forma bastante eficiente si la excentricidad inicial es moderadamente elevada ( $\approx 0,1$ ). Las mayores modificaciones están relacionadas con configuraciones temporalmente estables (sistemas jerárquicos).

Los encuentros distantes entre estrellas individuales y sistemas con estructuras de tipo CEK dan lugar a una modificación de las excentricidades que, generalmente, es mucho mayor que la modificación de los semiejes mayores de los OCEKs. En esta Sección del Capítulo 4 un encuentro se define como distante si la estrella individual pasa a una distancia del sistema de tipo CEK lo suficientemente grande para extender su fuerza de perturbación a varias revoluciones orbitales del OCEK; esto es, se supone que la menor distancia de aproximación de la estrella individual, la cual se denotará por  $r_p$ , es todavía lo suficientemente grande como para que  $a$  y la velocidad angular de la estrella individual, cuando está más cerca del OCEK, sea considerablemente más pequeña que la velocidad angular de los OCEKs. En este caso la energía de ligadura de los OCEKs es un invariante adiabático ya que los efectos de la fuerza perturbadora de marea se cancelan prácticamente a lo largo de la órbita completa de un OCEK. De esta manera el semieje mayor  $a$  del OCEK, que es inversamente pro-

porcional a la energía de ligadura, es también un invariante adiabático, y el cambio promedio en  $a$  muestra una dependencia exponencial decreciente con el incremento del parámetro de impacto (Heggie 1975). La situación dinámica no es muy diferente si se consideran binarias duras (una binaria se denomina binaria dura si su energía de ligadura es mayor que la energía cinética media local por estrella del cúmulo; para un análisis más detallado ver de la Fuente Marcos 1997), en lugar de estrellas individuales, como agentes perturbadores.

El momento angular de la órbita del OCEK es más sensible a los encuentros distantes. Puede utilizarse un argumento intuitivo sustituyendo los OCEKs por un anillo elíptico masivo, con una densidad lineal de masa proporcional al tiempo invertido por los OCEKs en atravesar cada parte del anillo. La estrella ejercerá un momento sobre dicho anillo, que provocará una transferencia de momento angular entre la órbita de la estrella individual y la rotación del anillo. Si se sustituye posteriormente el anillo por la población de OCEKs no se produce un cambio apreciable de la trayectoria de la estrella individual debido a que los OCEKs son de pequeño tamaño, y la ganancia/pérdida de momento angular de la estrella individual debe compensarse con una ganancia/pérdida equivalente de momento angular orbital del OCEK. Ya que los semiejes mayores resultarían difícilmente afectados, el cambio en momento angular  $J$  de la órbita debe producirse principalmente mediante un cambio en la excentricidad orbital  $e$ , con

$$(4.93) \quad \Delta J^2 \propto -2e\Delta e.$$

Si el momento de la fuerza incrementa el momento angular del OCEK, su excentricidad disminuye. Un incremento de excentricidad implica un decremento en el momento angular del OCEK (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001). El argumento intuitivo propuesto anteriormente funciona únicamente para órbitas no circulares pero puede extenderse también al caso de órbitas circulares con algunas modificaciones. Por simetría, una estrella que pase por las cercanías de un sistema estelar no puede ejercer ningún momento sobre un anillo circular, al menos no so-

bre al plano del anillo (las componentes perpendiculares a la órbita del OCEK del momento de la fuerza afectan a la orientación pero no a la forma de la órbita). Sin embargo, un argumento más preciso (Heggie 1975; Rasio y Heggie 1995) muestra que para órbitas circulares se produce alguna transferencia de momento angular, pero se trata de un efecto de orden superior al primero. Aunque la órbita sea inicialmente circular, se deformará progresivamente debido al momento de la fuerza de la estrella que pasa. Una vez deformada, puede ejercerse un momento sobre esta pequeña deformación debido a la estrella que pasa y parece claro que el momento ejercido sobre la asimetría inducida de la órbita disminuiría más rápidamente para órbitas circulares que para órbitas elípticas, las cuales tienen una asimetría permanente.

Para binarias con excentricidad inicial no nula,  $e_i$ , es fácil demostrar que la teoría de perturbación secular (ver, por ejemplo, Danby 1988) proporciona, al orden más bajo,

$$(4.94) \quad \Delta e = e_f - e_i = -\frac{15}{4} \frac{m_3}{M_{12}M_{123}} \left(\frac{a}{r_p}\right)^{3/2} e \sqrt{1-e^2} \mathcal{H}(i, e_p, \Omega, \omega),$$

$$(4.95) \quad \mathcal{H}(i, e_p, \Omega, \omega) = \frac{1}{(1+e_p)^{3/2}} (\sin^2 i \sin 2\Omega (\arccos(-1/e_p) + \sqrt{e_p^2 - 1}) + \\ + \frac{1}{3} ((1 + \cos^2 i) \cos 2\omega \sin 2\Omega + 2 \cos i \sin 2\omega \cos 2\Omega) \frac{(e_p^2 - 1)^{3/2}}{e_p^2}),$$

(vease Heggie y Rasio 1996, ecuación [7]). Donde  $m_1$  y  $m_2$  son las masas de las componentes del sistema binario (el sistema OCEK),  $m_3$  es la masa del objeto que pasa (estrella individual o binaria),  $M_{12} = m_1 + m_2$ ,  $M_{123} = M_{12} + m_3$ ,  $a$  es el semieje mayor de la binaria (OCEK), y  $r_p$  es la menor distancia de aproximación del tercer cuerpo. La línea de nodos se define como la línea de intersección de los planos orbitales de las órbitas del tercer cuerpo y de la binaria. De esta manera, el nodo ascendente es el punto de esta línea en la que el tercer cuerpo atraviesa el plano orbital de la binaria en la dirección del vector momento angular de la binaria. La longitud del nodo ascendente,  $\Omega$ , se mide en el plano de movimiento de la binaria

(en el sentido del movimiento de las componentes de la misma) desde la dirección del pericentro de la binaria,  $i$  es la inclinación de los dos planos orbitales, y  $\omega$  es la longitud del pericentro del tercer cuerpo, medido en su plano de movimiento desde el nodo ascendente, en el sentido de su movimiento en torno a la binaria. La órbita del tercer cuerpo con respecto al baricentro de la binaria es hiperbólica con excentricidad  $e_p$ . Para este proceso, la perturbación alcanza su máximo cuando  $e \approx 0,7$  y disminuye para sistemas muy excéntricos. El efecto de este proceso sobre la excentricidad de los OCEKs depende en gran medida del valor inicial de la excentricidad y por consiguiente del modelo de formación planetaria utilizado. Aplicando la ecuación (4.94), la perturbación a la excentricidad ejercida sobre la órbita excéntrica de un OCEK ( $e = 0,16$ ) es unas 16 veces mayor que el valor de la perturbación sobre una órbita *clásica* ( $e=0,01$ ). Por otra parte, también depende ligeramente de la fracción de binarias primordiales, ya que la perturbación producida por una estrella individual que pasa es unas 0,6 veces la perturbación producida por una binaria (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001).

Aunque los cálculos realizados para la elaboración de esta Sección del Capítulo 4 no pretenden analizar sistemáticamente la distribución de parámetros de los encuentros estelares que experimentan los sistemas planetarios antes de que se desintegre su cúmulo estelar progenitor, se enunciarán a continuación una serie de consecuencias deducidas de los resultados de los mismos. El efecto dinámico de una población de binarias duras en el cúmulo da lugar a dos distribuciones de excentricidad diferente. Los encuentros cercanos, sin formación de sistemas jerárquicos, conducen a modificaciones relativamente pequeñas de la excentricidad primordial de las órbitas, pero fuertes interacciones en el interior de las configuraciones jerárquicas producen excentricidades elevadas. Las variaciones de excentricidad del orden del 20% son las más comunes, un 70% de los sistemas las presentan. Los resultados obtenidos indican que los encuentros cercanos con  $\Delta e > 0$  son más frecuentes. Se producen variaciones del orden del 20% para  $r_p/a$  en el rango 8–13. En lo que respecta a los semiejes mayores,

éstos pueden aumentar su valor como resultado, no sólo de perturbaciones externas, sino también debido a la pérdida de masa de la estrella progenitora (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 2001).

#### 4.7.6 Discusión

En general, los pequeños cuerpos que pueblan el Sistema Solar externo son llamados objetos del cinturón de Edgeworth–Kuiper (OCEKs), sin embargo las órbitas de estos cuerpos no están distribuidas aleatoriamente dentro del cinturón de Edgeworth–Kuiper, sino que pueden agruparse en tres categorías diferentes. Los OCEKs clásicos representan las dos terceras partes de los objetos mencionados y se caracterizan por poseer excentricidades relativamente pequeñas (del orden de 0,1) y por tener semiejes mayores en el rango 41–46 UA. El segundo grupo, los OCEKs resonantes, están atrapados en resonancias de movimiento medio con Neptuno, principalmente en la resonancia 3:2 situada a 39,4 UA. La tercera categoría dinámica, descubierta en 1996 (Duncan y Levison 1997), se caracteriza por tener valores elevados de la excentricidad y perihelios en el rango 34–36 UA y sus miembros se denominan objetos dispersos del cinturón de Edgeworth–Kuiper (ODCEKs) u objetos dispersos del disco (ODDs). Los resultados obtenidos indican que esta tercera categoría podría ser el resultado de encuentros cercanos y distantes entre el protosol y otros miembros de su cúmulo estelar progenitor. Este resultado es consistente con las conclusiones obtenidas por Ida y su grupo (2000a) aunque la aproximación experimental utilizada por estos autores es muy diferente a la empleada en la elaboración de esta Sección del Capítulo 4. No obstante, Ida y sus colaboradores (2000a) no proponen de forma explícita que los ODDs se formasen mediante encuentros estelares, sino que la excentricidad de los OCEKs clásicos, de valor  $e \sim 0.1$ , aumentó repentinamente como consecuencia de un encuentro estelar. La distribución orbital de estos objetos ha permanecido relativamente sin perturbar desde que el protosol escapó de su cúmulo progenitor. Los resultados obtenidos sugieren que si la distribución actual de los elementos orbitales de los cuerpos

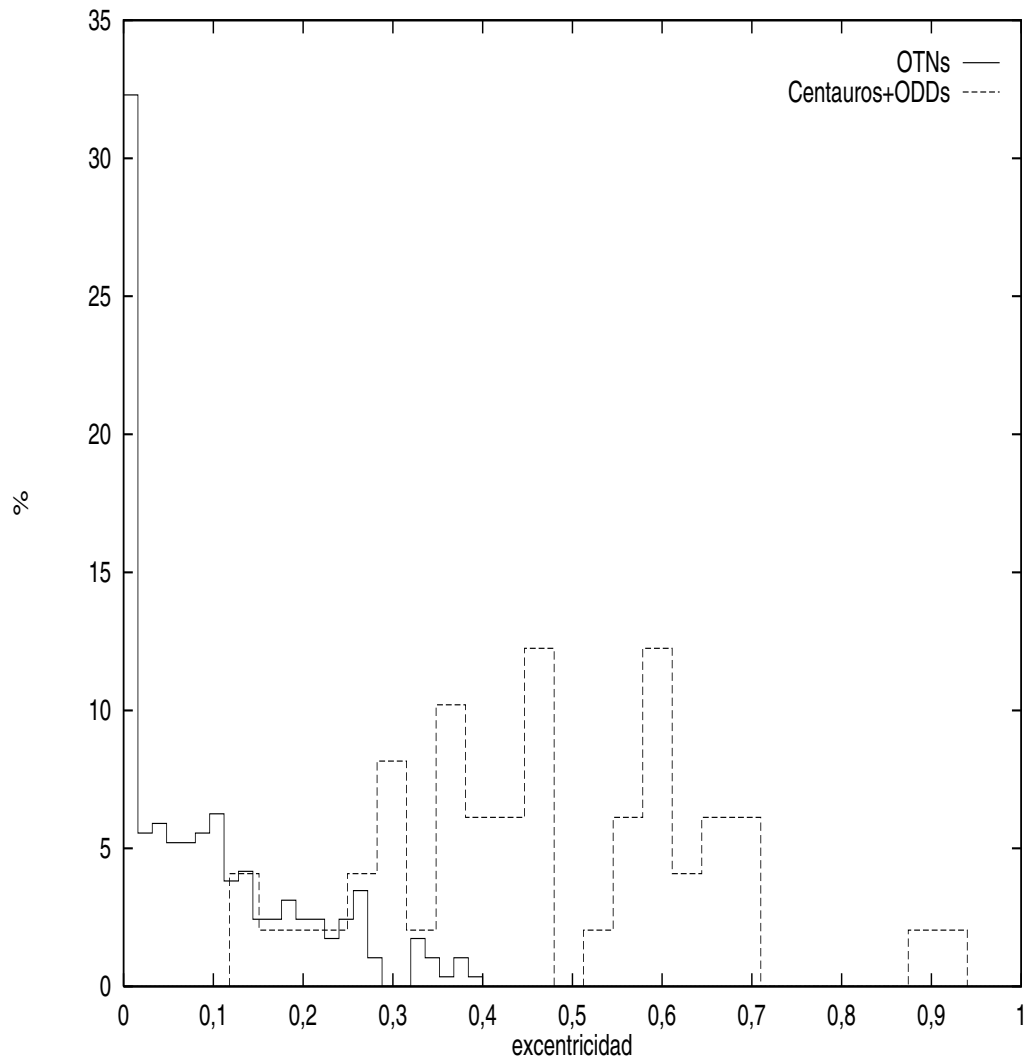


Figura 4.27: Distribución de excentricidades para una muestra de OTNs (línea continua) y para una muestra de Centauros+ODDs (línea discontinua). Los OTNs tienen excentricidades en el rango  $[0, 0,4]$ , mientras que los Centauros+ODDs tienen excentricidades en el rango  $[0.1, 0.7]$ . Los datos utilizados son los de la Figura (4.26).

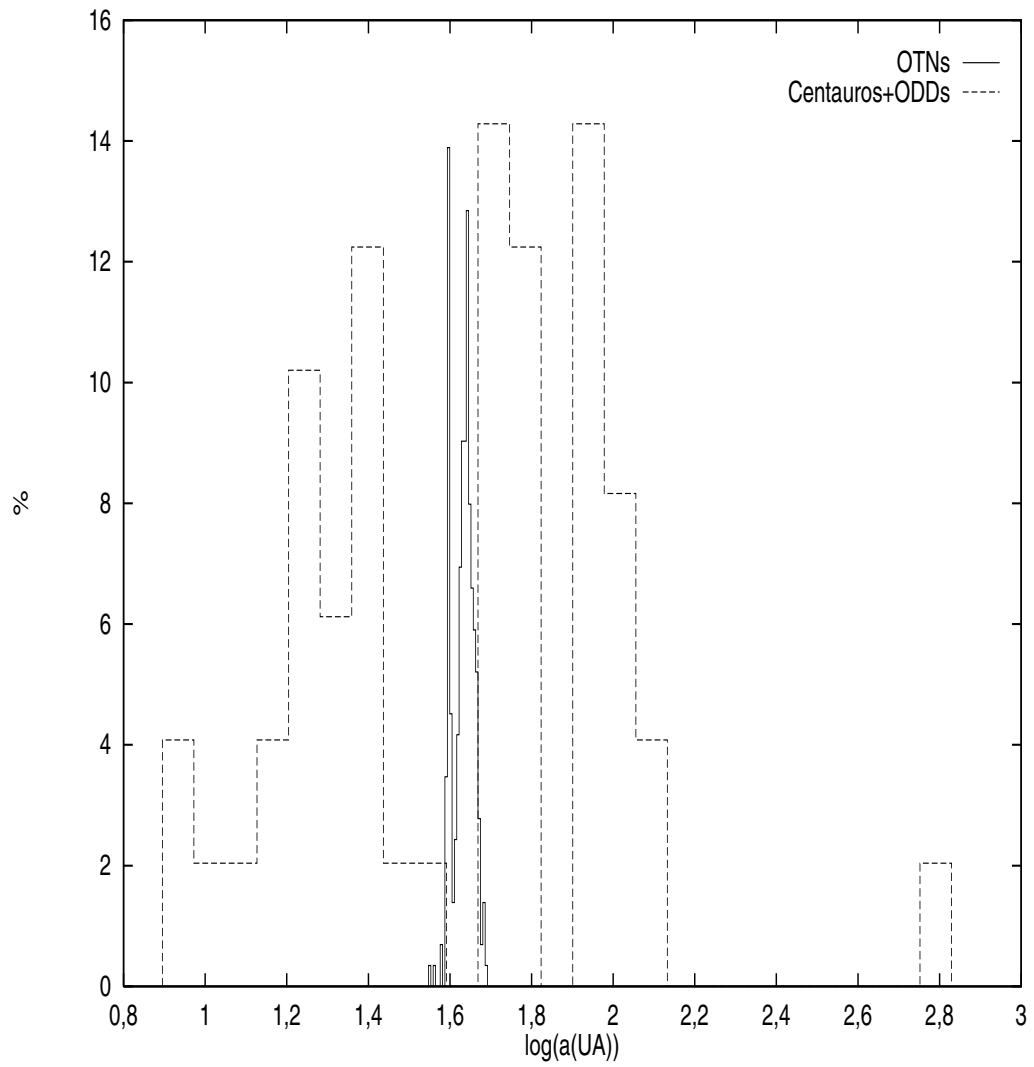


Figura 4.28: Distribución de  $\text{Log}(a)$  para una muestra de OTNs (línea continua) y una muestra de Centauros+ODDs (línea discontinua). Los datos utilizados son los de la Figura (4.26). La mayoría de los OTNs están localizados en las resonancias 3:2 y 2:1 con Neptuno (situadas a 39,5 y 47,8 UA, respectivamente).

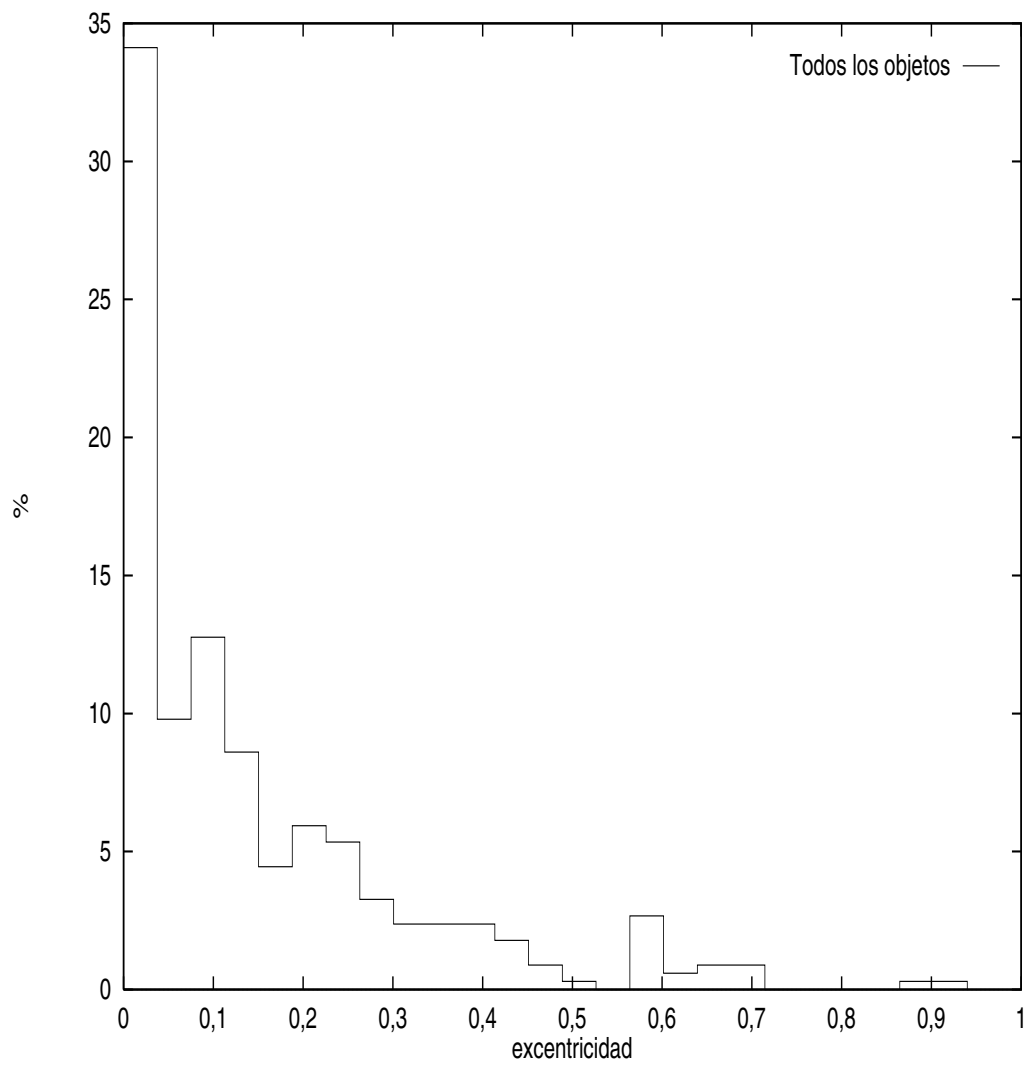


Figura 4.29: Distribución de excentricidades en la muestra observacional incluyendo todos los objetos de la Figura (4.27). Los datos son los utilizados en la Figura (4.26).



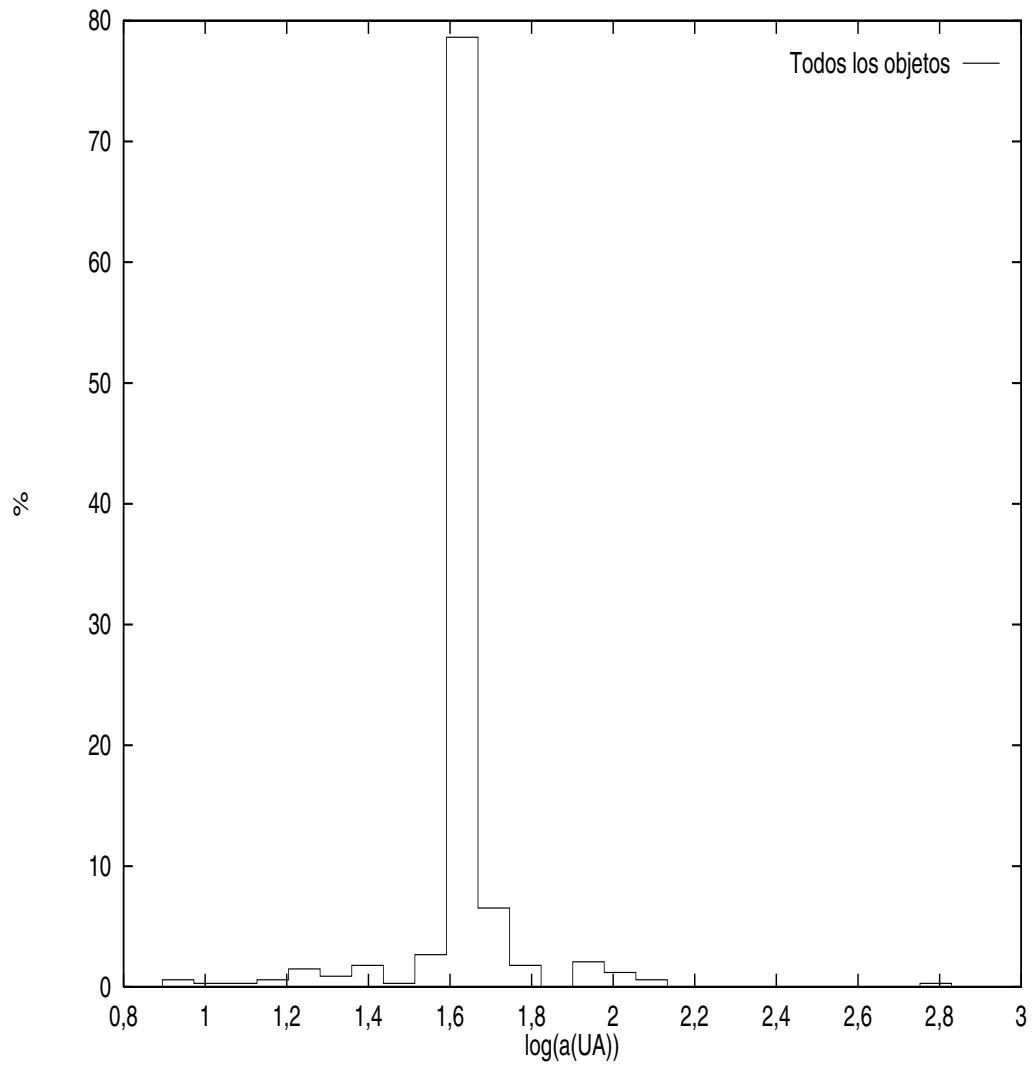


Figura 4.30: Distribución de  $\text{Log}(a)$  en la muestra observacional incluyendo todos los objetos de la Figura (4.28). Los datos son los utilizados en la Figura (4.26).

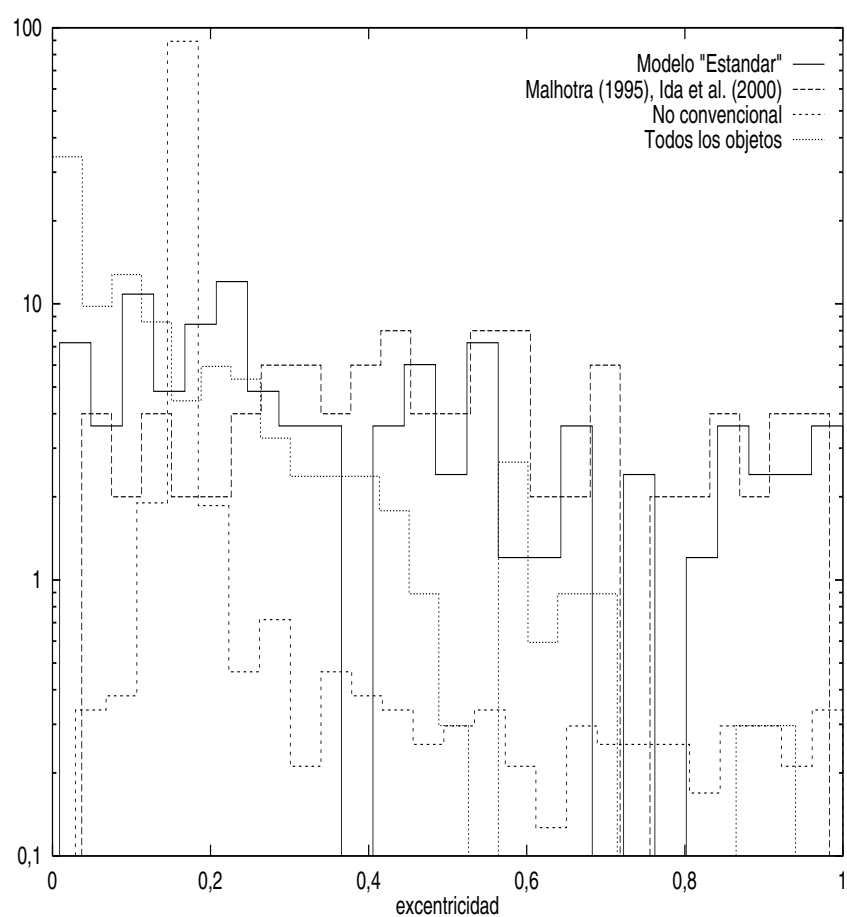


Figura 4.31: Distribución de excentricidades en la muestra observacional y en las tres poblaciones test de objetos del cinturón de Edgeworth–Kuiper (OCEKs).

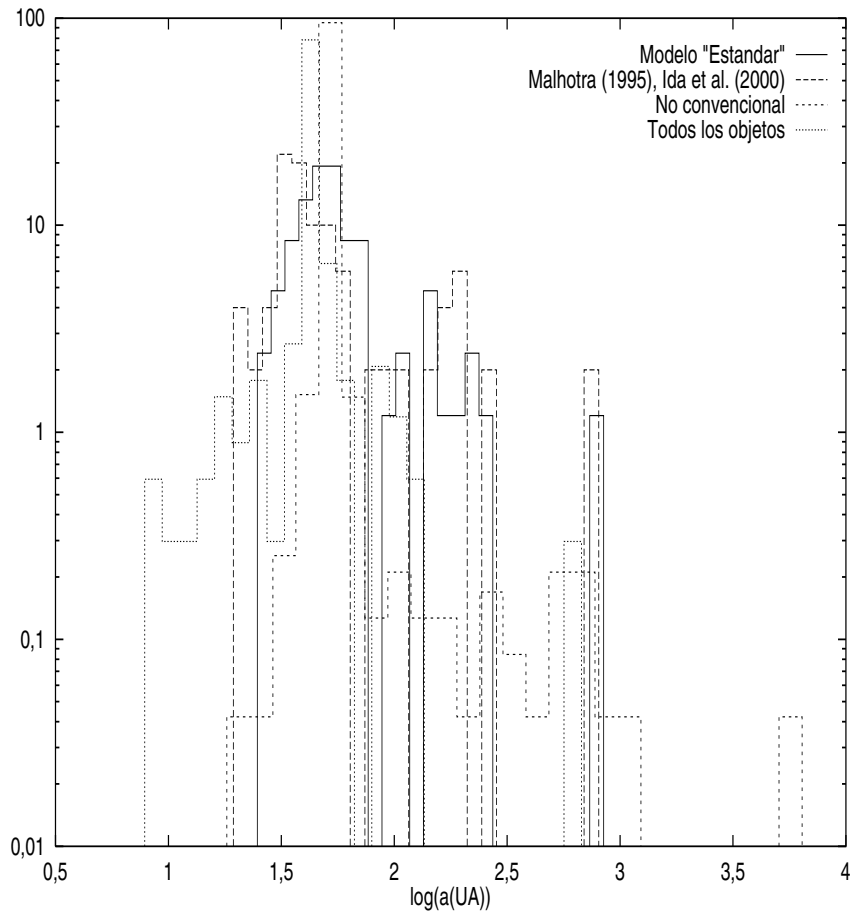


Figura 4.32: Distribución de  $\text{Log}(a)$  en la muestra observacional y en las tres poblaciones test de objetos del cinturón de Edgeworth–Kuiper (OCEKs).

del Sistema Solar habitualmente clasificados como objetos dispersos del disco es el resultado de interacciones gravitacionales múltiples del Sistema Protoplanetario Solar con otras estrellas de su cúmulo estelar progenitor, el Sol permaneció como miembro ligado durante al menos otros 500 Ma. Probabilísticamente hablando, la evolución de un cúmulo estelar de corta vida y con  $\approx 200$  miembros es incapaz de producir una modificación significativa en la distribución primordial de los elementos orbitales de los OCEKs. Ésto significa que el cúmulo progenitor del Sol debió tener una población de unos 500–800 miembros (era más bien un cúmulo abierto que una asociación) o el doble de miembros si se consideran las componentes individuales de los sistemas estelares binarios. Adams y Laughlin (2001) han encontrado un resultado similar utilizando simulaciones de Monte-Carlo con un programa para calcular la dispersión planetaria (Laughlin y Adams 1998, 2000). Las Figuras (4.27) y (4.29) muestran la distribución de excentricidades observacional de la muestra de OCEKs de nuestro propio sistema solar. Esta distribución presenta una ausencia de objetos con excentricidades superiores a 0,7 la cual es plenamente consistente con la ecuación (4.94): la eficiencia de la perturbación producida por encuentros distantes decrece para sistemas con excentricidades mayores que 0,7. Sin embargo, esta evidencia observacional no es completamente concluyente ya que la mayoría de las órbitas de elevada excentricidad son suprimidas mediante encuentros cercanos con Neptuno, truncándose, de este modo, la distribución de excentricidades. La situación parece ser muy distinta para la estructura de tipo cinturón de Edgeworth–Kuiper en torno a la estrella  $\epsilon$  Eridani (Greaves et al. 1998). El sistema anular de  $\epsilon$  Eridani se observa casi *de frente* con una morfología aproximadamente circular (el cociente entre semiejes mayores y menores es  $\approx 1,1$ , con el anillo de polvo alineado con el ecuador de la estrella progenitora.  $\epsilon$  Eridani es una estrella de la secuencia principal de tipo K2 V ( $0,8 M_{\odot}$ ) con una edad estimada de 0,5–1,0 Ga, por lo tanto y dado que la estructura observada es casi circular, pudo haber nacido en un cúmulo pequeño ( $< 100$  miembros) de corta vida ( $< 0.1$  Ga), de otro modo, la morfología del sistema anular debería ser

más excéntrica. El escape precoz de un cúmulo más rico es también compatible con los resultados observacionales, aunque no hay cúmulos próximos a este sistema. El escape preferencial de las estrellas de baja masa de los cúmulos es una característica bien conocida de la evolución dinámica de los cúmulos estelares. Por otra parte, recientemente se han encontrado evidencias de la presencia de un planeta excéntrico de largo periodo orbitando en torno a  $\epsilon$  Eridani (Hatzes et al. 2000)

Los resultados mostrados en esta Sección y las conclusiones obtenidas no pretenden establecer un modelo completo ni único de la formación de estructuras de tipo cinturón de Edgeworth–Kuiper en nuestro propio sistema solar o en torno a otros sistemas estelares, sino, más bien, poner de manifiesto las características dinámicas de este tipo de estructuras dependiendo de las condiciones reinantes en el medio ambiente que rodea a una protoestrella que las posee. En cualquier caso, la distribución de los elementos orbitales de parte de los objetos asteroidales situados más allá de la órbita de Neptuno parece ser compatible con el modelo de formación planetaria en vórtices.

## **4.8 Un modelo para explicar la formación de planetas gigantes excéntricos en nebulosas protoplanetarias extrasolares**

El modelo de formación de planetas de tipo joviano en vórtices parece predecir que estos planetas han de poseer exclusivamente excentricidades muy pequeñas, sin embargo y como se puso de manifiesto en la sección dedicada a planetas extrasolares del Capítulo 1, muchos de los candidatos a planetas extrasolares poseen órbitas bastante excéntricas. En esta Sección se discute un mecanismo capaz de transformar una órbita poco excéntrica en otra elongada.

Las teorías estándar de formación planetaria requieren un disco de gas y polvo para formar planetas mediante coagulación de pequeñas partículas debida al arrastre

del gas y a las perturbaciones de las órbitas de las partículas. Las órbitas de estas partículas son casi circulares debido a disipación viscosa; este hecho sugiere que los planetas recién formados deben poseer también excentricidades pequeñas. Sin embargo, recientemente se han descubierto planetas gigantes con elevadas excentricidades, como es el caso del planeta orbitando 70 Vir con  $\epsilon = 0,40$  (Marcy y Butler 1996) o el que orbita HD 114762 con  $\epsilon = 0,35$  (Mazeh et al. 1996). Aunque el caso más espectacular es, no obstante, el planeta, que también se mencionará en el Capítulo 7, en órbita alrededor de 16 Cygni B (Cochran et al. 1997; Butler y Marcy 1997). La existencia de este tipo de planetas requiere la introducción de nuevos mecanismos en las teorías de formación planetaria capaces de dar cuenta de los hechos observacionales. Una explicación razonable de la existencia de planetas gigantes con elevadas excentricidades (en adelante PGEs) orbitando en torno a otras estrellas es su producción en cúmulos estelares abiertos como resultado de procesos fundamentalmente dinámicos.

En esta Sección se estudia la posible formación de PGEs en torno a estrellas pertenecientes a cúmulos abiertos, así como el rango de parámetros físicos de los sistemas formados. En las Subsecciones 2 y 3 de esta Sección, se muestran los resultados de cálculos numéricos detallados de la evolución dinámica de sistemas planetarios en cúmulos estelares abiertos. Por simplicidad, los sistemas planetarios considerados en esta Sección constan de un único planeta gigante y de su estrella progenitora. Los cálculos han sido realizados con una versión del programa de simulación de  $N$ -cuerpos NBODY5 (Aarseth 1985, 1994) modificado convenientemente para el propósito fijado. Este programa incluye los efectos del campo gravitatorio galáctico (Aarseth 1985, 1994) y de la pérdida de masa debida a evolución estelar (Eggleton et al. 1989). En los cálculos se emplea una función de masas realista (Scalo 1986) con un intervalo de masas de  $[0,08, 15,0] M_{\odot}$ . Para generar las posiciones iniciales se supone la existencia de simetría esférica y densidad estelar constante, fijando el cociente entre la energía cinética total y la potencial en 0,25. Las velocidades iniciales de las estrellas

son aleatorias e isotrópicas. Los radios iniciales de los cúmulos calculados se encuentran en el intervalo  $[1, 1,5]$  pc. Las interacciones múltiples se calculan haciendo uso de un integrador de Bulirsch-Stoer similar al descrito en el Capítulo 2. Los errores numéricos (errores relativos en la energía) son siempre menores que  $10^{-4}$  por unidad de tiempo. La evolución de cada modelo se analizó durante, al menos, 300 Ma. Finalmente, en la Subsección 4 de esta Sección se discuten posibles valores para las propiedades observacionales de sistemas estelares con un planeta gigante en cúmulos abiertos.

#### 4.8.1 Evolución de una población de planetas

Los planetas del Sistema Solar poseen pequeñas excentricidades con excepción de Mercurio y Plutón. Tomando como referencia los valores de las excentricidades de los planetas gigantes en nuestro sistema solar (0,048, 0,056, 0,047, 0,009, respectivamente, para Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno) se ha generado una población de planetas gigantes orbitando estrellas de un cúmulo abierto con una excentricidad inicial de 0,010, semiejes mayores en el rango  $[6,3, 10,3]$  UA, y masas uniformemente distribuidas en el rango  $1-6 M_J$  (la masa de Júpiter vale  $9,6 \times 10^{-4} M_{\odot}$ ). Todos los sistemas planetarios en un modelo dado poseen el mismo valor del semieje mayor, es decir, no se considera una distribución para los semiejes mayores. Estos valores, aunque arbitrarios, son razonables para planetas recién formados, independientemente del modelo considerado. Estos planetas pueden originarse mediante cualquiera de los dos mecanismos principales propuestos (Bodenheimer 1982) para la formación de planetas gigantes: colapso gravitacional de una subcondensación gaseosa hasta un estado en el que puede formarse un núcleo sólido o formación del núcleo sólido por acumulación de planetesimales seguida de acreción de gas sobre el núcleo hasta que tiene lugar una inestabilidad que provoca el colapso, como se ha discutido en las Secciones precedentes de este Capítulo. Por supuesto, podrían haberse formado a partir de vórtices.

Recientemente, se sugirió que la mayor parte de las estrellas se forman en cúmulos estelares abiertos de pequeño tamaño (Kroupa 1995a, b, c; de la Fuente Marcos 1997). Por ello, en este estudio se han considerado únicamente modelos con poblaciones en el rango  $[100, 500]$  estrellas. El porcentaje de estrellas con compañeros planetarios gigantes escogido está en el rango de 10–50 %. Este valor se ha elegido simplemente por razones técnicas y no se encuentra justificado por evidencia observacional o teórica alguna. Los cúmulos se suponen localizados en la vecindad solar. La mayoría de los modelos calculados incluyen sólo estrellas individuales (exceptuando los compañeros planetarios), pero dos modelos adicionales poseen también binarias primordiales (fracción de binarias =  $1/3$ ) muy duras con  $a = 6,4$  UA. Las estrellas dobles no alteran los resultados significativamente. Se han estudiado 500 sistemas monoplanetarios en total.

A pesar de que las órbitas prácticamente circulares son difíciles de perturbar, los cálculos muestran que se producen tanto incrementos como disminuciones de la excentricidad orbital. Las variaciones en la excentricidad están asociadas a encuentros gravitacionales. Los fenómenos de circularización gravitacional están relacionados con interacciones de dos cuerpos y el decremento en excentricidad está en el rango 10–40%. El porcentaje de sistemas que sufre este proceso es de un 2%. El incremento de excentricidad puede observarse en el 8% de los sistemas, con un 38% en el rango 0,06–0,99. Los menores incrementos se producen en encuentros simples de dos cuerpos, mientras que en los incrementos más significativos están implicadas complejas interacciones entre varios cuerpos. Los mayores incrementos se producen en configuraciones jerárquicas retrógradas; es decir, la estrella perturbadora gira en sentido contrario al del planeta. El máximo valor de la excentricidad planetaria se calcula aplicando una ecuación de perturbación analítica (Heggie y Rasio 1996) durante la evolución del sistema jerárquico. La vida media de estos sistemas jerárquicos puede ser superior a 100 Ma y todos se formaron en las regiones interiores del cúmulo. La desintegración del sistema jerárquico formado temporalmente da lugar a una estrella



individual y a un PGE; muy raramente el planeta es eyectado tras la desintegración.

La Figura (4.33) muestra los sistemas cuyas excentricidades han cambiado debido a interacciones dinámicas. Las mayores variaciones están restringidas a masas estelares superiores a  $0,3 M_{\odot}$ . Para estrellas con masas en el rango  $0,5-1,0 M_{\odot}$  se observa el mayor número de alteraciones en el valor de la excentricidad primordial. Sólo se produce disrupción del 2% de los sistemas antes de escapar del cúmulo y casi el 90% abandonan el cúmulo sin ningún cambio importante en sus parámetros dinámicos, lo cual está de acuerdo con la existencia de sistemas planetarios como el nuestro, en el que la distribución orbital de los planetas es probablemente primordial, aunque no la de los objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper.

#### 4.8.2 Mecanismo de formación

Los cálculos muestran que las excentricidades elevadas pueden obtenerse como consecuencia de interacciones gravitatorias estelares múltiples. El principal mecanismo está conectado con la formación de un sistema jerárquico triple o cuádruple. Para poder distinguir las configuraciones estables de aquellas otras fuertemente perturbadas se emplea el criterio de estabilidad de Mardling y Aarseth (1997a). Por medio de este criterio es posible seleccionar las configuraciones jerárquicas estables para aplicar la teoría analítica de Heggie y Rasio (1996) a la órbita planetaria interna. Según el criterio citado, el valor crítico del cociente entre el valor del periastro externo de la masa  $m_3$  y el valor del apoastro de  $m_1 + m_2$  viene dado por la expresión:

$$(4.96) \quad Y_0^{min} = C \left[ \frac{1 + e_{ext}}{(1 - e_{ext})^{1/\alpha}} \frac{1 + q}{(1 + e_{in})^{3-1/\alpha}} \right]^{\alpha/(3\alpha-1)},$$

donde  $e_{ext}$ ,  $e_{int}$  son las excentricidades externa e interna respectivamente,  $q = m_3/(m_1 + m_2)$ ,  $C = 2.8$ , y  $\alpha = 2$ . Este criterio ha sido verificado (para cocientes de masas del cuerpo externo en el rango  $0,01-100$  y un amplio rango de valores para  $e_{ext}$ ) mediante cálculos sistemáticos (Mardling y Aarseth 1997b).

La escala temporal característica en la cual una estrella individual es captu-

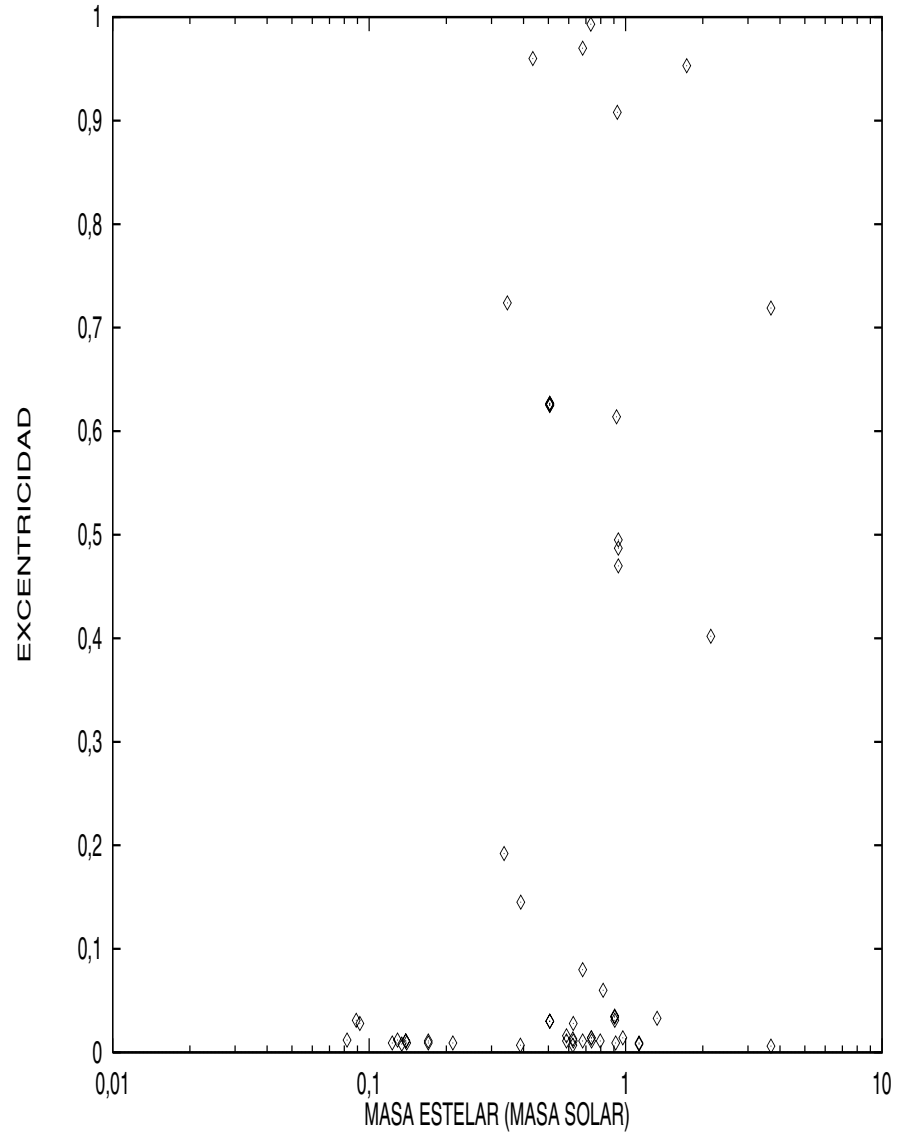


Figura 4.33: Relación entre excentricidad y masa de la primaria para sistemas con excentricidad inicial (0,010) alterada tras interacciones gravitacionales con otros miembros del cúmulo. Las excentricidades mas elevadas se producen como consecuencia de interacciones de 4 cuerpos (planeta+estrella+dos estrellas simples) dando lugar a sistemas jerárquicos triples temporalmente estables.

rada por un sistema monoplanetario está dada de forma aproximada por:

$$(4.97) \quad T_s \approx \frac{1}{P \rho_s \sigma v},$$

donde  $P$  es la probabilidad de que una cuarta estrella (individual en este caso) se encuentre situada también a una distancia  $d$ ,  $\rho_s$  es la densidad de estrellas individuales,  $\sigma$  es la sección eficaz de captura, y  $v$  es la velocidad cuadrática media de las estrellas del sistema. La sección eficaz para que una estrella individual pase a una distancia  $d$  del centro de masas de un sistema monoplanetario viene dada por:

$$(4.98) \quad \sigma = \pi d^2 \left[ 1 + \frac{2G(M_{smp} + M)}{d v^2} \right],$$

donde  $M_{smp}$  es la masa del sistema monoplanetario y  $M$  es la masa de la estrella incidente. Bajo este punto de vista, el sistema monoplanetario se aproxima por un objeto estelar individual, y para formar una binaria externa la perturbación en la velocidad durante el encuentro debe ser aproximadamente igual a la velocidad cuadrática media de las estrellas del cúmulo,  $\sqrt{GN < M > / 2R}$ , donde  $R$  es el radio de la esfera que contiene la mitad de la masa del cúmulo y  $< M >$  es la masa media de las estrellas que pueblan el cúmulo. Considerando  $M_{mps} + M \approx 2 < M >$  puede escribirse:

$$(4.99) \quad T_c \approx \frac{1}{\frac{3n_s^2}{4\pi R^6} \pi d^5 \left( 1 + \frac{4G<M>}{d v^2} \right) v},$$

donde  $n_s$  es el número de estrellas individuales (sin planetas) y  $N$  es el número total de objetos (estrellas + centros de masa de sistemas planetarios). Incluyendo el criterio de estabilidad se obtiene:

$$(4.100) \quad T_c \approx \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2}}{Y_0^5 n_s^2} \left( \frac{1 - e_{ext}}{1 + e_{in}} \right)^5 \frac{1}{1 + \left( \frac{1 - e_{ext}}{1 + e_{in}} \right) \frac{8R}{Y_0 N a}} \Phi,$$

donde  $\Phi = \sqrt{R^{13}/G < M > N a^{10}}$ , y  $a$  es el semieje mayor del sistema monoplanetario. De acuerdo con este criterio de estabilidad, un valor típico para  $Y_0$  puede ser 30 (para un cuerpo externo muy excéntrico) y si se emplea la expresión para la

escala temporal característica del cúmulo ( $T_{car} = 2R/v = \sqrt{8R^3/GN \langle M \rangle}$ ) puede escribirse:

$$(4.101) \quad \frac{T_c}{T_{car}} \approx \frac{2.8 \times 10^{-8}}{n_s^2} \left( \frac{1 - e_{ext}}{1 + e_{in}} \right)^5 \frac{1}{1 + \left( \frac{1 - e_{ext}}{1 + e_{in}} \right) \frac{4}{15} \frac{R}{Na}} \left( \frac{R}{a} \right)^5 .$$

A partir de los cálculos se deduce que estos sistemas se forman preferentemente en el núcleo del cúmulo de forma que para emplear la ecuación anterior deben utilizarse los parámetros del núcleo en lugar de los globales del cúmulo. La ecuación anterior proporciona un valor de  $T_c \approx 2.000 T_{car}$  para los valores típicos de los parámetros encontrados en los cálculos. La frecuencia de formación de sistemas jerárquicos para un cúmulo con  $N = 300$  y 50 sistemas monoplanetarios podría ser de 0,01 sistemas por tiempo característico o aproximadamente 2 durante la vida media típica del cúmulo para el rango de valores de  $N$  considerado en los cálculos. Si la fracción inicial de sistemas monoplanetarios es mayor, la importancia de este proceso puede ser muy significativa.

### 4.8.3 Discusión y conclusiones

El descubrimiento de planetas de tipo joviano con elevadas excentricidades orbitales (ver Capítulo 1 de esta Tesis) ha hecho surgir la cuestión de cómo pudieron originarse esas excentricidades tan elevadas. En esta Sección del Capítulo 4 se propone que estos planetas gigantes excéntricos (PGEs) pueden haber obtenido un valor elevado de su excentricidad orbital como resultado de procesos puramente dinámicos en el seno de cúmulos estelares abiertos. Los resultados obtenidos permiten considerar que al menos el 3% de los planetas gigantes en órbita en torno a estrellas nacidas en cúmulos abiertos pueden desarrollar elevadas excentricidades como resultado de interacciones gravitatorias con otros miembros del cúmulo; el porcentaje puede incrementarse hasta el 20% en el caso de estrellas enanas de tipo G. El mecanismo de formación lleva aparejada la existencia de interacciones dinámicas complejas en el seno de configuraciones jerárquicas retrógradas en las regiones internas del cúmulo. El

porcentaje de sistemas planetarios que abandonan los cúmulos abiertos sin alteraciones significativas de sus elementos orbitales primordiales es muy elevado, del orden del 90%.

La principal conclusión de esta Sección del Capítulo 4 es que resulta posible producir planetas gigantes excéntricos mediante interacciones gravitacionales entre las estrellas de un cúmulo estelar partiendo de planetas gigantes en órbitas aproximadamente circulares. El principal proceso responsable de su formación es la interacción gravitatoria de cuatro cuerpos incluyendo dos estrellas individuales y un sistema planetario preexistente, en la cual una de las estrellas individuales absorbe el exceso de energía permitiendo la formación de un sistema jerárquico. Este tipo de procesos permiten la transferencia de una cantidad significativa de momento angular que tiene como resultado principal que una órbita planetaria inicialmente circular se transforme en otra con elevada excentricidad. Los cálculos muestran claramente que un sistema como el que se ha encontrado en 16 Cygni B (ver Capítulo 7) puede formarse fácilmente como resultado de los procesos descritos en esta Sección. Las características observacionales de algunos de los sistemas producidos en los cálculos aparecen en la Tabla (4.3). De existir en la realidad, dichos sistemas podrían ser fácilmente detectados en el curso de una búsqueda sistemática de larga duración realizada en cúmulos abiertos cercanos; el mínimo periodo es de unos 12 años. El posible hallazgo de un planeta de este tipo en un cúmulo abierto joven permitiría arrojar nueva luz en el estudio de los procesos de formación de sistemas planetarios y además daría una respuesta definitiva a la cuestión sobre la escala temporal de formación de los planetas gigantes del Sistema Solar.

Los resultados descritos permiten explicar la existencia de planetas gigantes con elevadas excentricidades pero no el pequeño radio orbital de muchos de ellos. En este sentido, debe señalarse que los cálculos que se han realizado no incluyen los efectos de procesos disipativos provocados por fuerzas de marea, y es evidente que el papel de los mismos puede ser dominante en situaciones en las que el periastro es

Tabla 4.3: Propiedades de los sistemas similares a 16 Cygni

$M_1^a$	$M_2^b$	$e_{in}^c$	$e_{out}^d$	$a_{in}^e$	$a_{out}^f$
3,69	2,98	0,661	0,830	10,3	536
0,91	0,87	0,928	0,490	8,2	3506
0,92	2,14	0,614	0,960	7,4	722
0,68	1,34	0,966	0,800	6,4	742
2,14	1,73	0,939	0,400	6,3	722

<sup>a</sup> Masa del compañero estelar del planeta ( $M_\odot$ ).

<sup>b</sup> Masa de la estrella más externa ( $M_\odot$ ).

<sup>c</sup> Excentricidad del planeta.

<sup>d</sup> Excentricidad de la estrella más externa.

<sup>e</sup> Semieje mayor del planeta (UA).

<sup>f</sup> Semieje mayor de la estrella más externa (UA).

menor de 0,2 UA, como es el caso de algunos de los sistemas formados en los cálculos. Otro aspecto interesante a destacar es que el porcentaje de planetas gigantes excéntricos obtenido a partir de las observaciones realizadas hasta la fecha parece ser del orden del 25%, mientras que el que sugieren los cálculos realizados es del 3%, aunque los sistemas obtenidos tienen todos periodos superiores a 10 años. No obstante, este último porcentaje debe considerarse como un límite inferior dado que las vidas medias de cúmulos abiertos pobremente poblados, como los de los modelos presentados, son relativamente cortas. Se espera que el porcentaje sea mayor en el caso de cúmulos ricos con vidas medias sustancialmente mayores. Por otra parte, todos los sistemas descubiertos hasta ahora orbitan estrellas de tipos espectrales G o F. Si en los presentes cálculos sólo se consideran estrellas enanas de tipo espectral G (0,85–1,1  $M_\odot$ ), el porcentaje de sistemas que logran aumentar su excentricidad se incrementa, al menos hasta el 20%. Sin embargo, la estadística observacional actual es lo suficientemente reducida como para que sea aventurado extraer conclusiones

sólidas a partir de los datos disponibles ya que pueden estar actuando importantes efectos de selección. En cualquier caso, los cálculos mostrados sugieren un elevadísimo porcentaje de supervivientes entre los sistemas planetarios formados en cúmulos abiertos. Por otra parte, los resultados discutidos no dependen significativamente de la pérdida de masa debida a evolución estelar ya que los modelos calculados no perviven lo suficiente como para que dicha pérdida de masa sea significativa. Además, el campo gravitatorio galáctico sólo afecta a los resultados mostrados de forma secundaria ya que únicamente influye en la vida media del cúmulo. Los cálculos presentados en esta Sección han mostrado un mecanismo eficiente por el cual un planeta gigante ya formado, por ejemplo a partir de la acumulación de material en los núcleos de vórtices anticiclónicos, puede llegar a tener una elevada excentricidad.

## 4.9 Resumen y Discusión

Como se ha visto anteriormente, este Capítulo no se ha dedicado al estudio detallado de los procesos de formación de los vórtices en discos gaseosos. Por contra, su objetivo ha sido explorar las posibles consecuencias dinámicas de la existencia de estas estructuras gaseosas sobre la componente sólida de la Nebulosa, así como su relevancia en el contexto de la formación planetaria.

En este Capítulo se han presentado los resultados obtenidos en simulaciones de un disco protoplanetario kepleriano bidimensional incompresible, con el objeto de estudiar el efecto de vórtices duraderos de gran escala sobre la dinámica de las partículas de polvo en este tipo de discos. En esta Tesis se estudia el proceso de concentración de las partículas de polvo en los núcleos de vórtices de gran tamaño mediante simulaciones de un flujo bifásico diseñado para modelar la interacción entre el polvo y el gas en discos protoplanetarios. Se ha desarrollado un programa FORTRAN no colisional de  $N$  cuerpos, que se describió en detalle en el Capítulo 2, para estudiar la dinámica de la componente sólida de un disco protoplanetario axialmente asimétrico de dos fases. Este programa es capaz de reproducir los resultados estándar

obtenidos previamente por otros autores (Weidenschilling 1977). El programa puede ejecutarse tanto en paralelo como secuencialmente. Los cálculos bidimensionales realizados muestran que la generación de vórtices persistentes, que se desarrollarían y crecerían en discos circunestelares, podría tener importantes consecuencias para la dinámica de las partículas sólidas durante las etapas protoplanetarias de la evolución del disco.

Los resultados obtenidos (para una descripción completa de los principales resultados obtenidos en este Capítulo ver la Tabla (4.4)) confirman la eficiencia del mecanismo de captura de las partículas por el vórtice descrito por primera vez por Barge y Sommeria (1994, 1995) para el caso de vórtices anticiclónicos. Las partículas sólidas son incorporadas por el vórtice a un ritmo que depende de su parámetro de fricción  $\tau_s$ , en relación con el tamaño y la densidad de las partículas, pero también con la distancia del vórtice al Sol, con su elongación y con algunos otros parámetros nebulares.

La principal diferencia entre esta Tesis y los trabajos anteriores estriba en **el uso de un modelo de vórtice físicamente correcto, en una descripción más realista de la evolución dinámica de las partículas de polvo antes de su captura por el vórtice, en la introducción de un espectro de masas para las partículas capturadas y en un análisis pormenorizado de la eficiencia del mecanismo de captura y del proceso de concentración selectiva en diferentes condiciones.**

Las trayectorias de las partículas en su camino hacia el vórtice son calculadas de forma explícita (de la Fuente Marcos y Barge 2001) en lugar de reemplazarlas por una deriva radial media o una estimación teórica simplificada. El ritmo de captura deducido utilizando este procedimiento, proporciona una descripción más realista del problema considerado y concuerda con los resultados obtenidos en recientes simulaciones hidrodinámicas (Godon y Livio 2000). Además, se discute en detalle el efecto de la elongación del vórtice y su decrecimiento exponencial en amplitud con el tiempo,



así como el efecto de la autogravedad, de la masa nebular y de la temperatura sobre el ritmo de captura de las partículas por el vórtice. Se ha mostrado también, que la elongación del vórtice es un parámetro clave para el estudio de la captura de las partículas de polvo por parte de vórtices coherentes en la nebulosa solar. Además, este Capítulo concentra su atención sobre el proceso de captura de partículas cerca de la posición actual de la órbita de Júpiter. La eficiencia de captura es máxima para tamaños de las partículas del orden de 30 cm (para los cuales el parámetro de fricción es del orden de 1 y la vida media tiene un valor cercano al valor mínimo) y empieza a disminuir significativamente para partículas de tamaño superior a los 2 m. El espectro de masas dentro del vórtice difiere significativamente del espectro de masas externo al vórtice debido al efecto de selección por tamaños producido durante la captura. La principal consecuencia de este mecanismo de captura es el incremento de la densidad superficial de las partículas en función del tiempo. Los resultados obtenidos muestran que se multiplica por un factor 200 en aproximadamente  $10^3$  años en el caso más favorable y para un vórtice estacionario (de la Fuente Marcos y Barge 2001). Ésto es suficiente para inducir localmente a inestabilidad gravitacional. De esta manera, el confinamiento de partículas sólidas en el interior del vórtice hace que el crecimiento de las partículas se facilite mediante agregación colisional o por medio de la aparición de inestabilidades gravitacionales.

Puede concluirse que la presencia de vórtices gigantes en la Nebulosa produce los siguientes efectos:

1. ayuda a que se produzca la captura de material sólido antes de que éste caiga hacia el Sol,
2. facilita la formación de cuerpos más grandes (planetesimales) en una escala de tiempo mucho más corta ( $< 1.000$  años), bien a través de la inducción de inestabilidades gravitacionales o bien mediante un incremento en el ritmo de agregación de partículas.

En cualquier caso los resultados finales dependen fuertemente de la distribución inicial

Tabla 4.4: Principales resultados obtenidos en el Capítulo 4

Tipo de simulación numérica	Resultados	Evidencia observacional explicada
Integración numérica de una población con gran número de partículas sometidas al arrastre por fricción con el gas nebular y a la interacción con vórtices gaseosos anticiclónicos distribuidas en un anillo situado en la órbita de Júpiter o Saturno*.	Las partículas no se precipitan al Sol como en el caso axialmente simétrico sino que son confinadas por vórtices anticiclónicos, permitiéndolas alcanzar el tamaño métrico.	Formación de los núcleos de los planetas gigantes de nuestro sistema solar en una escala temporal inferior al millón de años.
Integración numérica de una población de partículas de polvo orbitando el protosol con una excentricidad inicial de 0,010 y una distancia heliocéntrica inicial de 60 UA sometida a la atracción gravitatoria de proto-Urano y proto-Neptuno.	Encuentros cercanos y distantes entre el protosol y otros miembros de su cúmulo estelar progenitor que dan lugar a una población de objetos dispersos con elevada excentricidad a 32-40 UA.	Existencia de los objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper descubiertos en 1996 y caracterizados por valores elevados de la excentricidad y perihelios en el rango 34-36 UA**.
Integración de un cúmulo abierto, mediante un código colisional de $N$ cuerpos, con sistemas planetarios compuestos de un único planeta gigante y su estrella progenitora.	Se producen excentricidades elevadas para algunos miembros de la población de sistemas monoplanetarios como consecuencia de interacciones gravitatorias estelares múltiples.	Existencia de planetas extrasolares excéntricos como los pertenecientes al sistema 16 Cygni B.

\* Se realiza una integración completa de las trayectorias de las partículas y se considera un espectro de masas para las mismas. Este mecanismo de formación planetaria puede permitir la coexistencia de cuerpos de tamaño planetario y partículas métricas o submétricas.

\*\* La distribución de los elementos orbitales de parte de los objetos asteroidales situados más allá de la órbita de Neptuno es compatible con el modelo de formación planetaria en vórtices. Si los 4 planetas gigantes del Sistema Solar se formaron en el interior de vórtices, se pueden considerar los efectos del proceso de crecimiento de proto-Urano y proto-Neptuno sobre la región del cinturón de Edgeworth-Kuiper.

de tamaños de los granos de polvo.

También debe ponerse de manifiesto que se ha despreciado implícitamente la autogravedad del vórtice, la cual contribuiría a incrementar la eficiencia del mecanismo de captura mediante un factor de enfoque gravitacional adicional. Además, este mecanismo es muy robusto para el rango de tamaños estudiado, incluso en una nebulosa caliente (1.000 K a 1 UA) o en una nebulosa masiva ( $0,1 M_{\odot}$ ). Una nebulosa poco masiva caliente incrementa la eficiencia del mecanismo de captura de las partículas por el vórtice. El incremento de masa de la nebulosa da lugar a un decrecimiento significativo (dependiente del tamaño) en el ritmo de captura, un efecto importante de este mecanismo de confinamiento es que es capaz de evitar que los cuerpos de tamaño métrico caigan al Sol, como sucede durante su crecimiento en una nebulosa axialmente simétrica. En conclusión, los vórtices gigantes capturan o confinan estas partículas, permitiéndolas crecer más fácilmente y superar el *vacío* existente hasta llegar al rango métrico de tamaños.

El descubrimiento (Abril de 1998), llevado a cabo por la sonda Galileo, de un anillo de partículas que gira en sentido retrógrado en torno al planeta Júpiter, podría ser una reliquia del material capturado por un vórtice anticiclónico gigante localizado en la región que ocupa actualmente la órbita joviana, confirmando así, experimentalmente, los resultados analíticos y numéricos mencionados.

Por otra parte, la existencia de vórtices gigantes en discos protoplanetarios debería verificarse en un futuro próximo mediante detecciones observacionales. La sensibilidad y resolución sin precedentes del interferómetro *Atacama Large Millimeter Array* (ALMA) puede ayudar a estudiar la posible formación y evolución de vórtices gigantes en discos protoplanetarios. Este dispositivo interferométrico incrementará la resolución espacial, desde el milímetro de los interferómetros actuales, en dos órdenes de magnitud. Con la resolución más alta que pueda proporcionar, de  $0,01'' \approx 1,4$  UA en Taurus, ALMA debería ser capaz de detectar la presencia de vórtices gigantes alrededor de protoestrellas cercanas a la distancia orbital de Saturno y más allá.

Debido a la altitud y a la extraordinaria sequedad del lugar donde se encuentra el interferómetro, ALMA será capaz de observar a muy altas frecuencias, superiores a 1 THz, y así de detectar la presencia del material más caliente y más denso en los discos protoplanetarios, material que es invisible para los interferómetros actuales (Millar 2000). Sin embargo, la capacidad de ALMA para detectar vórtices en discos protoplanetarios en torno a estrellas jóvenes cercanas depende fuertemente del contraste de densidad del vórtice y, en consecuencia, del contraste de brillo del vórtice con respecto a su disco protoplanetario progenitor. De esta manera, incluso aunque la resolución angular sea suficientemente buena, la posibilidad de detectar los vórtices mencionados depende, en gran medida, de su luminosidad relativa.

Muy recientemente, Fridman y sus colaboradores (2001) han encontrado claras evidencias de la existencia tanto de vórtices como de ondas espirales ( $m = 2$ ) en la galaxia de disco NGC 3631. Si la detección ha sido posible en el caso de galaxias, no es aventurado suponer que ocurrirá tarde o temprano en el caso de los discos protoplanetarios.

## Capítulo 5

# Perturbaciones espirales

### 5.1 Introducción

En el Capítulo 4 se constató que la formación de estructuras vorticales podría tener una influencia decisiva en la supervivencia de las partículas en la Nebulosa. Sin embargo, la formación de vórtices no es el único tipo de macroturbulencia que daría lugar a pérdida de simetría axial. Otro tipo de perturbación que provocaría desviaciones respecto a la situación de orden cero es la generación de una estructura de brazos espirales. Los brazos de dicho patrón espiral, como los de una galaxia, son ondas de densidad que se mueven a través del material de la nebulosa protoplanetaria, influyendo así en la dinámica de las partículas de la Nebulosa. Los brazos espirales rotan de forma diferente a como lo hace la propia Nebulosa. El material de la nebulosa solar rota de acuerdo con la tercera ley de Kepler, mientras que las ondas espirales rotan con una velocidad angular prácticamente uniforme. Debido a que, en general, los brazos rotan con una velocidad diferente a la del material del disco, las partículas que constituyen el mismo atraviesan una y otra vez los brazos.

En un disco protoplanetario simétrico, no se conocía ningún proceso mecánico eficiente que fuese capaz de transferir momento angular hacia el borde externo del disco y permitiese, simultáneamente, que el resto del material del disco se mo-

viese hacia el interior del mismo y cayese hacia la estrella central. Sin embargo, a principios de los años 90 se confirmó que la viscosidad turbulenta podía ser un mecanismo de transferencia de momento angular eficiente (Dubrulle 1990, 1992, 1993). Se cree que la Nebulosa acumuló materia mediante este proceso hasta alcanzar una masa  $\approx 0,3\text{--}0,5$  veces la masa del protosol. Al superar esta masa crítica, el disco se hizo gravitacionalmente inestable y axialmente asimétrico. Aunque en el pasado se pensó que el resultado de dicha inestabilidad era la fragmentación del disco en grandes trozos que darían lugar a los protoplanetas (Kuiper 1951; Urey 1959; Cameron 1978); actualmente se admite que el principal resultado de esta inestabilidad sería la generación de una estructura de brazos espirales sin simetría axial (Cassen et al. 1981; Larson 1984; Adams et al. 1989; Laughlin y Bodenheimer 1994) semejantes a los que se observan en el caso de las galaxias.

No se conoce con exactitud cómo se generó la estructura de los brazos espirales en la nebulosa solar primitiva. Uno de los mecanismos que podrían excitar la aparición de este tipo de perturbaciones espirales en discos protoplanetarios sería la presencia en los mismos de vórtices gaseosos gigantes como los estudiados en el Capítulo 4. Otros mecanismos de excitación posibles son: la presencia de un compañero de tamaño planetario o estelar, o incluso las perturbaciones gravitatorias debidas al paso cercano de otras estrellas en regiones de alta densidad estelar, tales como cúmulos estelares jóvenes. Como se ha visto en el Capítulo 4, este último proceso es particularmente eficiente.

El movimiento aleatorio en el medio que constituye el disco tiende a impedir la formación de brazos espirales. Toomre (1964) calculó la dispersión cuadrática media mínima de las velocidades locales necesaria para evitar la formación de concentraciones asimétricas de masa. El parámetro de Toomre  $Q$  (cociente entre la dispersión de velocidades real y el valor mínimo de Toomre para estabilidad) es de gran importancia a la hora de discutir la dinámica de las galaxias de disco. En el caso de discos de gas en los que el movimiento térmico de los átomos de gas juega un papel

análogo al movimiento relativo de las estrellas a la hora de impedir aglomeraciones autogravitantes, el parámetro de Toomre viene dado por:

$$(5.1) \quad Q \approx \frac{C_s \Omega}{\pi G \sigma},$$

(ver, por ejemplo, Laughlin y Bodenheimer 1994). En este caso,  $C_s$ ,  $\Omega$  y  $\sigma$  son, respectivamente, la velocidad local del sonido (proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura del disco), la velocidad angular kepleriana y la densidad superficial del material del disco, siendo  $G$  la constante de la Gravitación Universal de Newton. Se cree que la parte más interna del disco tenía una temperatura demasiado elevada como para permitir la formación de inestabilidades de este tipo. La distancia heliocéntrica a partir de la cual los brazos espirales se formaron, y su extensión y robustez en función de dicha distancia, dependen fuertemente de los valores locales de los parámetros físicos del disco.

En una situación como la descrita existe una distancia, llamada de corrotación, a la que el movimiento del material del disco y el de las ondas de densidad se produce a la misma velocidad. A distancias inferiores a la de corrotación, la velocidad orbital es superior a la del movimiento de las ondas espirales; por encima de esa distancia sucede lo contrario. Con el modelo de nebulosa empleado en esta Tesis el radio de corrotación para las ondas espirales de número azimutal  $m = 1$  se encontraría situado aproximadamente a la distancia de Urano; es decir, en la región de la Nebulosa con distancias heliocéntricas inferiores a la distancia orbital de Urano el material nebuloso adelanta a las ondas espirales y en la región externa a dicha órbita, son las ondas espirales las que rebasan al material nebuloso. Con el modelo de nebulosa utilizado, la velocidad con la que el material nebuloso penetra en las ondas de densidad a 3 UA, distancia radial aproximadamente igual a aquella en la que se formaron los meteoritos condriticos, es  $\approx 10$  km/s. Esta es una velocidad supersónica, aproximadamente igual a Mach 6 (Mach 6 significa que el número de Mach,  $M$ , cociente entre la velocidad del fluido y la velocidad del sonido, es igual a 6) en el gas nebuloso.

De esta manera, el material nebuloso situado a  $\approx 3$  UA pasa a través de un

frente de choque cada vez que penetra en un brazo espiral. Al pasar a través de un frente de choque, el material nebuloso se calienta. Por otro lado, el gas se calienta mediante compresión y las partículas sólidas se calientan por fricción debida al proceso de frenado con respecto al gas que está decelerando. Hood y Horanyi (1993) y Ruzmaikina e Ip (1994) han mostrado que las partículas sólidas pueden calentarse considerablemente e incluso mezclarse y vaporizarse. De hecho, Hood y Horanyi (1991) han puesto de manifiesto que los números de Mach asociados a las ondas de choque con valores superiores a 4 son suficientes para mezclar la mayoría de los granos minerales. Este es un mecanismo eficaz para el proceso de mezcla del material de los cóndrulos y para la vaporización del material planetario como procesos previos al fraccionamiento por volatilización que se produce durante la condensación. Los cóndrulos son objetos ígneos más o menos esféricos de tamaño milimétrico que constituyen el núcleo de la mayoría de las condritas. La mayor parte de los cóndrulos contienen proporciones aproximadamente cósmicas de Magnesio (Mg), Hierro (Fe), Silicio (Si), Calcio (Ca) y Aluminio (Al).

Este proceso es análogo a los que acontecen en la teoría de formación estelar, y mediante los cuales el gas de los discos galácticos se comprime cuando atraviesa un brazo espiral galáctico y la compresión inicia el colapso gravitacional en muchos lugares de las nubes moleculares (Roberts 1969). Este proceso produce muchas estrellas nuevas (incluyendo las estrellas, muy brillantes pero de corta vida, O y B) y éstas iluminan y definen los brazos espirales galácticos.

En la Nebulosa, para que se produzca interacción entre las ondas de densidad espirales y el material del disco para grandes números de Mach es necesario que la corrotación ocurra a gran distancia radial. Sin embargo, esta hipótesis no es enteramente arbitraria; el estudio numérico de la evolución del disco llevado a cabo por Laughlin y Bodenheimer (1994) revela la generación de un patrón espiral de dos brazos que persiste durante la simulación, rotando con un periodo de  $\approx 900$  años, y que corresponde a un radio de corrotación de  $80 - 100$  UA.



Boss (1988) puso de manifiesto que las diferencias de velocidad entre el material del disco y los elementos estructurales calientes y densos de una nebulosa solar axialmente asimétrica podrían explicar la presencia de diferentes regímenes de temperatura deducida de la observación de condritas. Un estudio más reciente de Boss (1996) confirma la tendencia de un disco de masa moderada ( $0,14 M_{\odot}$ ) a formar ondas de densidad fuera de su anillo interno caliente. La simulación llevada a cabo por Boss produjo una perturbación espiral T (*trailing*) de dos brazos bien definida a una distancia de  $\approx 6$  UA, con un incremento de densidad respecto a los alrededores de  $\approx 1,2$  respecto a los bordes y  $\approx 3$  respecto a su centro. Este patrón espiral difiere en velocidad con respecto al material del disco sólo en  $\approx 1$  km/s, velocidad apenas supersónica e incapaz de mezclar el material mineral. El paso de material nebuloso a través de los frentes de choque asociados con ondas de densidad espirales podría resolver el problema de la búsqueda de una fuente de energía capaz de procesar térmicamente el material protoplanetario. Aún así, si el procesamiento ocurre durante la etapa de caída de material, hay otro problema añadido. El polvo interestelar que caía dentro del Sistema Solar estaba formado por granos muy finos, y la evaporación y recondensación del polvo sólo produciría una nueva generación de polvo que estaría constituido, también, por granos muy finos. Este polvo se dispersó en la delgada capa de gas nebuloso una vez que se había concentrado rápida y eficientemente en cóndrulos (o precursores de cóndrulos). Después de formarse los cóndrulos, éstos deberían agregarse en objetos de mayor tamaño para sobrevivir en órbita en torno al Sol y no caer al mismo debido a su interacción con el gas nebuloso. Tradicionalmente, se había considerado que la formación de agregados de mayor tamaño a partir del polvo y la deposición gravitacional de dichos agregados en el plano medio de la nebulosa solar eran suficientes para la construcción de planetesimales (Weidenschilling 1980). Sin embargo y debido a que la componente normal al plano medio del disco de la gravedad solar, en la región donde se encuentra actualmente el cinturón de asteroides, tendría un valor muy pequeño, y la cohesión de los agregados sería muy débil, tendría que

haberse mantenido un ambiente nebular en calma durante largo tiempo para producir los planetesimales. La hipótesis que se establece habitualmente, consiste en suponer que el proceso de agregación, junto con las otras etapas de formación condritica, tuvo lugar en la etapa en calma de la evolución de la nebulosa solar, que debió prolongarse  $\approx 10$  Ma. Sin embargo, este mecanismo de agregación podría no haber sido efectivo en la etapa de caída de material (cuya duración fue del orden de 1 Ma) de la historia nebular debido a la importancia de los procesos mecánicos en dicha etapa.

Cada vez que el material nebular pasa a través de un frente de choque dentro de la distancia de corrotación, el gas y los sólidos se deceleran. Parte de su momento angular se transferiría a los agregados de material en la onda de densidad, que estaban en una posición tal que podían alimentarse mediante momento gravitacional transferido por el material nebular presente situado a grandes distancias radiales. El material decelerado después de atravesar el frente de choque habría disminuido su distancia orbital media. A medida que el gas se mueve a través de la onda de densidad en su camino de regreso al disco a grandes distancias radiales, el gas se descomprime y se reacelera, pero, teniendo en cuenta que el proceso es disipativo, nunca puede recuperar toda la energía y momento angular que tenía antes del choque. De esta forma el gas nebular y las partículas sólidas inmersas en él, tras una serie de pasos a través de las ondas de densidad, migran hacia el Sol.

Los procesos de calentamiento acontecidos en los frentes de choque y la concentración turbulenta serían ineficientes, y durante cada encuentro con un frente de choque, sólo una pequeña fracción del polvo presente en la Nebulosa se convertiría en cóndrulos. Por la misma razón, sólo una pequeña fracción de los cóndrulos y del polvo de la Nebulosa se agregarían para formar material condritico. La producción de material condritico (o planetario) a una distancia radial dada en la Nebulosa puede considerarse como un proceso cuasiestacionario, donde una pequeña fracción del material sólido que sigue una trayectoria hacia el Sol abandonaría la corriente gaseosa durante cada encuentro con una onda de densidad y formaría agregados lo

suficientemente grandes como para poder seguir órbitas estables y no ser arrastrados por el flujo de gas hacia el Sol. Aunque tradicionalmente se ha supuesto que las ondas espirales solo podrán generarse y mantenerse en discos protoplanetarios suficientemente masivos (no en la nebulosa solar estándar), cálculos teóricos recientes (Lee y Goodman 1999) han mostrado la falsedad de esta hipótesis. Estos autores han probado que ondas de densidad estacionarias con un sólo brazo pueden existir incluso en discos caracterizados por una autogravedad débil con la condición de que la curva de rotación esté dominada por la masa central. Estas ondas pueden sobrevivir en discos protoplanetarios poco masivos (nebulosa de masa mínima), e incluso en los compactos discos moleculares que aparecen en núcleos galácticos.

## 5.2 Espiral con $m = 1$

En el Capítulo 4 se ha mostrado que para ciertas formas funcionales de la dependencia de la temperatura con la posición en la Nebulosa y para determinados valores de la masa de la misma, el mecanismo de confinamiento debido a la presencia de vórtices es capaz de acretar una cierta cantidad de partículas con tamaños superiores a unos cuantos metros. En esta Sección se explora la viabilidad de otro tipo de estructuras a gran escala, las perturbaciones espirales con  $m = 1$ , como posibles *catalizadores* de la formación de los planetesimales. El número de brazos espirales en discos autogravitantes depende de la curva de rotación. Como ya apuntó Linblad, los potenciales cuasi-armónicos y las curvas de rotación lineales favorecen la existencia de espirales de dos brazos. Sin embargo, las curvas de rotación de discos astrofísicos más pequeños que los galácticos se encuentran dominadas por una masa central puntual. Ejemplos de esta situación son los discos de acreción, discos protoplanetarios y anillos planetarios. En este caso (discos keplerianos) los razonamientos de Linblad favorecen la aparición de espirales de un sólo brazo. La presencia de este tipo de estructuras no es, necesariamente, una alternativa que excluya el mecanismo de confinamiento debido a la presencia de vórtices gaseosos, ya que ambas estructuras podrían coexis-

tir simultáneamente. Dada la importancia astrofísica de los discos keplerianos, es de lamentar que las espirales de un sólo brazo hayan recibido tan poca atención desde un punto de vista teórico en comparación con sus *hermanas* las espirales de dos brazos.

### 5.2.1 Modelo Cinemático del Campo de Velocidades

En los últimos años la teoría de la estabilidad de los discos protoestelares ha experimentado un gran desarrollo; sobre todo, a partir de la demostración de que una perturbación espiral con un solo brazo puede ser un mecanismo de inestabilidad importante en la mayoría de las situaciones de interés práctico, en el caso de discos cuasi-keplerianos. Desde el punto de vista observacional, el progreso experimentado en las técnicas de detección de perturbaciones espirales en discos de acreción estelares ha sido considerable, hasta tal punto que, en 1997 (Steeghs et al. 1997), se detectaron ondas espirales de número azimutal  $m = 2$  en el disco de acreción de una estrella binaria en contacto (IP Pegasi). Los brazos espirales encontrados por Steeghs y su grupo se observan en los lugares donde se espera que aparezcan ondas espirales de marea, con el brazo espiral más próximo a la corriente de gas que se manifiesta con líneas más débiles que las correspondientes al brazo más cercano a la compañera estelar del sistema binario IP Pegasi (Steeghs 1999; Harlaftis et al. 1999; Steeghs y Stehle 1999; Baptista et al. 2000; Steeghs 2000; Morales-Rueda et al. 2000). A finales de 2000 se encontró una estructura espiral de un único brazo en el disco de acreción de la nova enana EX Draconis (Baptista y Catalán 2000). La estructura espiral es estacionaria en un sistema de referencia corotante con la binaria y es estable en una escala temporal de al menos cinco órbitas de la binaria. En Junio de 2001, la interpretación de las observaciones realizadas a finales de 2000 con el sistema de óptica adaptativa Hokupaá de la Universidad de Hawái por Potter y su grupo (Potter et al. 2000, 2001) parece indicar la presencia de una estructura de dos brazos espirales en el disco protoplanetario circumbinario de la estrella binaria GG Tau (Tomlin 2001). Si se confirmase esta interpretación, se corroboraría la importancia del estudio teórico

de la evolución dinámica de las partículas de los discos protoplanetarios en presencia de perturbaciones espirales.

La teoría clásica de estabilidad dinámica para estrellas en rotación rápida (Chandrasekhar 1969) nunca tuvo en cuenta esta posibilidad. La preponderancia de los modos espirales con  $m = 1$  fue estudiada primero para el caso de discos masivos, extensos y delgados, en rotación aproximadamente kepleriana (Adams et al. 1989; Ruden et al. 1989; Shu et al. 1990; Noh et al. 1991; Tomley et al. 1991; Yang et al. 1991). Este interés en los modos espirales con un único brazo se ha plasmado en varios trabajos que han permitido profundizar en la comprensión de sus propiedades y naturaleza (Woodward et al. 1994; Bonnell 1994; Pickett et al. 1996). Un aspecto singular de los modos con  $m = 1$  es que el centro de masa de la perturbación en el disco no descansa en el centro geométrico del sistema; así, la estrella está desplazada del centro de masas y crea un potencial forzado efectivo (Adams et al. 1989). Shu y sus colaboradores (1990) mostraron que los discos protoestelares con masas inferiores al valor crítico dado por la ecuación:

$$(5.2) \quad M_D = \frac{3}{4\pi - 3} M_* \approx M_*,$$

donde  $M_*$  es la masa de la estrella, son estables ante cualquier tipo de perturbaciones gravitatorias modales, siempre y cuando el parámetro de Toomre,  $Q$ , sea mayor que la unidad en todo el disco. Estos autores argumentaron que cualquier disco con una masa superior a este valor crítico sufriría una etapa temprana de rápida evolución nebular gobernada por la presencia de ondas espirales globales de un sólo brazo ( $m = 1$ ). El transporte de momento angular hacia las regiones más externas del disco y de masa hacia las más internas provocado por estas ondas, pudo hacer disminuir la masa del disco por debajo del valor crítico, de forma que el disco llegó a ser estable ante perturbaciones gravitacionales y su evolución posterior pasó a ser controlada por los procesos más lentos de difusión viscosa estudiados en el Capítulo 3.

La inestabilidad gravitacional con  $m = 1$  se genera a partir de diferentes mecanismos según sea la masa del disco (Noh et al. 1992). Considerando el ciclo

de retroalimentación de cuatro ondas para los modos de número azimutal  $m = 1$ , las ondas largas T (*trailing*) se propagan desde la resonancia externa de Linblad (la resonancia de Linblad es una resonancia de primer orden en la excentricidad de la órbita de una partícula perturbada. Esta terminología se utilizó por primera vez en dinámica galáctica; en los años 20 Linblad introdujo estas resonancias para explicar la formación de los brazos espirales galácticos) hacia el interior llegando a la *barrera Q* (región evanescente centrada en la corrotación) donde se refractan dando lugar a ondas cortas T (ondas cortas T denotará a partir de ahora ondas cortas *trailing*) que se propagan hacia fuera hasta el borde del disco externo. Aquí las ondas se reflejan dando lugar a ondas cortas L (ondas cortas L denotará a partir de ahora ondas cortas *leading*) que se propagan hacia dentro hasta la *barrera Q*, donde se refractan convirtiéndose en ondas largas L (*leading*). Estas ondas se propagan, posteriormente, hacia fuera hasta la resonancia externa de Linblad, donde vuelven a reflejarse como ondas largas T (*trailing*) cerrándose así el ciclo de retroalimentación (para ver la diferencia entre estos dos tipos de ondas espirales L y T (*leading* y *trailing*) ver la Figura (5.1)). La amplificación *SLING* (*SLING* es el acrónimo de *Stimulation by the Long-range Interaction of Newtonian Gravity*, terminología utilizada por primera vez por Shu y su grupo en 1990 (Shu et al. 1990)) ocurre si la onda larga T (*trailing*) reflejada tiene la misma fase que aquella inducida por un fenómeno de resonancia forzada mediante el potencial indirecto. La amplificación *WASER* (acrónimo de *Wave Action Stimulation by Epicyclic Resonances* introducido por Mark en 1974 (Mark 1974)) para denotar un mecanismo de amplificación basado en ondas largas T (*trailing*) y la *SWING* (*SWING* es el acrónimo de *Stimulation by the Wide-range Interaction of Newtonian Gravity*, terminología utilizada por primera vez por Toomre (Toomre 1981)) pueden darse, también, si la formación de ondas de densidad ocurre a lo largo de la corrotación sobre la *barrera Q*. Si la masa del disco es elevada, la amplificación *SLING* es dominante. Para el caso de discos poco masivos, la amplificación *SWING* y el potencial indirecto son ambos dominantes. En el caso de masas muy bajas ( $\approx$

$0,05 M_{\odot}$ ), el disco es estable para cualquier valor de  $m$  excepto para  $m = 1$  (Noh et al. 1991). En cualquier caso, el modo espiral con  $m = 1$  es sensible a la condición de frontera externa. La dependencia de la amplificación *SWING* con el parámetro de Toomre se reduce, ya que la distancia entre el punto de corrotación y el borde externo del disco decrece cuando la masa del disco decrece.



Figura 5.1: Los brazos espirales de una nebulosa protoplanetaria pueden clasificarse por su orientación relativa a la dirección de rotación de las partículas en su órbita en torno al protosol. Un brazo espiral T (*trailing*) es aquel cuyo extremo externo apunta en la dirección opuesta a la de rotación de las partículas, mientras que un brazo espiral L (*leading*) es aquel cuyo extremo externo apunta en la dirección de rotación de las partículas en torno al protosol.

En esta Sección se consideran modos con número de ondas azimutal  $m = 1$ , ya que éstos podrían ser globales en extensión y serían los modos más difíciles de suprimir en los discos protoestelares inestables. En el modelo simple de disco protoplanetario desarrollado en esta Tesis, el gas fluye con una estructura espiral a gran escala correspondiente a número azimutal  $m = 1$ , cuyo campo de velocidades es similar al descrito por Adams y sus colaboradores (1989) mediante la utilización de líneas de

corriente elípticas concéntricas. En un potencial estrictamente kepleriano, las líneas de corriente circulares son neutralmente estables frente a perturbaciones cinemáticas angulares que tiendan a transformarlas en elipses. Estas elipses no precesionan en el espacio, de forma que la orientación angular de su semieje mayor permanece siempre fija. Si se considera un potencial que no sea estrictamente kepleriano o si el gradiente de presiones no es nulo, las líneas de corriente así distorsionadas, precesionarán con una velocidad angular que es función de la distancia heliocéntrica. La forma más simple de modelar una estructura espiral como la descrita, es la descripción cinemática clásica en la cual las líneas de corriente son tangentes unas a otras siguiendo una distribución concéntrica. En el caso de movimientos aproximadamente keplerianos, la velocidad angular de la estructura espiral como un todo es pequeña, siendo estimada por Shu y sus colaboradores (1990) en  $2 \times 10^{-2}$  años $^{-1}$  para la parte más externa del disco. Por tanto, la hipótesis de un modo espiral estático con  $m = 1$  es razonable para estudiar la formación de los planetas en la región interna del disco durante unos pocos centenares de rotaciones del mismo.

Considérense una trayectoria elíptica a lo largo de la cual se desplaza una partícula de fluido y otra trayectoria elíptica concéntrica con la anterior cuya anomalía verdadera esté desplazada un ángulo  $\phi$  pero cuyo valor de la excentricidad,  $\epsilon$ , sea el mismo que el de la primera, de manera que sea tangente a ella. En ese caso las ecuaciones de ambas trayectorias en coordenadas polares son:

$$(5.3) \quad \begin{aligned} r_1 &= \frac{a_1(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos \theta}, \\ r_2 &= \frac{a_2(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos(\theta + \phi)}. \end{aligned}$$

Empleando la condición de tangencia entre estas dos elipses se obtiene:

$$(5.4) \quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = \frac{1 + \epsilon \cos \theta}{a_1(1 - \epsilon^2)} - \frac{1 + \epsilon \cos(\theta + \phi)}{a_2(1 - \epsilon^2)} = 0.$$

Operando en la ecuación (5.4) se llega a la siguiente ecuación de segundo grado en



$\cos \theta$ :

$$(5.5) \quad A \omega^2 + B \omega + C = 0 ,$$

donde:

$$(5.6) \quad \begin{aligned} \omega &= \cos \theta , \\ A &= (a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos \phi) \epsilon^2 , \\ B &= -2 \epsilon (a_1 - a_2)(a_1 \cos \theta - a_2) , \\ C &= a_1^2(1 - \epsilon^2 \sin^2 \phi) + a_2^2 - 2a_1a_2 . \end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación (5.5) e imponiendo que exista un único punto de tangencia, el discriminante de la ecuación de segundo grado debe ser nulo:

$$(5.7) \quad B^2 - 4 A C = 0 .$$

Sustituyendo las expresiones (5.6) en (5.7) y tras unos cuantos cálculos algebraicos se obtiene que:

$$(5.8) \quad \epsilon^2 [a_2^2 + a_1^2 - 2 a_1a_2 \cos \phi] = (a_2 - a_1)^2 .$$

Tomando la elipse más interna como referencia, y considerando que la otra elipse tan sólo presenta diferencias infinitesimales en cuanto a tamaño con respecto a la de referencia se puede sustituir:  $a_1 = r$ ,  $a_2 = r + dr$  y  $\cos \phi \approx \cos d\phi \approx 1 - (d\phi)^2/2$ , empleando un desarrollo de Taylor en  $d\phi$  hasta segundo orden. Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior y simplificando, se obtiene:

$$(5.9) \quad (1 - \epsilon^2)(dr)^2 - \epsilon^2 r (d\phi)^2 dr - r^2 \epsilon^2 (d\phi)^2 = 0 .$$

Despreciando infinitésimos de orden superior al segundo:

$$(5.10) \quad (1 - \epsilon^2)(dr)^2 - r^2 \epsilon^2 (d\phi)^2 = 0 .$$

Despejando  $dr/d\phi$  de la ecuación (5.10) se obtiene la ecuación:

$$(5.11) \quad \frac{dr}{d\phi} = \pm \frac{r \epsilon}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} .$$

Integrando la ecuación (5.11) mediante la utilización de la técnica de separación de variables, el valor de  $\phi(r)$  es:

$$(5.12) \quad \phi(r) = \pm \frac{\sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon} \log \frac{r}{r_o}.$$

Si se efectúa la aproximación para excentricidades pequeñas, la ecuación para  $dr/d\phi$  puede escribirse en la forma:

$$(5.13) \quad \frac{dr}{d\phi} \approx \pm r \epsilon,$$

y al integrar una vez más empleando la técnica de separación de variables se obtiene para  $\phi(r)$  la ecuación:

$$(5.14) \quad \phi(r) \approx \pm \frac{\text{Log}(r/r_o)}{\epsilon},$$

(signo positivo para el caso de una espiral L (*leading*) y negativo para una espiral T (*trailing*)) donde  $r$  es la posición radial de la partícula,  $r_o$  es un radio fijo de referencia dentro del cual la estructura espiral desaparece y  $\epsilon$  es la excentricidad del flujo elíptico de gas alrededor de la estrella, supuesta constante. Los brazos espirales pueden clasificarse por su orientación relativa a la dirección de la rotación kepleriana; si la parte superior externa de los brazos espirales coincide con la dirección de rotación se tienen brazos espirales L (*leading*). En caso contrario se habla de espiral T (*trailing*). La ecuación anterior representa el ángulo que debe desplazarse el argumento del perihelio para generar una perturbación espiral con un único brazo (ver Figuras (5.2) y (5.3)).

Según esto, el campo de velocidades bidimensional en coordenadas polares puede escribirse utilizando el sistema de ecuaciones:

$$(5.15) \quad v_r = \frac{a \epsilon \Omega}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \sin(\theta + \phi(r)),$$

$$(5.16) \quad v_\theta = \frac{a \Omega}{\sqrt{1-\epsilon^2}} (1 + \epsilon \cos(\theta + \phi(r))),$$

donde  $\theta$  es, como antes, la anomalía verdadera y  $a$  es el semieje mayor de la órbita elíptica de la partícula fluida definida por las líneas de corriente.

Teniendo en cuenta el desarrollo de Taylor de la función  $(1 - \epsilon^2)^{-1/2}$  para  $\epsilon^2 \ll 1$ :

$$(5.17) \quad \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} = 1 + \frac{1}{2}\epsilon^2 + \frac{3}{8}\epsilon^4 + \frac{15}{48}\epsilon^6 + \dots,$$

se puede aproximar a primer orden en la excentricidad,  $\epsilon$ , para obtener el campo de velocidades en polares aproximado:

$$(5.18) \quad v_r \approx a \epsilon \Omega \sin(\theta + \phi(r)),$$

$$(5.19) \quad v_\theta \approx a \Omega (1 + \epsilon \cos(\theta + \phi(r))),$$

La relación entre el semieje mayor de la órbita de la partícula fluida y la posición radial  $r$  de la partícula viene dada por la ecuación:

$$(5.20) \quad a = \frac{r (1 + \epsilon \cos\theta)}{1 - \epsilon^2}.$$

Si se considera el paso de coordenadas polares a cartesianas se obtiene:

$$(5.21) \quad \begin{aligned} (V_g)_X &= v_r \cos \theta - v_\theta \sin \theta, \\ (V_g)_Y &= v_r \sin \theta + v_\theta \cos \theta. \end{aligned}$$

Después de sustituir en las ecuaciones (5.21) y operar, las componentes cartesianas de la velocidad del gas son:

$$(5.22) \quad (V_g)_X = -\frac{\Omega}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} (Y - r \epsilon \sin\phi),$$

$$(5.23) \quad (V_g)_Y = \frac{\Omega}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} (X + r \epsilon \cos\phi).$$

Estas expresiones convergen al caso circular estándar si  $\epsilon = 0$  y al caso elíptico estándar si  $\epsilon \neq 0$  y  $\phi = 0$ . Un ejemplo del patrón espiral resultante aparece representado en la Figura (5.2). En dicha Figura no se ha incluido la contribución del gradiente de presiones. Si se analiza la gráfica detalladamente, se observa que la

perturbación espiral conduce a una deriva radial de las partículas hacia el interior de la nebulosa protoplanetaria. La deriva radial es más fuerte para ondas espirales L (*leading*) que para ondas espirales T (*trailing*). Este movimiento hacia el Sol depende de su masa y de la excentricidad del flujo de gas nebuloso. Cuanto más masiva es la partícula o más excéntrico es el flujo de gas, mayor es la distancia a la que la partícula es empujada hacia el Sol por la perturbación espiral. Sin embargo, la partícula cae lentamente en dirección hacia el Sol hasta que el parámetro de fricción disminuye y la partícula se pega a una línea de corriente produciéndose un desplazamiento gradual de la misma desde una línea de corriente a otra adyacente. Las trayectorias de las partículas únicamente marcan y desarrollan el perfil espiral del campo de velocidades. La explicación física cualitativa de este hecho está basada en la pérdida de momento angular a partir del gas y en la disminución del acoplamiento entre las partículas y el gas. De modo más explícito, las partículas pueden perder momento angular, debido a que son deceleradas. De este modo, el efecto neto es un decremento continuo del momento angular debido al acoplamiento de las partículas a las líneas de corriente elípticas de la perturbación espiral y al desplazamiento de las mismas de unas líneas de corriente a otras. El movimiento resultante, hacia las regiones internas de la Nebulosa, depende del tamaño de las partículas y de la excentricidad del flujo de gas. Por ejemplo, cuanto mayor es la excentricidad, mayor es el ritmo al que la partícula está siendo empujada hacia el interior. Esta nueva naturaleza dinámica puede observarse con perturbaciones espirales L (*leading*) o T (*trailing*) (ver Figuras (5.2) y (5.3)). Cuando se consideran excentricidades relativamente elevadas, del orden de 0,1, se utiliza la ecuación (5.12) que no implica aproximaciones para excentricidades pequeñas. En los cálculos realizados en las simulaciones más *realistas*, utilizando la ecuación (5.14) para excentricidades pequeñas, se supone que la excentricidad de las líneas de corriente se encuentra comprendida en el rango 0,001–0,05, para ser consecuentes con las aproximaciones realizadas en dichos cálculos. Sin embargo, es necesario matizar que esta hipótesis no se sustenta en resultado observacional o es-

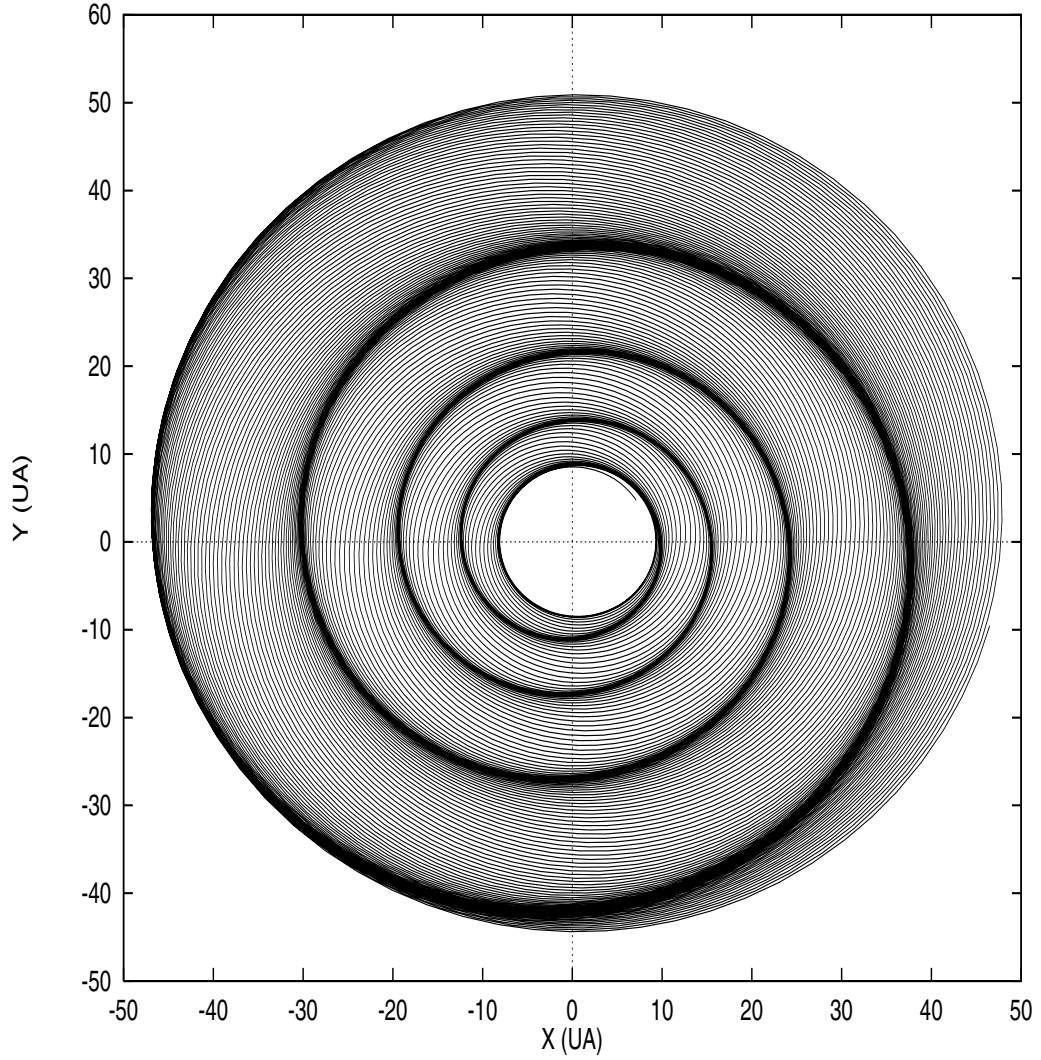


Figura 5.2: Ejemplo de un brazo espiral generado a partir de la descripción cinemática considerada en el texto. El patrón espiral está trazado por la órbita de una partícula individual de tamaño métrico, la cual no está completamente pegada al gas y se desplaza gradualmente de una línea de corriente a otra. La excentricidad del flujo es 0,07. Esta Figura es para un disco no soportado por un gradiente de presiones ( $\Psi = 0$ ) y para una perturbación de tipo T (*trailing*).

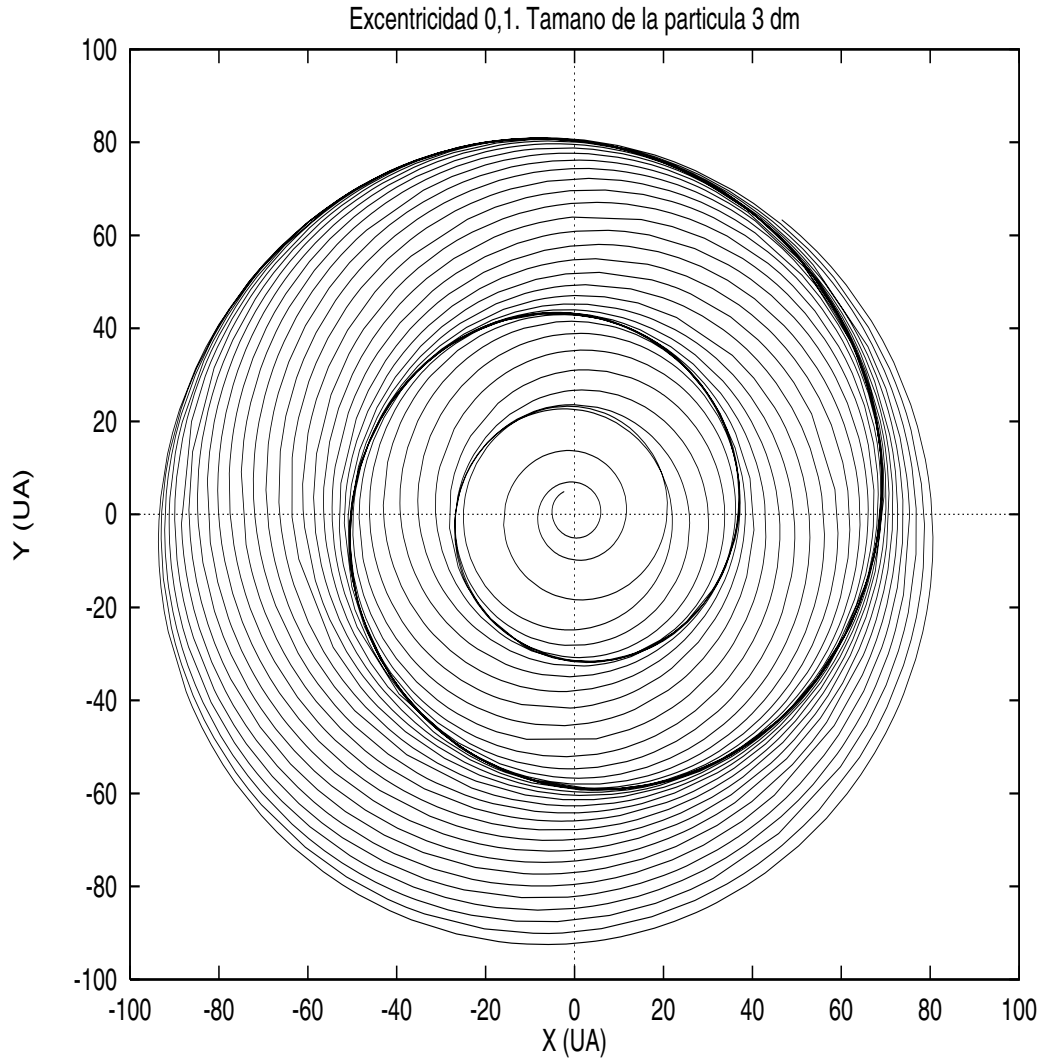


Figura 5.3: Ejemplo de un brazo espiral generado a partir de la descripción cinemática considerada en el texto. El patrón espiral está trazado por la órbita de una partícula individual de tamaño decimétrico, la cual no está completamente pegada al gas y se desplaza gradualmente de una línea de corriente a otra. La excentricidad del flujo es 0,07. Esta Figura es para un disco no soportado por un gradiente de presiones ( $\Psi = 0$ ) y para una perturbación de tipo L (*leading*).

peculación teórica alguna, sino que es más bien una hipótesis de trabajo razonable. Se ha escogido una especie de valor medio entre la excentricidad típica de un anillo planetario como el de Saturno (de valor  $\epsilon = 10^{-3}$ ) y los valores característicos para la excentricidad en galaxias espirales (desde  $\epsilon = 0,1$  hasta  $\epsilon = 0,5$ ). Una hipótesis razonable para esta elección proviene de considerar los discos protoplanetarios como estructuras intermedias, en extensión, entre los anillos planetarios y los discos galácticos espirales.

Este movimiento de las partículas pegadas a las líneas de corriente elípticas de la perturbación espiral depende de su masa y de la excentricidad del flujo de gas nebular. Cuanto más masiva es la partícula o más excéntrico es el flujo de gas, mayor es la distancia a la que la partícula se desplaza pegada a las líneas de corriente de la perturbación espiral. La dinámica de las partículas en una nebulosa protoplanetaria en la que se propaguen ondas espirales nunca había sido estudiada antes de ser analizada en esta Tesis. En las secciones siguientes, se estudia el efecto que puede tener sobre las partículas la existencia de un brazo espiral, ya que éste es el que con más probabilidad podría propagarse en un disco en rotación cuasikepleriana.

### 5.2.2 Expresión general del campo de velocidades para perturbaciones espirales

Una forma de representar el campo de velocidades en coordenadas polares para una perturbación espiral con número azimutal  $m = 1$  ó  $m = 2$  consiste en utilizar el sistema de ecuaciones:

$$(5.24) \quad v_r = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} \epsilon N_b \nu \sin[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)],$$

$$(5.25) \quad v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{a_g}} \{1 + \epsilon (2N_b \nu - 1) \cos[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)]\},$$

donde  $\mu = GM_\odot$  (siendo  $G$  la constante de la Gravitación Universal y  $M_\odot$  la masa del Sol),  $\epsilon$  es la excentricidad del flujo,  $N_b$  es el número de brazos espirales (1 ó 2),

$\nu = 1 - (\Omega_p/\Omega)$ ,  $\Omega_p$  es la velocidad del patrón espiral,  $\Omega$  es la frecuencia kepleriana a una distancia radial  $r = a$  ( $a$  es el semieje mayor de la órbita de la partícula),  $\theta$  es la anomalía verdadera,  $\phi$  es la fase estándar de la espiral dada por la ecuación (5.14) y  $a_g$  es el semieje mayor de la elipse del gas que está definido mediante la ecuación:

$$(5.26) \quad r = a_g \{1 - \epsilon \cos[N_b (\theta - \Omega_p t) + \phi]\},$$

desarrollando a primer orden en la excentricidad ( $\epsilon$  pequeña), las ecuaciones (5.24) y (5.25) quedan en la forma:

$$(5.27) \quad v_r = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \epsilon N_b \nu \sin[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)],$$

$$(5.28) \quad v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \{1 + \epsilon (2N_b \nu - 1) \cos[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)]\},$$

o teniendo en cuenta la relación entre  $r$  y  $a$ , semieje mayor de la órbita de la partícula, y empleando el desarrollo de Taylor al orden más bajo:

$$(5.29) \quad v_r = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \epsilon N_b \nu \sin[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)],$$

$$(5.30) \quad v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \{1 + \epsilon (2N_b \nu - 1) \cos[N_b (\theta - \Omega_p t + \phi)]\}.$$

La velocidad del patrón espiral viene dada por la ecuación  $\Omega_p = 0,01 \Omega_{1\text{UA}}$  que corresponde a  $\Omega_p = 10$  en unidades de  $\sqrt{GM/r_D^3}$ , valor utilizado por Shu y sus colaboradores (Shu et al. 1990)

Si se considera una perturbación espiral de un único brazo con número azimutal  $m = 1$ , las ecuaciones del campo de velocidades son:

$$(5.31) \quad v_r = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \nu \epsilon \sin(\theta - \Omega_p t + \phi),$$

$$(5.32) \quad v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \{1 + (2\nu - 1) \epsilon \cos(\theta - \Omega_p t + \phi)\}.$$



mientras que para una perturbación espiral de dos brazos con número azimutal  $m = 2$ , el campo de velocidades viene dado por:

$$(5.33) \quad v_r = \sqrt{\frac{\mu}{a}} 2 \nu \epsilon \sin[2 (\theta - \Omega_p t + \phi)] ,$$

$$(5.34) \quad v_\theta = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \{1 + (4\nu - 1) \epsilon \cos[2 (\theta - \Omega_p t + \phi)]\} .$$

### 5.2.3 Ciclos límite

En las secciones anteriores se discutieron los efectos dinámicos sobre las partículas cuando el gradiente de presiones es despreciable y una perturbación espiral con  $m = 1$  está actuando sobre las partículas. En adelante se discutirán los efectos derivados de superponer a la perturbación espiral un gradiente de presiones como el descrito en el Capítulo 3. En este caso, los granos de polvo están sometidos también a la deriva radial hacia dentro de las partículas sólidas (Weidenschilling 1977), la cual proviene del *viento de cara*  $r\Omega\Psi$ . Esta deriva inducida por la presión es, sin embargo, más débil que la debida a un modo espiral con un único brazo cuando la excentricidad del flujo es mayor que el parámetro de perturbación  $\Psi$ . De hecho, este parámetro incrementa su valor con la distancia a la estrella (como puede verse en la ecuación (3.1)), de modo que el movimiento radial hacia el Sol de una partícula se detendrá cuando los dos efectos se equilibren entre sí. Por tanto, desde un punto de vista cualitativo, es razonable suponer que se obtenga un ciclo límite; es decir, una trayectoria cerrada y periódica a la que convergen las partículas al estar sometidas a la acción del brazo espiral.

De este modo, las partículas pegadas a las líneas de corriente elípticas de la perturbación espiral y desplazándose de una línea de corriente a otra trazan el perfil espiral, lo que evita su caída hacia el Sol y este efecto tiene lugar en la mayor parte de la nebulosa protoplanetaria, desapareciendo en la región más externa de la misma debido a un acoplamiento más débil con el gas. A medida que esto sucede, las partículas tienden a alcanzar un ciclo límite elíptico en el que las fuerzas de fricción se

minimizan (ver Figura (5.4)). La evolución de una nube de partículas está representada en las Figuras (5.5, 5.6, 5.9a, 5.9b) y en las Figuras 7, 8, 9 y 10 del Apéndice B dedicado a las Figuras en color. En la Figura (5.5) y en las mencionadas del Apéndice B se ha utilizado una perturbación espiral con excentricidad relativamente elevada de valor 0,1, por lo que la aproximación de excentricidades pequeñas no es válida y se está utilizando en los cálculos la ecuación (5.12) que no implica aproximaciones. En aquellas Figuras en las que se utilizan perturbaciones espirales con excentricidad igual o inferior a 0,05 se aplica la aproximación de excentricidades pequeñas dada por la ecuación (5.14). Todas las partículas de la nube alcanzan un ciclo límite elíptico cuya excentricidad es igual a la del flujo. Los resultados obtenidos en las simulaciones muestran, además, que la perturbación espiral induce una segregación de masa de las partículas (ver Figuras (5.7), (5.8)), de modo que cuanto más masiva es la partícula más pequeña es su distancia a la estrella central. El efecto de la autogravedad, para el rango de masas de discos protoplanetarios y para los tamaños de las partículas considerados en esta Tesis, no impide la aparición de los ciclos límite mencionados, pero sí puede influir en el tamaño de los mismos. Cuanto más masiva es la nebulosa protoplanetaria más pequeño es el radio del ciclo límite. Por ejemplo, si la masa del disco es diez veces mayor el tamaño de la región de confinamiento de las partículas se reduce a la mitad.

Los resultados obtenidos por Lee y Goodman (1999) apoyan la hipótesis de existencia de perturbaciones espirales de número azimutal  $m = 1$  en discos protoplanetarios poco masivos. Estos autores utilizan excentricidades de las perturbaciones espirales relativamente elevadas, del orden de 0,1 (Goodman 2001), con lo que en el modelo cinemático del campo de velocidades utilizado en esta Tesis se aplicaría la ecuación (5.12), que no implica aproximación de excentricidades pequeñas, para describir dichas perturbaciones. Como ya se comentó anteriormente, estos autores llegaron a la conclusión de que ondas de densidad estacionarias de un único brazo pueden propagarse en discos protoplanetarios con autogravedad débil, dando lugar

a una curva de rotación dominada por una masa central. Además, estas ondas pueden jugar un papel significativo en el transporte de momento angular. Según Lee y Goodman, si las ondas espirales de densidad mencionadas dominasen el transporte de momento angular, conducirían a unas leyes de potencias para la temperatura y la densidad superficial como las utilizadas por Hayashi y su grupo (Hayashi et al. 1985) en su modelo de nebulosa solar de masa mínima (ver las ecuaciones (2.37) y (2.40) del Capítulo 2).

En cuanto a los experimentos con una nube de partículas densamente poblada con masas distribuidas de acuerdo a un espectro de masas exponencial, los resultados muestran que después de un gran número de periodos de rotación, la componente sólida de la nebulosa sigue la estructura espiral definida por la componente gaseosa (ver Figuras (5.5) y (5.6)). Este patrón espiral es debido al hecho de que cada partícula de la nube sigue una trayectoria que tiende hacia un ciclo límite elíptico. Así, el perfil espiral está delimitado por los puntos de contacto de los ciclos límite, de la misma manera que en el modelo del campo de velocidades.

A continuación se explicarán, desde un punto de vista teórico, los resultados numéricos encontrados para las perturbaciones espirales, considerando el efecto de un medio resistente perturbado por modos espirales persistentes sobre la evolución de las órbitas de las partículas de polvo inicialmente keplerianas. El efecto de un medio de tal naturaleza sobre la evolución dinámica de las órbitas de los granos de polvo se estudiará suponiendo que el medio se mueve en el mismo plano que la órbita de la partícula considerada. Esto significa que no se están teniendo en cuenta los efectos de dicho medio sobre la inclinación y la línea de nodos de la órbita. Se supone que la resistencia tiene lugar en la dirección opuesta al movimiento de la partícula sólida en el medio, y será lo suficientemente pequeña como para producir únicamente pequeñas perturbaciones sobre los elementos orbitales elípticos. Interesa estudiar, sobre todo, la variación experimentada por el semieje mayor de la órbita de la partícula, pero también hacer una estimación de las variaciones de la excentricidad.

Escogiendo un sistema de referencia inercial con origen en el centro del Sol y utilizando los símbolos de las variables con el mismo significado que en el resto de esta Tesis, la energía  $\bar{\epsilon}$  y el momento angular  $H$  por unidad de masa de la partícula son:

$$(5.35) \quad \bar{\epsilon} = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM_{\odot}}{r},$$

$$(5.36) \quad H = r^2\dot{\theta}.$$

Estas magnitudes definen la elipse osculatriz cuyo semieje mayor  $a$  y excentricidad  $\epsilon$  están relacionados con ellas a través de las ecuaciones:

$$(5.37) \quad \bar{\epsilon} = -\frac{GM_{\odot}}{2a},$$

$$(5.38) \quad H = \sqrt{GM_{\odot}a}\sqrt{1-\epsilon^2}.$$

Debido a la fuerza de arrastre por unidad de masa,  $\bar{\epsilon}$  y  $H$  cambian instantáneamente de acuerdo con las expresiones:

$$(5.39) \quad \dot{\bar{\epsilon}} = v \cdot F_d,$$

$$(5.40) \quad \dot{H}\vec{k} = r \wedge F_d,$$

donde  $F_d = u/T_s$  y  $\vec{k}$  es un vector unitario perpendicular al plano de la nebulosa solar. De este modo, sustituyendo la expresión de  $F_d$  en las ecuaciones (5.39) y (5.40), se obtiene:

$$(5.41) \quad \dot{\bar{\epsilon}} = -\frac{1}{T_s}(v^2 - r\dot{\theta}v_{\theta} - \dot{r}v_r),$$

$$(5.42) \quad \dot{H} = -\frac{1}{T_s}(r^2\dot{\theta} - rv_{\theta}),$$

donde  $v_r$  y  $v_\theta$  son las componentes de la velocidad del gas. Por otra parte la variación temporal de la energía puede expresarse también en la forma:

$$(5.43) \quad \dot{\tilde{\epsilon}} = \frac{GM_\odot}{2a^2} \dot{a} .$$

Igualando ambas expresiones de la variación temporal de la energía  $\tilde{\epsilon}$  se obtiene:

$$(5.44) \quad \frac{GM_\odot}{2a^2} \dot{a} = -\frac{1}{T_s} (v^2 - r\dot{\theta}v_\theta - \dot{r}v_r) ,$$

y despejando el ritmo instantáneo de cambio en el semieje mayor de la órbita de la partícula se llega a la expresión:

$$(5.45) \quad \dot{a} = -\frac{a}{GM_\odot} \frac{2a}{T_s} (v^2 - r\dot{\theta}v_\theta - \dot{r}v_r) .$$

Considerando, además, las ecuaciones que relacionan entre sí los elementos de la órbita de la partícula: semieje mayor, excentricidad, coordenada radial, anomalía excéntrica y módulo de la velocidad,

$$(5.46) \quad r = a(1 - \epsilon \cos E) ,$$

$$(5.47) \quad \dot{r} = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} \frac{\epsilon \sin E}{1 - \epsilon \cos E} ,$$

$$(5.48) \quad v^2 = \frac{GM_\odot}{a} \left[ \frac{1 + \epsilon \cos E}{1 - \epsilon \cos E} \right] ,$$

donde  $E$  es la anomalía excéntrica. Sustituyendo las ecuaciones (5.46), (5.47) y (5.48) en la ecuación del ritmo instantáneo de cambio del semieje mayor de la órbita de la partícula, se obtiene:

$$(5.49) \quad \dot{a} = \frac{-2a^2}{GM_\odot T_s} \left( \frac{GM_\odot}{a} \left[ \frac{1 + \epsilon \cos E}{1 - \epsilon \cos E} \right] - a\dot{\theta}v_\theta(1 - \epsilon \cos E) - \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} \frac{\epsilon v_r \sin E}{1 - \epsilon \cos E} \right) .$$

Simplificando la ecuación (5.49) se llega a la expresión:

$$(5.50) \quad \dot{a} = \frac{-2a}{T_s(1 - \epsilon \cos E)} \left( 1 + \epsilon \cos E - \sqrt{\frac{a}{GM_\odot}} (\sqrt{1 - \epsilon^2} v_\theta + \epsilon \sin E v_r) \right).$$

La ecuación (5.50) proporciona el ritmo instantáneo de cambio del semieje mayor de la órbita de la partícula y no implica aproximaciones. Para obtener algunas conclusiones acerca de la dinámica de las partículas se sustituirán las componentes de la velocidad del gas en coordenadas polares obtenidas en las secciones anteriores de este Capítulo. Los parámetros utilizados en dichas ecuaciones son únicamente del flujo de gas, pero si se considera que la partícula está acoplada con el gas, la diferencia entre los elementos orbitales instantáneos de la partícula y del gas es despreciable y se pueden sustituir las componentes de la velocidad del gas en la ecuación de la variación temporal instantánea del semieje mayor de la órbita, obteniéndose:

$$(5.51) \quad \dot{a} = -2a \frac{\left[ (1 + \epsilon \cos E) - (1 - \Psi)(1 + \epsilon \cos(\theta + \phi(r)) + \frac{\epsilon^2}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \sin E \sin(\theta + \phi(r))) \right]}{T_s(1 - \epsilon \cos E)}.$$

Para simplificar la expresión (5.51) se utilizarán las relaciones entre la coordenada azimutal, la excentricidad, la anomalía excéntrica y el ángulo de fase:

$$(5.52) \quad \cos \theta = \frac{\cos E - \epsilon}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(5.53) \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \epsilon^2} \frac{\sin E}{1 - \epsilon \cos E},$$

$$(5.54) \quad \cos(\theta + \phi(r)) = \cos \theta \cos \phi(r) - \sin \theta \sin \phi(r).$$

Con el objeto de mantener la consistencia con las hipótesis previas, se considerarán despreciables los términos en  $\epsilon^2$  en la ecuación de la variación temporal instantánea del semieje mayor de la órbita  $\dot{a}$ , obteniéndose:

$$(5.55) \quad \dot{a} = \frac{-2a}{T_s(1 - \epsilon \cos E)} \left[ 1 + \epsilon \cos E - (1 - \Psi) \left( 1 + \epsilon \frac{\cos(E + \phi(r))}{1 - \epsilon \cos E} \right) \right].$$

La ecuación (5.55) proporciona el ritmo instantáneo de cambio del semieje mayor e implica considerar dos aproximaciones plausibles. Cuando se considera el ritmo promedio de cambio sobre una revolución, y por consiguiente los cambios eventuales después de un gran número de revoluciones, se adoptará la siguiente hipótesis: se supondrá que la resistencia del medio es pequeña y que cualquier cambio en los elementos oscultrices en el transcurso de una revolución es despreciable (teoría clásica de perturbaciones). Sea el promedio temporal sobre el periodo orbital de  $\dot{a}$  calculado utilizando la hipótesis implícita de constancia de  $a$  y  $\epsilon$  en el periodo  $T$ , denotado por  $\langle \dot{a} \rangle$ :

$$(5.56) \quad \langle \dot{a} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{a} dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \dot{a} (1 - \epsilon \cos E) dE.$$

La siguiente aproximación consiste en integrar la ecuación:

$$(5.57) \quad \frac{da}{dt} = \langle \dot{a} \rangle,$$

utilizando el valor de  $\langle \dot{a} \rangle$  obtenido anteriormente para conseguir los cambios en  $a$  en régimen estacionario. El promediado temporal de la ecuación de  $\dot{a}$  contiene las integrales:

$$(5.58) \quad \int_0^\pi \Psi dE = \Psi \pi,$$

$$(5.59) \quad \int_0^\pi \epsilon \cos E dE = \epsilon (\sin \pi - \sin 0) = 0$$

$$(5.60) \quad \int_0^\pi \epsilon (1 - \Psi) \frac{\cos(E + \phi(r))}{1 - \epsilon \cos E} dE = \\ = \epsilon (1 - \Psi) \left[ \cos \phi(r) \int_0^\pi \frac{\cos E}{1 - \epsilon \cos E} dE - \sin \phi(r) \int_0^\pi \frac{\sin E}{1 - \epsilon \cos E} dE \right].$$

Esta última integral contiene las integrales:

$$(5.61) \quad \int_0^\pi \frac{\cos E}{1 - \epsilon \cos E} dE = \int_0^\pi \frac{1}{-\epsilon + \sec E} dE =$$

$$= -\frac{E}{\epsilon} + \frac{2}{\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}} \text{tag}^{-1} \sqrt{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}} \text{tag} \frac{E}{2} \Big|_0^\pi \approx -\frac{\pi}{\epsilon} + \frac{\pi}{\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}} \approx 0 ,$$

$$(5.62) \quad \int_0^\pi \frac{\text{sen} E}{1-\epsilon \cos E} dE = \frac{1}{\epsilon} \ln(1-\epsilon \cos E) \Big|_0^\pi = \frac{1}{\epsilon} \ln \left[ \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \right] .$$

Sustituyendo los valores de estas integrales en el promediado temporal de  $\dot{a}$  se obtiene la ecuación:

$$(5.63) \quad \frac{da}{dt} = \langle \dot{a} \rangle = -\frac{2a}{T_s} \left[ \Psi + \frac{1}{\pi} (1-\Psi) \text{sen} \phi(r) \ln \left[ \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \right] \right] .$$

Teniendo en cuenta el desarrollo de Taylor de la función  $\ln [(1+\epsilon)/(1-\epsilon)]$  para pequeños valores de  $\epsilon$ :

$$(5.64) \quad \ln \left[ \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \right] = 2\epsilon + \frac{2}{3}\epsilon^3 + \dots ,$$

por lo que la sustitución de la función por el desarrollo a primer orden en la expresión del promediado temporal de  $\dot{a}$  (5.63), proporciona la ecuación:

$$(5.65) \quad \frac{da}{dt} = \langle \dot{a} \rangle = -\frac{2a}{T_s} \left[ \Psi + \frac{2\epsilon}{\pi} (1-\Psi) \text{sen} \phi(r) \right] .$$

La ecuación (5.65) predice diferentes comportamientos dinámicos dependiendo del valor de la perturbación  $\phi(r)$ . La primera consideración a hacer es la diferencia en los resultados según el signo de la perturbación espiral  $\phi(r)$ , esto es, ondas L (*leading*) o T (*trailing*) producen una evolución dinámica ligeramente diferente. La expresión (5.65) para  $\langle \dot{a} \rangle$  reproduce todos los casos posibles. Si la excentricidad y el gradiente de presiones son nulos, no hay deriva radial. Cuando la excentricidad de la perturbación espiral es cero, se obtiene la deriva radial estándar hacia dentro. Si el gradiente de presión es cero pero no lo es la perturbación espiral, se obtiene alternativamente deriva radial hacia dentro o hacia fuera. En principio, las perturbaciones espirales tienden a acelerar la deriva radial hacia el Sol, siendo más fuerte dicha deriva para espirales L (*leading*) que para espirales T (*trailing*). Sin embargo, el



efecto neto es que la partícula no cae hacia el Sol, debido a que el tiempo de frenado,  $T_s$ , es más pequeño cerca del repulsor y la partícula se ha movido hacia el Sol hasta que el parámetro de fricción empieza a disminuir y la partícula es capaz de pegarse a una línea de corriente elíptica y desplazarse después de una línea de corriente a otra trazando el perfil espiral.

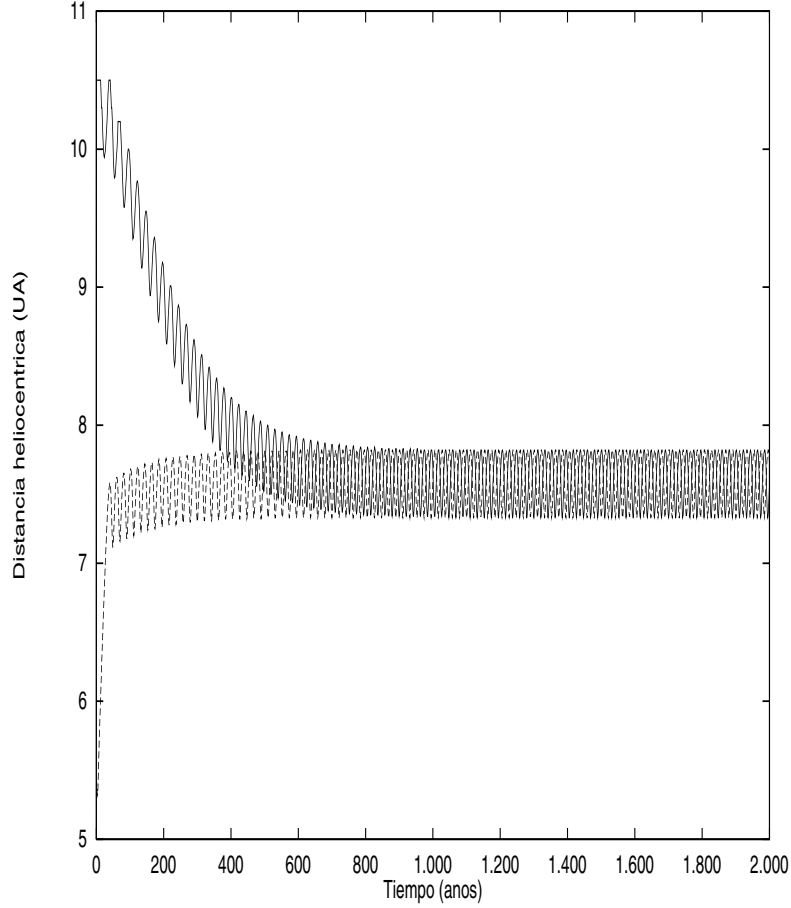


Figura 5.4: Variación de la distancia heliocéntrica en función del tiempo para una partícula en una nebulosa perturbada por un brazo espiral L (*leading*). Las dos curvas corresponden a dos posiciones iniciales diferentes para la partícula. Ambas trayectorias conducen a un ciclo límite. La partícula tiene un tamaño de 40 cm y la excentricidad del flujo es  $\epsilon = 0,02$ . El resultado es reproducido por la expresión (5.65).

De este modo, el proceso de pegado de las partículas a las líneas de corriente

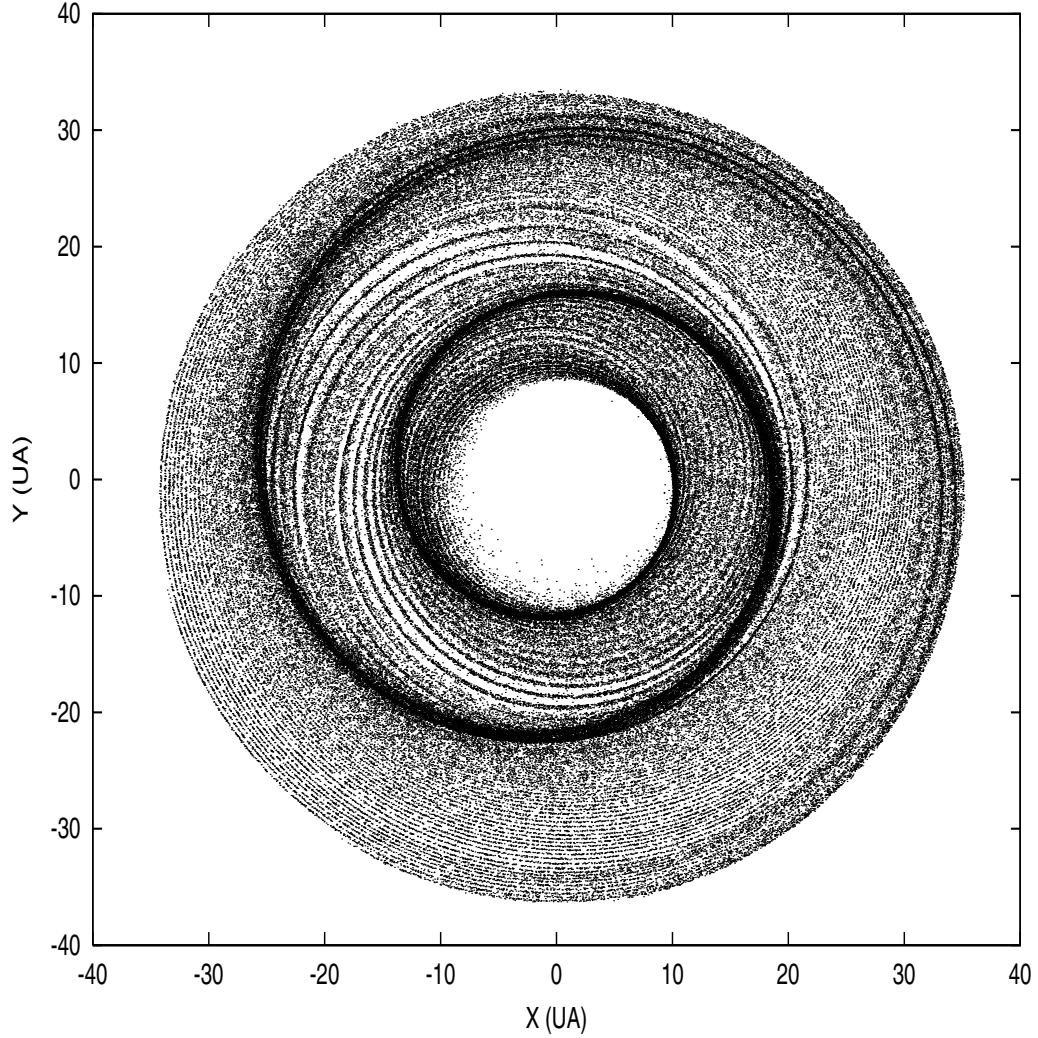


Figura 5.5: Evolución de un disco de 250.000 partículas sometido a una perturbación espiral T (*trailing*) con una excentricidad  $\epsilon = 0,1$ . Las partículas son de tamaño métrico con un espectro exponencial. Se ha utilizado la ecuación (5.12) que no implica ninguna aproximación para excentricidades pequeñas. Como puede apreciarse al cabo de 1.250 años las partículas se pegan a las líneas de corriente de la perturbación espiral trazando un patrón espiral de un único brazo.

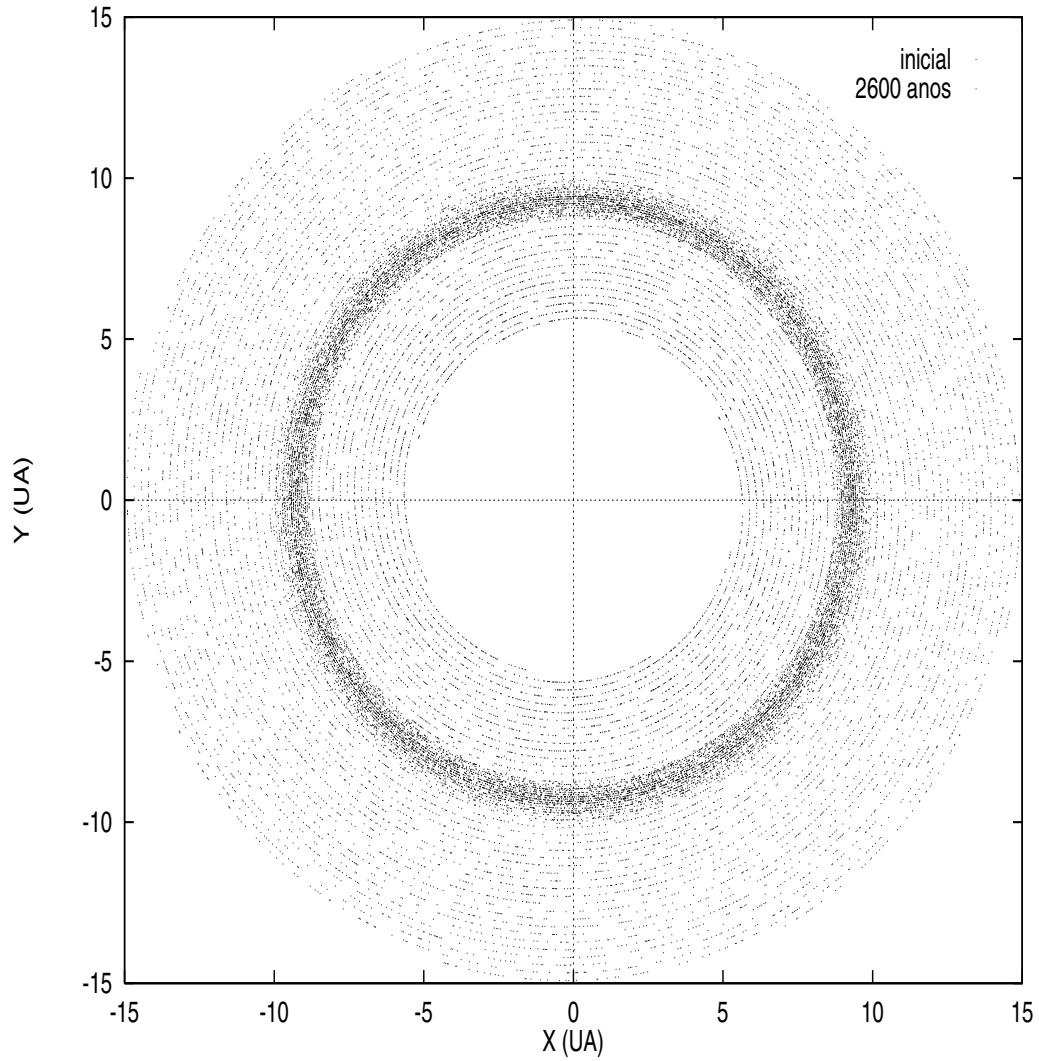


Figura 5.6: Evolución de un disco de 16.000 partículas sometido a una perturbación espiral T (*trailing*) con una excentricidad  $\epsilon = 0,005$ . Las partículas tienen un rango de tamaños comprendido entre 5 y 50 cm con un espectro exponencial. Como puede apreciarse al cabo de 2.600 años las partículas se organizan en un estrecho anillo siguiendo ciclos límite.

de la perturbación espiral opera en la mayor parte de la Nebulosa, pero su efecto se debilita a medida que se avanza hacia regiones externas (el acoplamiento con el gas se debilita). Cuando ésto sucede, la trayectoria de las partículas tiende hacia un ciclo límite elíptico donde las fuerzas de fricción se minimizan (ver Figura (5.4)). La evolución de una nube de partículas está representada en las Figuras (5.7) y (5.8). Todas las partículas de la nube alcanzan un ciclo límite cuya excentricidad es la misma que la del flujo de gas. Las simulaciones muestran también, que la perturbación espiral induce una segregación de masa de las partículas (ver Figura (5.7)) con las partículas más masivas más proximas a la estrella, que será estudiada en la siguiente sección (para una visualización más clara de la segregación de masa producida por las perturbaciones espirales ver las Figuras en color 7, 8, 9 y 10 del Apéndice B de esta Tesis, donde cada tamaño de las partículas tiene asociado un código de color).

#### **5.2.4 Segregación de masa**

Un fenómeno de gran importancia a la hora de explicar anomalías en la composición química en ciertos meteoritos o variaciones radiales de la densidad en los mismos es la posible existencia de segregación de masa en el subdisco de material sólido. El mecanismo de las ondas espirales permite explicar de forma natural la existencia de segregación de masa. La Figura (5.7) muestra la evolución de una nube de partículas con una distribución de masas discreta restringida a sólo tres valores. Las masas utilizadas son 100, 1.000 y 9.000 kg. La nube está sometida a la acción de la fuerza de arrastre debida a una perturbación espiral de un único brazo. La simulación fue realizada con 5.000 partículas y una excentricidad del flujo de 0,03. Transcurridos unos 5.000 años, la nube alcanza una configuración en la que pueden distinguirse claramente tres ciclos límite. Ha tenido lugar un proceso de segregación de masa durante el cual las partículas más masivas se han desplazado a regiones más cercanas a la estrella. En cualquier caso debe señalarse que ésto solamente ocurre para partículas

que alcanzan el ciclo límite bajo el régimen de Epstein; la situación opuesta se observa para partículas de varios metros, es decir, las partículas más masivas se sitúan más alejadas de la estrella central. De esta forma sería posible inducir variaciones notables en la densidad de material sólido del disco, ya que si inicialmente su distribución de masas es exponencial, la mayor parte de la masa del disco quedaría confinada en las regiones más externas, lo que justificaría la preponderancia de los planetas gigantes. En cualquier caso, cuando se habla de regiones internas deben sobreentenderse distancias heliocéntricas inferiores a 4 UA. Para excentricidades moderadas (0,03–0,07) y con el rango de tamaños empleado, las distancias de confinamiento se encuentran en el rango 4–15 UA. Para obtener valores de 30 UA se necesitan excentricidades mayores ( $\sim 0,1$ ). Es aquí donde surge la principal cuestión con respecto a la densidad, ¿es razonable suponer un valor *congelado*, es decir constante, para la excentricidad?. La respuesta no parece fácil y debe estar relacionada, más que con la propia onda, con el mecanismo que la excita. Si el mecanismo de excitación es estable, por ejemplo la influencia de un cuerpo externo que tenga un periodo fijo con respecto a la estrella central, podría considerarse que la excentricidad del patrón espiral inducido es constante, ya que los desplazamientos angulares se producen a intervalos regulares. Por otra parte si el mecanismo excitador de la onda espiral es más bien de carácter aleatorio, tal como series de encuentros gravitacionales con otras estrellas en el interior de un cúmulo estelar joven, es más difícil justificar la elección de un valor constante de la excentricidad para la perturbación espiral. En cualquier caso, parece razonable suponer que un mecanismo de carácter periódico puede ser más realista, desde un punto de vista general y si estamos hablando de una evolución sostenida.

### 5.2.5 Respuesta del disco ante la perturbación espiral

En esta Sección se trata de responder a la pregunta sobre el aspecto que tendría un disco protoplanetario en el que se propagase una onda espiral. En primer lugar, se espera que no sea el mismo que para el caso de una galaxia, ya que las estrellas

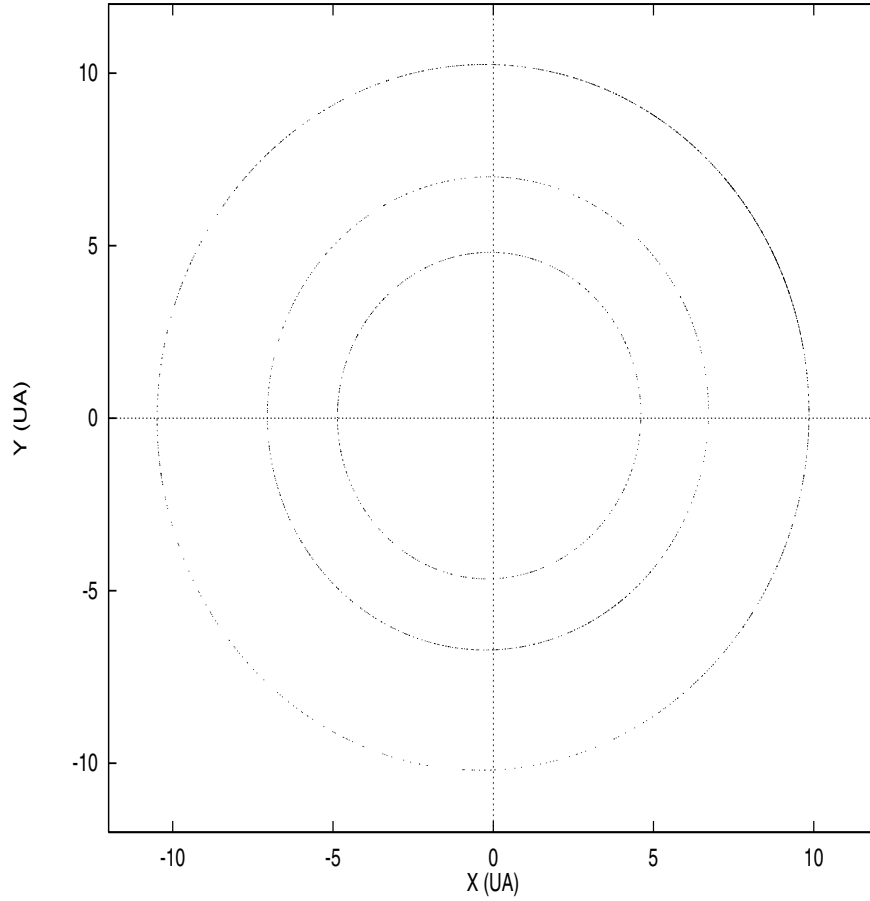


Figura 5.7: Estado final de la evolución de un enjambre de partículas con una distribución de masas discreta. En este caso solo existen tres grupos de masa (100, 1.000 y 9.000 kg). Las partículas se hallan sometidas a la acción de un flujo gaseoso con un único brazo espiral L (*leading*). La simulación contiene 5.000 partículas con una excentricidad del flujo igual a 0,03. Tras unos 5.000 años, la nube de partículas se ha redistribuido alcanzándose tres ciclos límite netamente diferenciados. La perturbación espiral induce segregación de masa en el disco; las partículas más masivas se encuentran en las regiones más externas del disco.

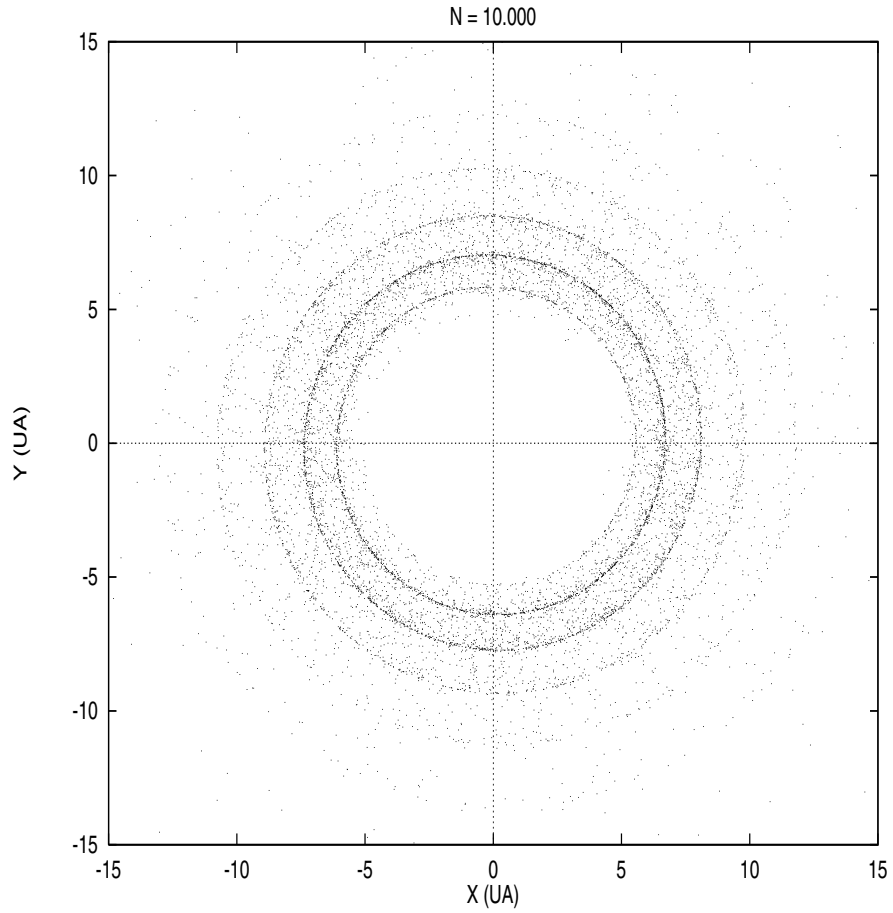


Figura 5.8: Ejemplo de un disco de partículas sometidas a la acción de un flujo de gas dominado por un brazo espiral. La simulación incluye 10.000 partículas con un espectro de masas exponencial (ver Capítulo 2) y una excentricidad del flujo igual a 0,03. Transcurridos 8.721 años, aparece una estructura espiral en la componente sólida de la nebulosa solar. Esta estructura corresponde a un conjunto de ciclos límite elípticos concéntricos.

no están acopladas con el gas que compone el disco de las galaxias espirales. Sin embargo, ha quedado establecido en las secciones anteriores que la presencia de un brazo espiral induce segregación de masa, lo que provoca un completo reprocesado dinámico del material del disco. De esta forma, se espera que el aspecto de uno de estos discos no sea similar al de una galaxia. En particular, si la mayoría de la masa permanece en la región interna afectada por la perturbación espiral, es razonable suponer que la luminosidad tenga un valor mayor en esas regiones. Este hecho ha sido comprobado observacionalmente, aunque no ha podido aún constatararse de forma directa la existencia de ondas espirales en discos protoplanetarios.

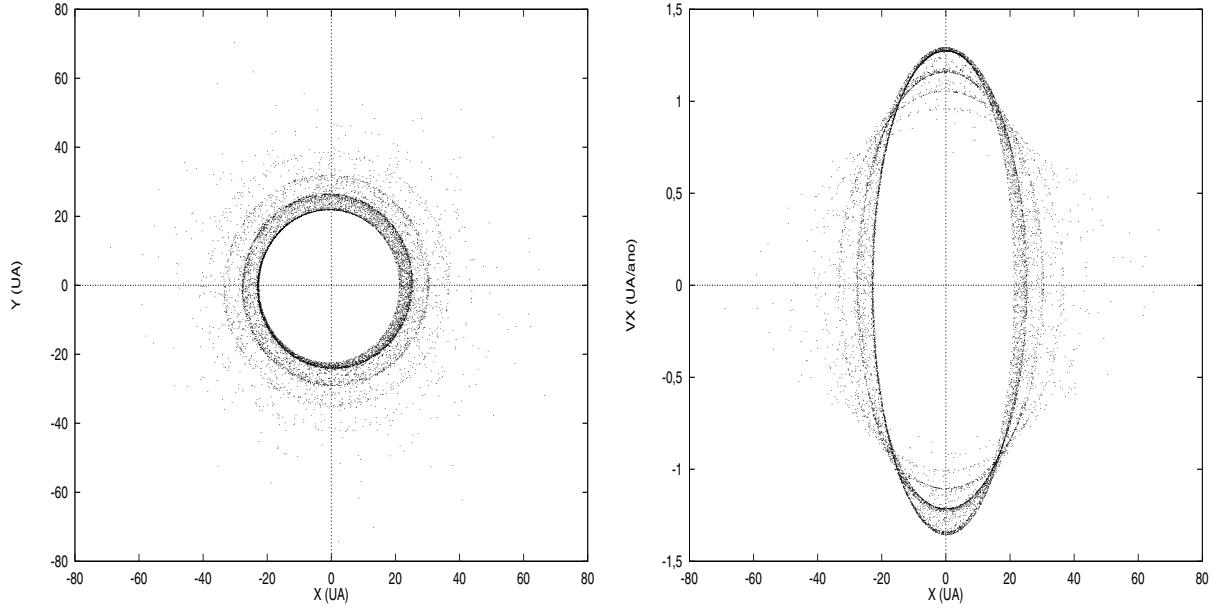


Figura 5.9: a) (*Figura izquierda*) Configuración tras 40.000 años de evolución dinámica de un disco sometido a una perturbación espiral L (*leading*) con excentricidad 0,03. El disco contiene 10.000 partículas. Para la perturbación espiral se ha utilizado la aproximación de excentricidades pequeñas dada por la ecuación (5.14). b) (*Figura derecha*) Mapa de fases del mismo disco. Los puntos aislados dan muestras evidentes de la existencia de trayectorias caóticas.



Los experimentos con una nube de partículas distribuidas de acuerdo a un espectro de masas exponencial y sometidas a perturbaciones espirales con  $m = 1$  muestran que después de un cierto número de periodos de rotación, la componente sólida de la Nebulosa marca la estructura espiral de la componente gaseosa, Figura (5.8). La escala de tiempo en la que se alcanza el equilibrio depende del tamaño de las partículas considerado. En la Figura (5.8) es evidente el incremento acusado de la densidad de partículas en los frentes de onda. Las órbitas reales de las partículas son cuasielipses. Este patrón espiral es debido a que cada partícula de la nube tiene una trayectoria que tiende hacia un ciclo límite elíptico. De este modo el perfil espiral observado proviene, simplemente, del contacto de los ciclos límite, de la misma manera que en el modelo del campo de velocidades.

En la Figura (5.8) se muestra el resultado producido por una perturbación espiral de un único brazo en una nube de 10.000 partículas sólidas. La simulación fue concebida con un espectro de masas exponencial para las partículas y una excentricidad del flujo igual a 0,03. Después de 8.721 años aparece una estructura espiral en la componente sólida de la nebulosa. Esta estructura corresponde a un conjunto de ciclos límite elípticos concéntricos.

En la Figura (5.9b) se muestran las superficies de sección para una simulación con 10.000 partículas bajo la acción de un brazo espiral. Las regiones más oscuras están asociadas a trayectorias cuasiperiódicas, los ciclos límite; las zonas que muestran puntos inconexos están asociadas a trayectorias caóticas.

### 5.3 Espiral con $m = 2$

Junto a la perturbación espiral con  $m = 1$ , el modo espiral con  $m = 2$  parece ser el que con más posibilidades sería capaz de sobrevivir durante una escala de tiempo considerable y alcanzar una extensión lo suficientemente importante como para considerar seriamente la posibilidad de que tuviese algún papel en la dinámica de las partículas. Una perturbación espiral con  $m = 2$  puede ser importante en los discos

protoplanetarios (Adams et al. 1989), sin embargo, comparado con el caso de  $m = 1$ , la región del disco afectada es menor debido a que una perturbación estática de esta naturaleza sólo es válida en un dominio finito del disco. El campo de velocidades correspondiente posee una descripción simple si se considera que el flujo tiene siempre un comportamiento cuasikepleriano. Ahora la posición del Sol se encuentra en el centro de simetría de las elipses keplerianas. Esto es, se tienen elipses keplerianas concéntricas cuyas fases respectivas están desplazadas entre sí. El desplazamiento en fase es calculado de la misma manera que en el caso de un único brazo espiral, teniendo en cuenta los puntos en los cuales las dos elipses concéntricas son tangentes entre sí. Hay dos condiciones: una para la tangencia entre las propias elipses y la otra para imponer que los vectores velocidad en el punto de contacto de las dos elipses sean paralelos entre sí. Con estas hipótesis puede escribirse:

$$(5.66) \quad \phi(r) \approx \frac{-\text{Log}(r/r_0)}{4\epsilon^2}.$$

En un sistema de referencia centrado en el Sol, el campo de velocidades para el caso de la perturbación espiral de  $m = 2$  viene descrito por las expresiones:

$$(5.67) \quad V_X^g = \frac{-r\Omega \sin(E - \phi(r))}{1 - \epsilon \cos(E - \phi(r))},$$

$$(5.68) \quad V_Y^g = \frac{r\sqrt{1 - \epsilon^2}\Omega \cos(E - \phi(r))}{1 - \epsilon \cos(E - \phi(r))},$$

donde  $E$  es la anomalía excéntrica. Si el patrón de velocidad angular de la perturbación espiral es cero, la fase para el caso de dos brazos espirales es  $2\theta - \Phi(r)$ . El ángulo que mide el grado de inclinación  $\psi$  de la espiral con respecto a un círculo  $r = \text{constante}$  (*pitch-angle*) en el punto  $(r, \theta)$  está dado por:

$$(5.69) \quad \tan \psi = \frac{1}{r} \frac{1}{d\theta/dr}.$$

Para  $m = 1$ , el ángulo de inclinación es  $\epsilon$ ; sin embargo, para  $m = 2$  se obtiene un valor aproximado de  $4\epsilon^2$ , mediante la relación entre la anomalía verdadera y la

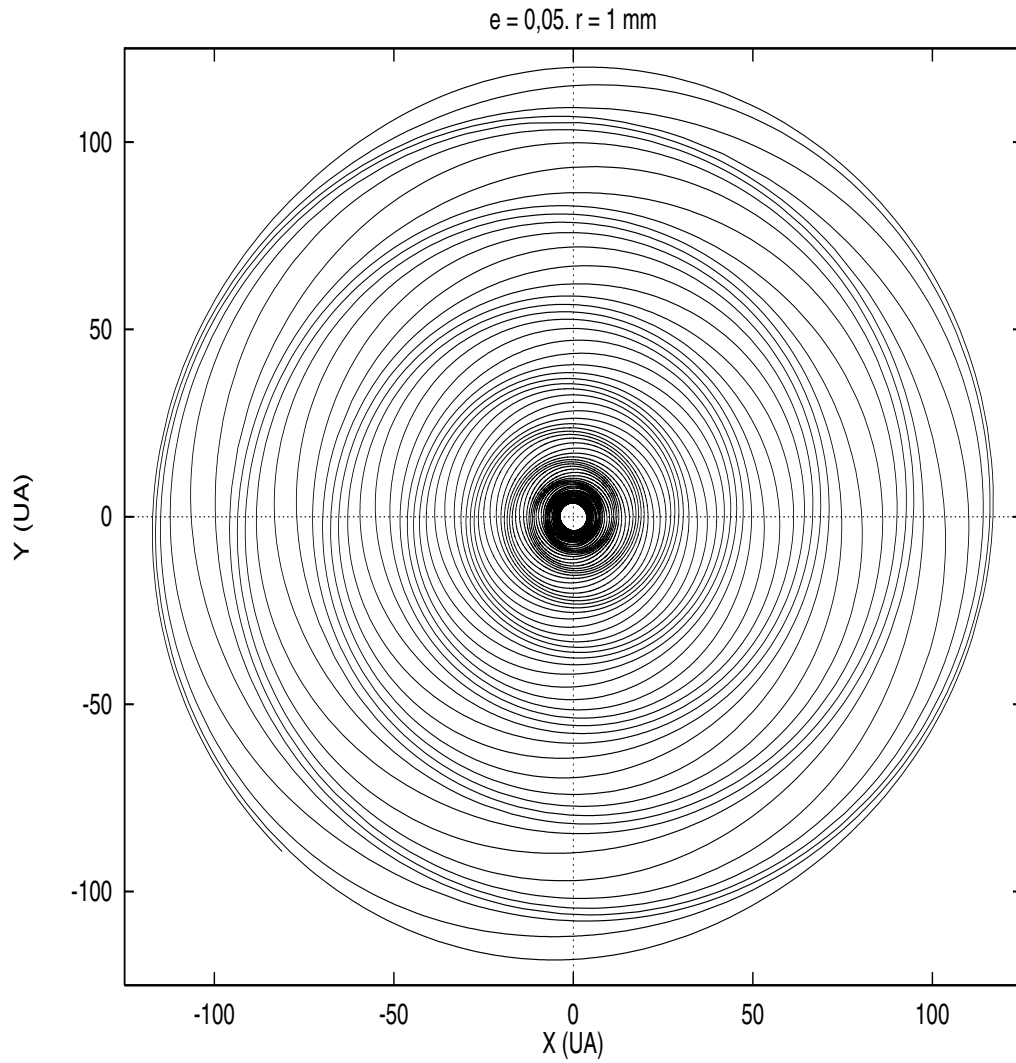


Figura 5.10: Trayectoria de una partícula de tamaño milimétrico en el caso de una perturbación espiral de dos brazos. La excentricidad del flujo es de 0,05. La partícula no permanece pegada a una línea de corriente elíptica individual y puede saltar gradualmente de una línea de corriente a otra adyacente. No se ha tenido en cuenta el gradiente de presión radial.

anomalía excéntrica:

$$(5.70) \quad E = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}} \tan(\theta/2) \right)$$

y la ecuación para  $\phi(r)$ . Entonces, se tiene un arrollamiento de la espiral menos apretado para una excentricidad del flujo dada, esto es, la perturbación es más pequeña. Un ejemplo de trayectoria para este campo de velocidades aparece en la Figura (5.10). En estos cálculos no se ha considerado la existencia de un gradiente de presiones. La partícula no está estrictamente pegada a las líneas de corriente y puede saltar gradualmente de una línea de corriente elíptica a otra adyacente.

Como en el caso de galaxias, una posible causa para la estructura espiral  $m = 2$ , es un encuentro con otro cuerpo (una estrella en este caso). La producción de brazos espirales mediante *interacciones de marea* con otras estrellas dentro de un cúmulo estelar puede jugar un papel importante. Los brazos espirales se consideran como máximos espaciales de una onda de densidad estática. Las partículas son comprimidas en la cresta de una onda curvada en forma espiral, y raramente en la vecindad de los valles de las ondas. Para este caso no se observa el mismo comportamiento que para el caso de perturbaciones espirales con  $m = 1$ . En las simulaciones no aparecen ciclos límite; las partículas no muestran una tendencia clara en lo que se refiere a su comportamiento dinámico. En los cálculos se observa que las perturbaciones espirales con  $m = 2$ , sobre un modelo de disco con 7.000 partículas, no generan configuraciones estables como ocurría en el caso de  $m = 1$ , además la evolución del disco es más lenta. Desafortunadamente, la inclusión de un gradiente de presiones no conduce a ciclo límite alguno. Aunque la dinámica de la partícula es alterada con respecto al caso de una nebulosa axialmente simétrica, las consecuencias no permiten considerar este mecanismo como una alternativa a la perturbación con un único brazo espiral.

## 5.4 Discusión y conclusiones

Las perturbaciones espirales en los discos protoplanetarios contribuyen al confinamiento de las partículas de la Nebulosa impidiendo su caída hacia el Sol y facilitando así su crecimiento hasta el tamaño métrico. El mecanismo que interviene es debido a que la partícula experimenta una lenta caída hacia el Sol hasta que el parámetro de fricción disminuye y la partícula se pega a una línea de corriente elíptica de la perturbación espiral, de manera que las partículas se desplazan de una línea de corriente a otra marcando un perfil espiral. Se ha analizado la viabilidad de las ondas espirales de uno y dos brazos como mecanismos capaces de facilitar la transición desde cuerpos de tamaño centimétrico a métrico hasta cuerpos kilométricos o planetesimales estudiando la dinámica de las partículas de polvo bajo los efectos de una onda espiral propagándose en el disco nebular.

Para una perturbación espiral, con un único brazo, en la nebulosa protoplanetaria que tenga un valor de la excentricidad suficientemente grande (en el rango 0,005 - 0,05), se encuentra una nueva situación dinámica. La mayor parte de las partículas de tamaño métrico alcanzan una órbita elíptica, ciclo límite, cuyo valor de la excentricidad coincide con el del flujo de gas. El semieje mayor de esta órbita depende del valor del parámetro de fricción (en particular del tamaño de las partículas) y del sentido de recorrido de la espiral (L (*leading*) o T (*trailing*)). Esta naturaleza da lugar a una segregación de masa de las partículas dentro del disco. Las partículas pesadas quedan confinadas a regiones más internas al Sol que las ligeras. Las ondas espirales de un sólo brazo con excentricidades de valor inferior a  $10^{-3}$  no pueden equilibrar el movimiento espiral hacia el Sol de las partículas.

El resultado fundamental es la existencia de regiones de confinamiento en la nebulosa protoplanetaria en las que las partículas tienden a reunirse. Este comportamiento puede ser explicado de forma cualitativa mediante un proceso alternado de frenado y aceleración de las partículas. En realidad, en el apocentro de una línea de corriente las partículas se mueven más rápido que el gas y tienden a caer lentamente

hacia el Sol (deriva radial hacia dentro); por otra parte, en el pericentro de una línea de corriente, las partículas se mueven más lentamente que el gas y tienden a pegarse a las líneas de corriente elípticas desplazándose de unas a otras y trazando así el perfil de la onda espiral. Como resultado de estos dos procesos, las partículas quedan confinadas en un anillo. El radio medio del anillo depende de la excentricidad del flujo y del parámetro de arrastre por fricción (es decir, del tamaño de la partícula y del parámetro de perturbación).

En otras palabras, se ha encontrado un ciclo límite estable, como era de esperar en el caso de una ecuación no lineal con un término de fricción no lineal. En estas regiones, la vida media de las partículas y la densidad superficial de la capa de polvo tienen un valor muy superior al que correspondería a una nebulosa axialmente simétrica. De esta manera el proceso de crecimiento colisional es mucho más efectivo y la eventualidad de una inestabilidad gravitacional es mucho más probable. Por tanto, este mecanismo de confinamiento mediante ondas espirales de número azimutal  $m = 1$  evita que los cuerpos de tamaño métrico o submétrico caigan al Sol y facilita el crecimiento posterior de las partículas.

Otro resultado importante es la segregación de masa de las partículas producida por la perturbación espiral y que provoca que las partículas más masivas se sitúen más cerca de la estrella. Esta segregación de masa podría explicar las anomalías encontradas en la composición química de ciertos meteoritos o las variaciones radiales de la densidad en los mismos. Las partículas más masivas que se pegan a las líneas de corriente elípticas de la perturbación espiral bajo el régimen de Epstein se desplazan a regiones más cercanas a la estrella central, mientras que aquellas partículas masivas pegadas a las líneas de corriente bajo el régimen de Stokes experimentan el efecto contrario y se sitúan en regiones más alejadas de la estrella central (en las Figuras en color 7, 8, 9 y 10 del Apéndice B esto se ve claramente, ya que cada tamaño de las partículas tiene asociado un código de color). Es posible, por tanto, inducir variaciones en la densidad de material sólido del disco, ya que si inicialmente su

distribución de masas es exponencial, la mayor parte de la masa del disco quedaría confinada en las regiones más externas, lo que explicaría la preponderancia de los planetas gigantes. Cuando se habla de regiones internas se sobreentienden distancias heliocéntricas inferiores a 4 UA. Para excentricidades en el rango 0,005–0,05 y con el rango de tamaños utilizado, las distancias a las que las partículas se pegan a las líneas de corriente de la perturbación espiral se encuentran en el rango 4–15 UA. Esta distancia crece con la excentricidad de la perturbación. Para obtener valores de 30 UA se necesitan excentricidades mayores ( $\approx 0,1$ ).

En este Capítulo se han obtenido también algunas claves sobre el aspecto que presentaría un disco protoplanetario en el que se estuviese propagando una onda espiral. Desde el punto de vista observacional, y a pesar de que no se ha realizado aún ninguna observación directa de ondas espirales en discos protoplanetarios (aunque si se han observado en discos de acreción de ciertas estrellas), se ha constatado la presencia de una mayor luminosidad en las regiones internas de los discos protoplanetarios. Esto podría explicarse si la mayor parte de la masa permaneciese en la región interna del disco afectada por la perturbación espiral que, como se ha visto anteriormente, provoca que las partículas se peguen a las líneas de corriente de dicha perturbación. Los experimentos numéricos con una nube de partículas distribuidas según un espectro de masas exponencial y sometidas a perturbaciones espirales con número azimutal  $m = 1$ , evidencian que transcurridos un cierto número de periodos de rotación, la componente sólida de la nebulosa protoplanetaria determina la estructura espiral de la componente gaseosa. La escala temporal en la que se alcanza el equilibrio depende del tamaño de las partículas considerado. En las figuras de las secciones anteriores de este Capítulo se observa un incremento notable de la densidad de partículas en los frentes de onda. Las órbitas de las partículas son cuasielipses y el patrón espiral se debe a que cada partícula de la nube describe una trayectoria que tiende hacia un ciclo límite elíptico. Puede concluirse, por tanto, que el perfil espiral se debe al contacto de los ciclos límite alcanzados por diferentes partículas,

del mismo modo que en el campo de velocidades.

Hay que tener en cuenta que es posible la coexistencia de las estructuras vorticales estudiadas en el Capítulo 4 y de las perturbaciones espirales analizadas en este Capítulo, ya que ambas son consecuencia de considerar una nebulosa protoplanetaria sin simetría axial. La cooperatividad de ambos mecanismos en el proceso de confinamiento podría contribuir a acelerar el crecimiento de las partículas produciendo cuerpos de tamaño kilométrico (planetesimales) en una escala temporal aún más corta.



## Capítulo 6

# Crecimiento de las partículas

### 6.1 Introducción

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta en los cálculos un fenómeno de innegable importancia para el estudio de la dinámica de las partículas: su crecimiento debido a procesos de aglomeración. Es este Capítulo se empleará un modelo simplificado para simular los procesos de acreción de masa con el fin de analizar sus efectos, tanto cualitativos como cuantitativos, sobre el movimiento de las partículas. Se estudiarán los procesos de agregación de las partículas, centrándose la atención en el coeficiente que caracteriza la eficacia con la que las partículas se pegan unas a otras. Este parámetro resulta muy útil en los modelos cuando se quiere cambiar la eficacia de la acreción mutua entre partículas. Se estudiará también la variación del radio de las partículas en función del tiempo y de la distancia heliocéntrica. Así mismo se determinará el tiempo de caída hacia el Sol cuando las partículas están sometidas a un proceso de crecimiento, es decir, la vida media de las partículas durante el proceso de crecimiento mientras éstas se desplazan en sus órbitas en torno al protosol. En este Capítulo se comparan explícitamente ambas escalas temporales: la de caída por fricción al Sol y la de crecimiento de las partículas. Como se concluirá después, las partículas pueden evitar ser absorbidas por el Sol si son capaces de crecer a un ritmo

suficiente como para superar la región de transición donde su caída hacia el Sol sería rápida ( $< 10^3$  años).

Las consideraciones teóricas y sus predicciones para el desarrollo de los cuerpos sólidos en el Sistema Solar primitivo, dependen fuertemente de un conjunto de hipótesis interrelacionadas cuya validez sólo puede ser comprobada experimentalmente. Entre los procesos que exigen una determinación empírica, se encuentra el estudio de la naturaleza de las colisiones a baja velocidad tanto entre granos de polvo individuales como entre agregados de partículas. Este tipo de experimentos resultan extraordinariamente difíciles de realizar utilizando procedimientos clásicos y es aquí donde las herramientas numéricas son, en la mayoría de las ocasiones, las únicas disponibles; incluyendo experimentos de simulación de larga duración sobre la agregación de polvo (para deducir las eficiencias de los procesos de adhesión y fragmentación, así como las estructuras morfológicas de los agregados de polvo en crecimiento) y los procesos de impacto de velocidad intermedia y de velocidad lo suficientemente elevada como para producir fragmentación de los cuerpos considerados (para estudiar la eficiencia del proceso de acreción planetaria), que parecen ser de importancia crucial para determinar la aplicabilidad de los modelos.

Como se desprende de los capítulos anteriores, se cree que la formación del Sistema Solar tuvo lugar en dos etapas:

1. La agregación o coagulación de granos de polvo diminutos mediante la cual se formaron los planetesimales (objetos de tamaño kilométrico).
2. La acreción subsiguiente de estos planetesimales para formar núcleos planetarios o planetas.

Esta subdivisión está motivada por los siguientes hechos:

1. Los cuerpos de tamaño inferior al kilométrico están acoplados al gas nebular, mientras que los cuerpos de mayor tamaño se desacoplan perfectamente del movimiento del gas. Esto significa que el movimiento de los objetos preplanete-

simales está (junto a la interacción gravitatoria) determinado por el movimiento del gas en el disco de acreción presolar. Por el contrario, el movimiento de los planetesimales y cuerpos de mayor tamaño puede considerarse independiente de las condiciones del gas en la nebulosa solar, es decir, estos objetos se mueven en órbitas keplerianas alrededor del protosol.

2. La atracción gravitatoria entre los objetos de tamaño pequeño (preplanetesimales) es despreciable comparada con las fuerzas interparticulares, bien sean atractivas (fuerza de atracción de Van der Waals entre partículas neutras) o repulsivas (fuerza electrostática debida a la presencia de partículas cargadas). Esto significa que estos cuerpos no se estabilizan mediante su autogravedad, sino por la intervención de otros procesos, como la actuación de las fuerzas de superficie y los enlaces químicos. Para objetos cuyo tamaño es superior al kilométrico, la autogravedad es, sin embargo, un parámetro importante. Esto es cierto para las propiedades estáticas, como la preponderancia de la atracción gravitacional frente a las fuerzas interparticulares no gravitacionales y también para las propiedades dinámicas, como la mayor importancia de las velocidades de escape frente a las velocidades relativas entre diferentes objetos.

La consideración de las condiciones físico-químicas en la nebulosa solar, necesita de los datos de los experimentos de laboratorio para comprender las interacciones entre cuerpos preplanetesimales y preplanetarios en el Sistema Solar primitivo y poder deducir expresiones analíticas que reproduzcan los procesos de acrecimiento. En esta Sección se considerará únicamente la acreción de objetos preplanetesimales. El principal problema a resolver en el estudio del crecimiento de las partículas es el conocimiento de los mecanismos físicos mediante los cuales se adhieren las partículas entre sí. Los experimentos de laboratorio demuestran que bajo un amplio rango de condiciones, las partículas de tamaño muy pequeño (micrométrico) se pegan literalmente unas a otras formando agregados de mayor tamaño. En este rango de tamaños el mecanismo de agregación de partículas dominante es la actuación de las fuerzas

de Van der Waals. Estas fuerzas son relativamente insensibles a la composición de las partículas y aunque son fuerzas atractivas débiles, operan de forma eficiente entre átomos neutros y moléculas. Weidenschilling (1980) llegó a la conclusión de que las fuerzas de Van der Waals por sí solas podían producir agregados de tamaño centimétrico en una nebulosa protoplanetaria laminar, en la que las velocidades relativas son debidas al movimiento térmico y a la deposición diferencial. Esta conclusión es válida para una nebulosa solar con turbulencia moderada ( $\alpha \lesssim 10^{-2}$ ); las partículas en este rango de tamaños están fuertemente acopladas al gas, de manera que sus movimientos turbulentos son correlativos y tienen poca influencia sobre sus velocidades relativas. En este rango de tamaños, las fuerzas electrostáticas pueden jugar también un papel importante en el proceso de coagulación. El crecimiento de cuerpos de un tamaño superior al micrométrico plantea un problema de difícil solución. El incremento de las velocidades relativas con el tamaño y las diferencias en tamaño, dan lugar a muchas otras posibilidades con efectos contrarios al crecimiento por adhesión: procesos de rebote entre partículas, erosión con pérdida neta de masa, e incluso disrupción de los cuerpos en colisión. Hay pocos datos experimentales relevantes sobre el comportamiento en procesos de colisión de agregados débilmente cohesionados. Weidenschilling (1988c) diseñó experimentos con partículas de polvo de piedra pómez no consolidada, haciéndolas colisionar con blancos constituidos por otras partículas de polvo y llegó a la conclusión de que se produciría pérdida de masa neta para velocidades de impacto con valor  $> 10^3 \text{ cm s}^{-1}$  ( $> 10 \text{ m s}^{-1}$ ). Pinter y sus colaboradores (1989) y Blum y su grupo (Blum 1989; Blum et al. 1989) diseñaron experimentos para colisiones de agregados plumosos subcentimétricos con velocidades relativas superiores a unos pocos metros por segundo. Estos autores encontraron que el proceso de coagulación tiene lugar con unas probabilidades de adhesión de partículas superiores al 10% y que el proceso de fragmentación ocurre con velocidades relativas  $\gtrsim 600 \text{ cm s}^{-1}$  ( $\gtrsim 6 \text{ m s}^{-1}$ ) implicando unas presiones de impacto del orden de  $10^5 \text{ erg cm}^{-3}$  ( $10^4 \text{ Julios m}^{-3}$ ). Los agregados que se forman, son esferas cristalinas ligadas

por una capa de hidrocarburos; el grado de similaridad de estos constituyentes con el material nebular actual es incierto. Los experimentos de Blum y su grupo (Blum 1995; Blum et al. 1996a, b; Blum et al. 1999; Blum y Wurm 2000; Wurm et al. 2001) con partículas micrométricas y submétricas en ambientes que reproducen las condiciones de la nebulosa protoplanetaria están permitiendo una mejor comprensión de los procesos de agregación de partículas preplanetesimales. Los resultados obtenidos por Blum y sus colaboradores indican que la reestructuración de los agregados de polvo de la nebulosa solar, y consecuentemente, el incremento gradual de la dimensionalidad fractal de los mismos, se convirtieron en procesos importantes cuando los diámetros de las partículas de polvo alcanzaron un valor superior a unos pocos centímetros.

## 6.2 Agregación de las partículas

Con el objeto de obtener las principales consecuencias dinámicas relacionadas con el incremento de masa, se usará un modelo de acreción muy simplificado. Suponiendo que el material sólido que encuentra a su paso se adhiere a la partícula de polvo considerada con una probabilidad  $\delta$  ( coeficiente de agregación), se puede escribir el ritmo de cambio de su masa y de su radio en la forma (Hayashi et al. 1985):

$$(6.1) \quad \frac{dm_s}{dt} \approx \pi s^2 \bar{\rho}_s \Delta V_s \delta = 4\pi \rho_s s^2 \frac{ds}{dt},$$

siendo:

$$(6.2) \quad \frac{ds}{dt} = \frac{\bar{\rho}_s \Delta V_s}{4\rho_s} \delta,$$

y también se verifica la ecuación para  $s$ :

$$(6.3) \quad s = s_0 + \delta \frac{\bar{\rho}_s \Delta V_s t}{4\rho_s},$$

donde  $\rho_s$  es la densidad volúmica interna de la partícula,  $\bar{\rho}_s$  la densidad volúmica del material sólido,  $s_0$  el radio inicial de la partícula,  $\Delta V_s$  la velocidad relativa y  $s$

es el radio de la partícula. La escala de tiempo para el crecimiento de la masa de la partícula debido a la deriva diferencial viene dada por:

$$(6.4) \quad t_{m,d} = m_s \left( \frac{dm_s}{dt} \right)^{-1} \approx \frac{4 \rho_s s}{3 \bar{\rho}_s \Delta V_s} \frac{1}{\delta},$$

y es aproximadamente un factor  $\Delta V_s / (\delta v_k)$  inferior a la escala de tiempo de deriva simple para el caso de una partícula en el régimen de Stokes (varios metros), suponiendo una nebulosa axialmente simétrica como la considerada en el Capítulo 3.

En el caso de partículas pequeñas (régimen de Epstein) , la escala de tiempo de deriva viene dada por (Weidenschilling 1977):

$$(6.5) \quad \tau_l = \frac{\bar{\rho}_s}{20 \rho_s} \frac{C_s}{s} \frac{v_k}{\Delta V_s} \frac{1}{\Omega_k^2},$$

y la escala de tiempo de crecimiento por agregación es aproximadamente un factor  $(\rho_s / \bar{\rho}_s) s^2 \Omega_k^2 / (C_s v_k \delta)$  superior a la vida media de las partículas en la nebulosa considerada en el Capítulo 3, donde  $C_s$  es la velocidad del sonido en el gas.

Al considerar un modelo para el crecimiento de las partículas, una magnitud de gran interés teórico a la hora de comprender el efecto dinámico que sobre las partículas ejercen los procesos de agregación es la vida media característica de las partículas en la Nebulosa, que ahora es diferente de la discutida en el Capítulo 3. Las partículas sólo pueden crecer hasta que se precipitan sobre el protosol. Supóngase que el valor de esa escala temporal es ahora  $\tau_l^*$ , por tanto el radio final de la partícula sería (ec. (6.3)):

$$(6.6) \quad s_f = s_o + \delta \frac{\bar{\rho}_s \Delta V_s \tau_l^*}{4 \rho_s}.$$

Por otra parte, la escala de tiempo de caída por fricción (vida media de las partículas ) discutida en los Capítulos 2 y 3, para el régimen de Stokes, viene dada por:  $\tau_l = T_s v_k / \Delta V_s$ . En este caso:

$$(6.7) \quad \tau_l \approx \frac{2 \rho_s s v_k}{3 \bar{\rho}_s \Delta V_s^2}.$$

Por tanto la escala temporal sin acreción de masa ( $\delta = 0$ ):

$$(6.8) \quad \tau_l^o = \frac{2}{3} \frac{\rho_s}{\bar{\rho}_s} \frac{s_o}{\Delta V_s^2} v_k,$$

y con acreción de masa:

$$(6.9) \quad \tau_l^f = \tau_l^o + \delta \frac{1}{6} \frac{v_k}{\Delta V_s} \tau_l^*.$$

Aproximando, la escala temporal  $\tau_l^*$  viene dada por:

$$(6.10) \quad \tau_l^* \approx \frac{\tau_l^o + \tau_l^f}{2} = \tau_l^o + \delta \frac{v_k}{12 \Delta V_s} \tau_l^*.$$

Por tanto, despejando la escala temporal  $\tau_l^*$ :

$$(6.11) \quad \tau_l^* \approx \frac{1}{1 - \frac{\delta}{12} \frac{v_k}{\Delta V_s}} \tau_l^o.$$

La ecuación (6.11) indica que la vida media de las partículas en este régimen se incrementa.

Por otra parte, en el caso de partículas de pequeño tamaño (centimétricas) en el régimen de Epstein la escala temporal  $\tau_l^*$  verifica la ecuación:

$$(6.12) \quad \tau_l^* \approx \tau_l^o \frac{1}{1 + \frac{\delta}{4} \frac{\bar{\rho}_s}{\rho_s} \frac{\Delta V_s}{s_o} \tau_l^*}.$$

Por tanto, si se cumple  $\frac{\delta}{4} \frac{\bar{\rho}_s}{\rho_s} \frac{\Delta V_s}{s_o} \tau_l^* \ll 1$ , se puede aproximar la ecuación (6.12) en la forma:

$$(6.13) \quad 2 \tau_l^* \approx \tau_l^o \left( 2 - \frac{\delta}{4} \frac{\bar{\rho}_s}{\rho_s} \frac{\Delta V_s}{s_o} \tau_l^* \right).$$

Despejando  $\tau_l^*$  de la ecuación (6.13), se obtiene finalmente:

$$(6.14) \quad \tau_l^* = \frac{1}{1 + \frac{\delta}{8} \frac{\bar{\rho}_s}{\rho_s} \frac{\Delta V_s}{s_o}} \tau_l^o.$$

Por tanto, y teniendo en cuenta la ecuación (6.14), la vida media de la partícula en el caso del régimen de Epstein decrece, y las partículas caen más rápido hacia el Sol.

Considerando en las ecuaciones de movimiento de la partícula un tercer término de fuerza por unidad de masa, debido al incremento de la masa de la partícula mediante procesos de adhesión, que incluye el valor de  $ds/dt$  obtenido anteriormente, se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$(6.15) \quad \begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= -GM_{\odot} \frac{X}{r^3} - \frac{(V_X - (V_g)_X)}{T_s} - \frac{3}{s} \frac{V_X}{dt} \frac{ds}{dt}, \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= -GM_{\odot} \frac{Y}{r^3} - \frac{(V_Y - (V_g)_Y)}{T_s} - \frac{3}{s} \frac{V_Y}{dt} \frac{ds}{dt}. \end{aligned}$$

En estas expresiones  $T_s$  es el tiempo de frenado (ver Capítulo 2),  $V_X$  y  $V_Y$  son las componentes de la velocidad de la partícula y  $(V_g)_X$  y  $(V_g)_Y$  son las componentes de la velocidad del flujo de gas. Las ecuaciones del movimiento anteriores se integran utilizando los métodos numéricos explicados en el Capítulo 2. A medida que el tamaño de una partícula crece por adhesión durante la simulación numérica puede producirse la transición entre los regímenes de Epstein y de Stokes (ver Capítulo 2).

## 6.3 Resultados

En esta Sección se exponen resultados concernientes a los efectos que, sobre la dinámica de las partículas, tendrían los procesos de acreción de masa. Para este fin, se emplea el modelo de acreción simplificado comentado en la Sección 6.2. En primer lugar se considerará el modelo de orden cero, es decir el más simple, una nebulosa axialmente simétrica. Finalmente se considerará la existencia de una perturbación espiral con  $m = 1$ . Los efectos que, sobre la efectividad del proceso de acumulación de partículas por parte del vórtice, pudiera tener la acreción de masa serán discutidos en la siguiente Sección.

### 6.3.1 Simetría axial

Considérese una nebulosa axialmente simétrica, tal como la descrita en el Capítulo 3. En aquel Capítulo se constató que bajo las hipótesis realizadas, la dinámica de las



partículas se reducía a trayectorias de tipo espiral con destino en la estrella central. Además, la escala temporal dependía fuertemente del tamaño de las partículas, de modo que se producía un mínimo para cada distancia heliocéntrica. Por otra parte, dicho mínimo dependía de la ley de temperaturas considerada y en menor medida de la masa supuesta en el modelo de nebulosa. Si se considera ahora la posibilidad de que la partícula esté incrementando su masa y por tanto su radio, es de esperar que haya cambios en los resultados obtenidos en el Capítulo citado. En los cálculos realizados se supondrá que la excentricidad de las ondas espirales es constante.

Si se consideran las ecuaciones (6.15) se observa la aparición de un nuevo término dirigido hacia la estrella central que está relacionado con el incremento de masa por procesos de adhesión. La respuesta de las partículas ante este nuevo término en la fuerza total depende, como era de esperar, del tamaño inicial de las partículas (y por tanto del régimen de perturbación en el que se mueven). Para partículas pequeñas, situadas en la parte izquierda (régimen de Epstein) de las Figuras (3.1), el incremento de masa provoca que caigan rápidamente hacia el mínimo, disminuyendo su vida media característica en la Nebulosa al aumentar significativamente su velocidad radial hacia la estrella. Este comportamiento provoca un crecimiento muy acusado de la masa del grano de polvo, prácticamente de tipo exponencial. El crecimiento es particularmente acelerado para el caso de las partículas decimétricas (ver Figura (6.4)). La causa de que el ritmo de crecimiento de las partículas que evolucionan bajo el régimen de Epstein sea tan elevado es que conforme se acercan al mínimo de la Figura (3.1) la velocidad relativa  $\Delta V_s$  crece al incrementarse la velocidad radial con lo que también se incrementa el ritmo de cambio de la masa. Para el caso de las partículas métricas se obtiene un crecimiento prácticamente lineal ya que la situación para las partículas en el régimen de Stokes es justamente la opuesta, conforme aumentan de tamaño la velocidad relativa disminuye. Dicho crecimiento es más lento cuanto mayor sea la masa, y por tanto el radio inicial de la partícula (ver Figuras (6.1), (6.2) y (6.3)). Según esto, y para el caso de una nebulosa axialmente simétrica,

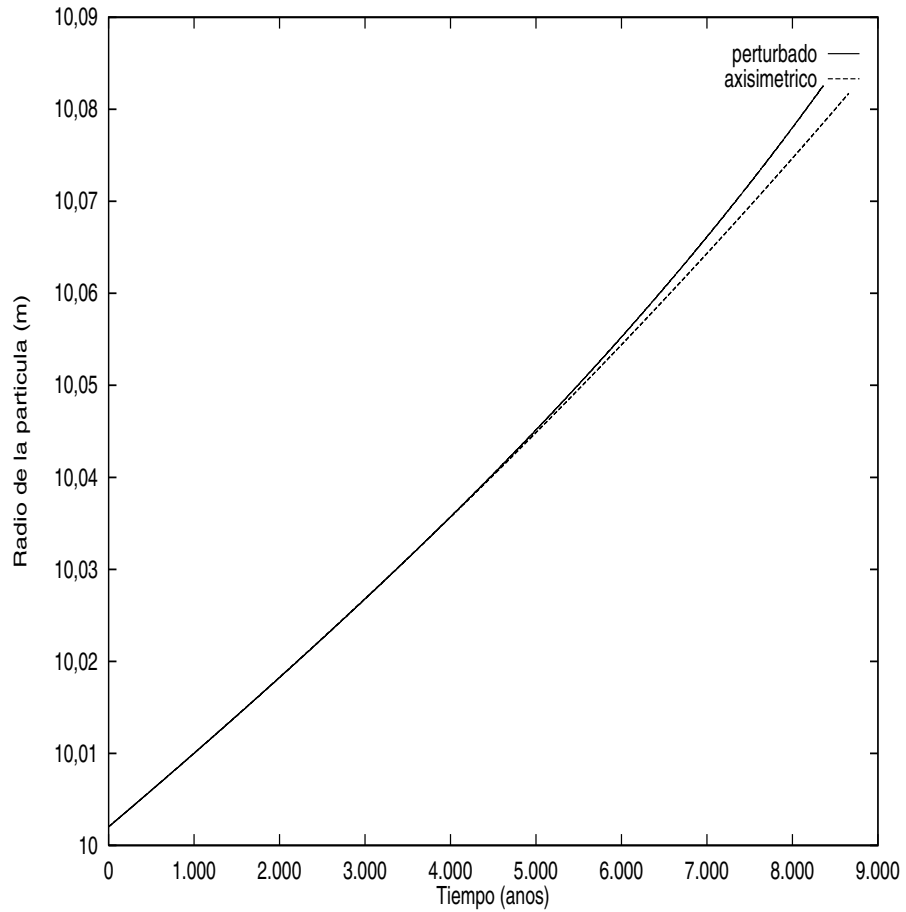


Figura 6.1: Ejemplo de la evolución temporal del radio de una partícula de 10 m bajo los efectos del modelo de acreción descrito en el texto. La curva discontinua corresponde a un modelo de nebulosa axialmente simétrico. La curva continua describe el comportamiento de la misma partícula sometida, además, a una perturbación espiral como la descrita en el Capítulo 5 con una excentricidad de 0,05.

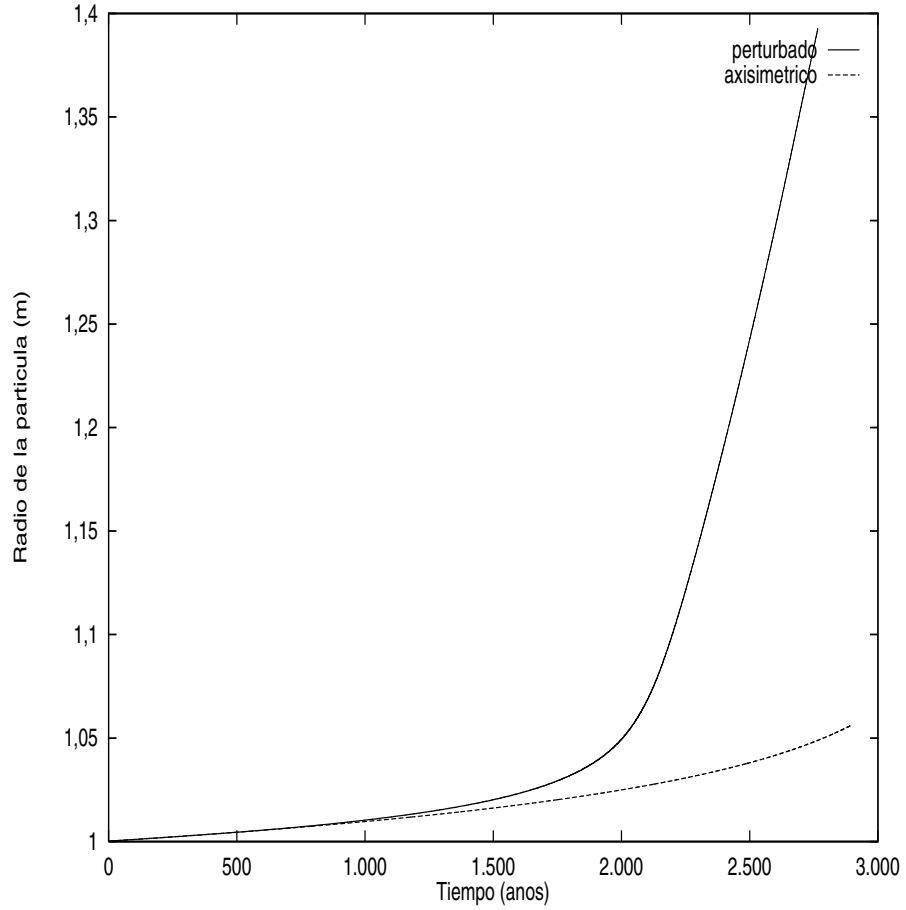


Figura 6.2: La Figura muestra la variación del radio de una partícula de 1 m de radio con el tiempo bajo los efectos del modelo de acreción descrito en el texto. La curva continua es para un modelo que incluye también los efectos de una perturbación espiral con  $m = 1$  y excentricidad 0,05. La curva discontinua corresponde al modelo axialmente simétrico.

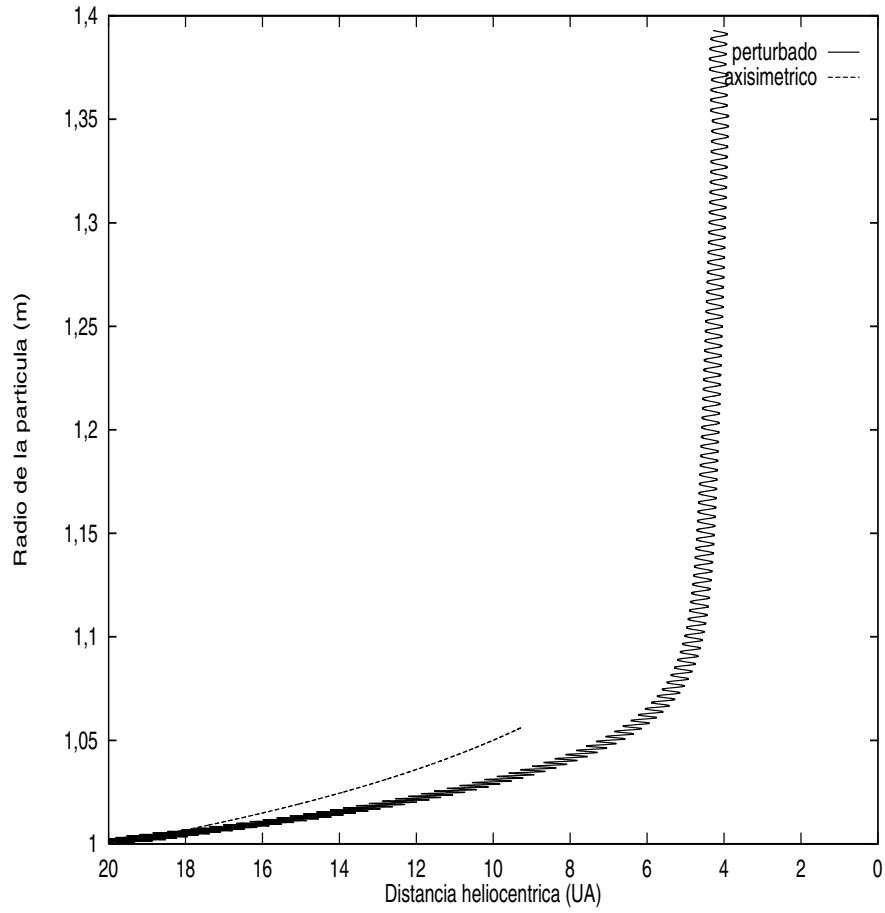


Figura 6.3: Para el mismo caso descrito en la Figura (6.2), en esta Figura se muestra la evolución del radio de la partícula conforme esta caía hacia la estrella central. En el caso de la que está sometida a la acción de la perturbación espiral, se observa que se alcanza claramente un ciclo límite.

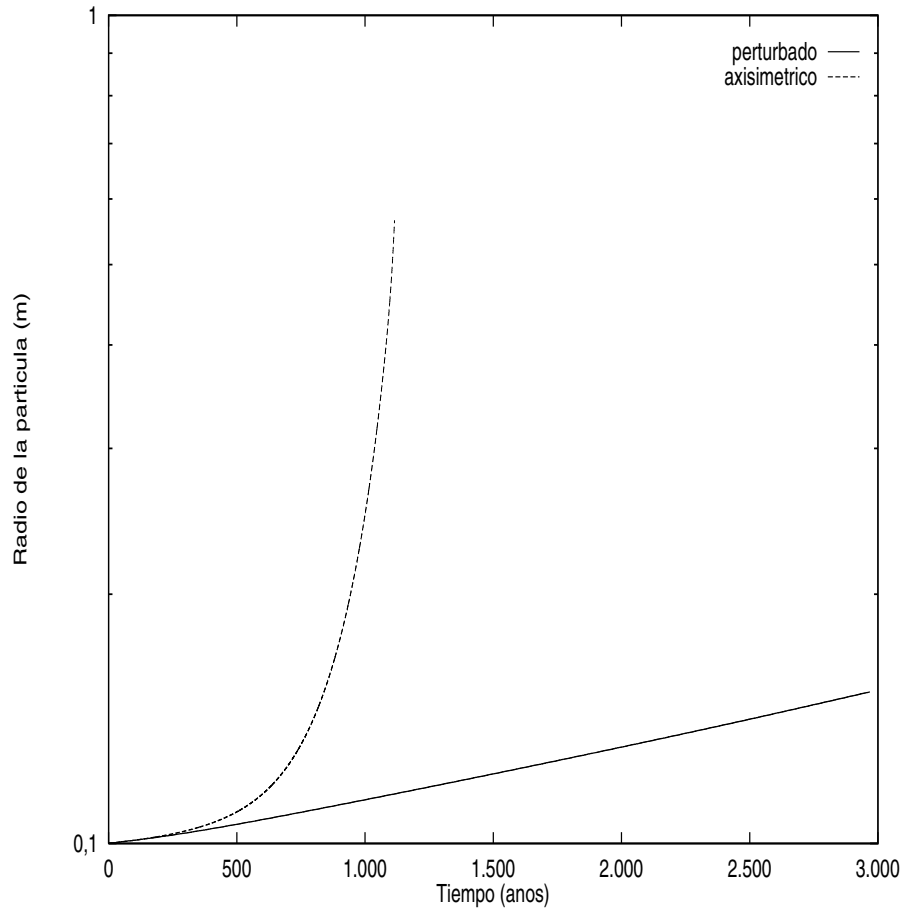


Figura 6.4: Ejemplo de la evolución temporal del radio de una partícula de 0,1 m bajo los efectos del modelo de acreción descrito en el texto. La curva discontinua corresponde a un modelo de nebulosa axialmente simétrico. La curva continua describe el comportamiento de la misma partícula sometida, además, a una perturbación espiral con un sólo brazo y excentricidad 0,05 como la descrita en el Capítulo 5. Nótese principalmente el crecimiento exponencial en el caso axialmente simétrico.

el problema de escalas temporales en la región de las partículas decimétricas se haría incluso más dramático. Las consideraciones relativas a la utilización de diferentes leyes de variación para la temperatura y para la masa de la Nebulosa, realizadas en el Capítulo 3, son aplicables también a la situación presente, con la particularidad de que en el caso de una nebulosa de mayor masa, el efecto de la acreción de masa sería más fuerte, las partículas crecerían más rápido.

### 6.3.2 Perturbación espiral

A lo largo de los anteriores capítulos ha llegado a ser evidente que la hipótesis de simetría axial para la Nebulosa, no deja de ser un mero ejercicio académico. Si se incluye el efecto de una perturbación espiral de un solo brazo como la descrita en el Capítulo 5, anterior al proceso de acreción, se obtienen algunos efectos dinámicos dignos de señalar. En primer lugar, el crecimiento en la región cercana al mínimo de la escala temporal de caída por fricción disminuye drásticamente hasta hacerse prácticamente lineal. Esto es debido a que la perturbación espiral contribuye con un término centrífugo cuyo efecto principal es ralentizar la caída de la partícula hacia la estrella central disminuyendo su velocidad radial al tender la partícula a pegarse a las líneas de corriente elípticas de la perturbación espiral. De esta forma se aumenta notablemente su vida efectiva en la Nebulosa, posibilitando que a largo plazo su radio sea en realidad mayor.

En cuanto a la evolución a ambos lados del mínimo, la situación que se produce es sustancialmente diferente según se estén considerando partículas pequeñas (régimen de Epstein) o grandes (elevado número de Reynolds, ver Capítulo 2 para una definición del mismo). Para las primeras, los efectos derivados del término espiral centrífugo son dominantes y las partículas migran hacia las regiones externas de la Nebulosa (en el caso de elevada  $\epsilon$ ), con lo que el crecimiento de la partícula disminuye debido a que la cantidad de materia disponible para acretar en la parte más externa de la Nebulosa es inferior. Para el caso de las partículas con número de Reynolds,

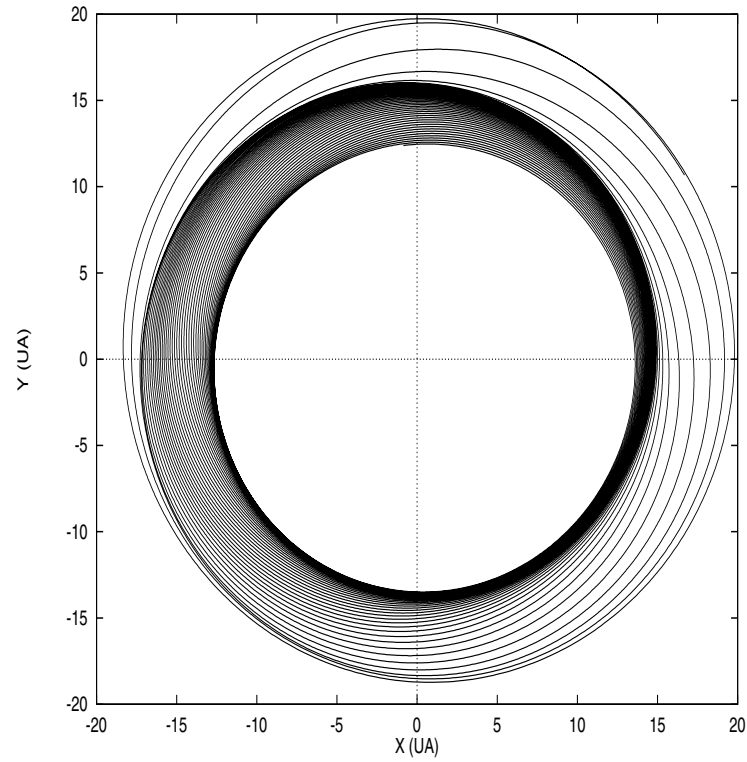


Figura 6.5: Ejemplo de un brazo espiral generado a partir de la descripción cinemática considerada en el texto, para el caso de una partícula de 0,1 m de radio inicial que acreta masa según el modelo descrito previamente. La excentricidad del flujo es 0,05. Se trata de una perturbación de tipo L (*leading*). Como puede apreciarse, la dinámica de la partícula no es muy diferente al caso sin acreción de masa. Esta figura se corresponde con la Figura (6.4).

$Re$ , elevado, se produce deriva hacia el interior de la Nebulosa, pero el ritmo no es muy diferente del que se encuentra para el caso de una nebulosa axialmente simétrica. En realidad se observa un ligerísimo incremento con respecto al caso simétrico.

El tipo de trayectorias que aparecen cuando se consideran simultáneamente la presencia de ondas espirales y la existencia de procesos de acreción puede verse en las Figuras (6.5, 6.6, 6.7).

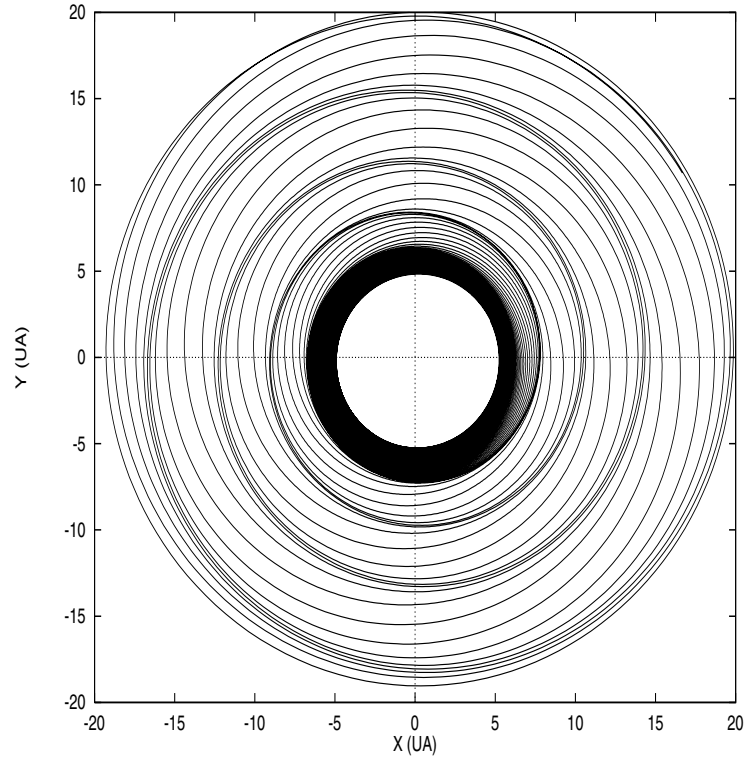


Figura 6.6: Ejemplo de un brazo espiral generado a partir de la descripción cinemática considerada en el texto, para el caso de una partícula de 0,5 m de radio inicial que acreta masa según el modelo descrito previamente. La excentricidad del flujo es 0,05. Como puede verse se trata de una perturbación de tipo L (*leading*).

## 6.4 Discusión y conclusiones

En las Secciones anteriores se ha omitido la discusión de las posibles repercusiones que tendrían los procesos de acreción sobre el rendimiento del proceso de captura



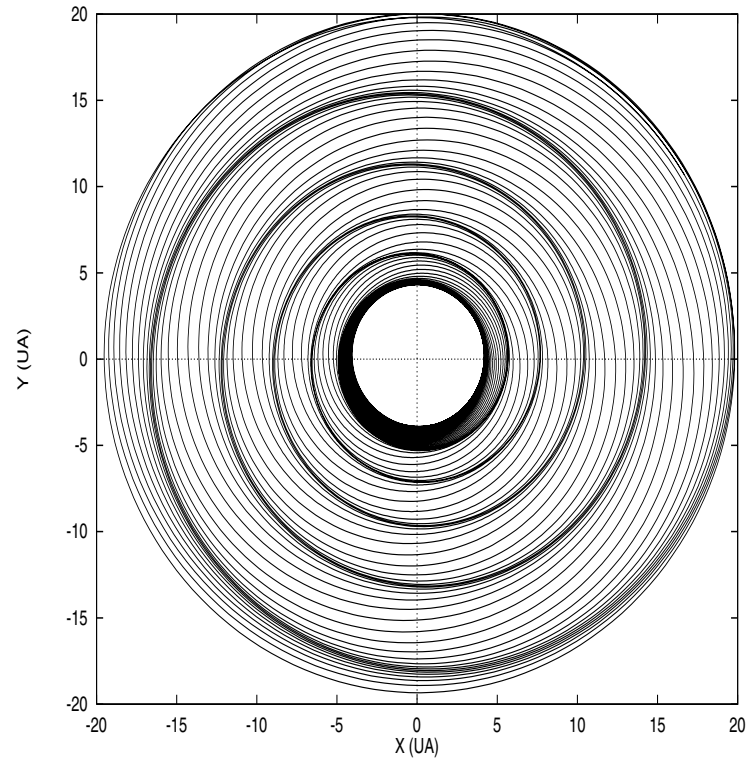


Figura 6.7: Ejemplo de un brazo espiral generado a partir de la descripción cinemática considerada en el texto, para el caso de una partícula de 1 m de radio inicial que acreta masa según el modelo descrito previamente. La excentricidad del flujo es 0,05. Como puede verse se trata de una perturbación de tipo L (*leading*). Esta figura se corresponde con las Figuras (6.2) y (6.3).

por el vórtice; sin embargo, no debe olvidarse que ese mecanismo de captura muestra un rendimiento óptimo para un cierto rango de tamaños. El mayor problema en este caso es que, cuando las partículas crecen por encima de ese tamaño óptimo las posibilidades de ser retenidas por el vórtice son cada vez menores; por tanto, desde este punto de vista podría pensarse que la importancia de la captura por el vórtice se reducirá notablemente cuando se tiene en cuenta el incremento de masa por acreción. Sin embargo, en este análisis simplificado no se ha tenido en cuenta un hecho de gran importancia: la función de masas exponencial de las partículas. Evidencias tanto observacionales como teóricas sugieren que el espectro inicial de masas de los granos de polvo presentes en la Nebulosa era de tipo exponencial (ver Capítulo 2), de forma que cuanto menor fuese la masa (o el radio) considerado tanto mayor sería el número de partículas a considerar; por tanto, conforme las partículas van acretando masa, la masa efectiva total en un cierto rango de tamaños crece también, ya que el número de partículas es mayor cuanto menor sea la masa considerada. De esta forma y empleando el símil de las poblaciones electrónicas en los niveles atómicos, conforme se *despuebla* el rango de tamaños óptimo para captura por el vórtice, éste es continuamente *repoblado* con nuevas partículas que, teniendo inicialmente una masa menor, ahora poseen la masa óptima para ser capturadas. Dado que, según el argumento de la función de masas exponencial, el número de partículas que *pueblan* el intervalo óptimo es siempre mayor que el de las que lo *despueblan*, se obtiene que la eficiencia del proceso de captura por el vórtice lejos de disminuir, crece y lo hace además exponencialmente con el tiempo. Los experimentos conducen a la misma conclusión obtenida de forma razonada. Un pequeño ejemplo de este proceso aparece en la Figura (6.8), aquí se puede ver que el espectro de masas inicial se desplaza hacia tamaños mayores y que los intervalos de tamaño (o masa) *repoblados* lo hacen en mayor cuantía.

Utilizando simulaciones con una nube de partículas en el disco protoplanetario conteniendo 5.000 o 10.000 partículas e incluyendo incremento de masa por adhesión

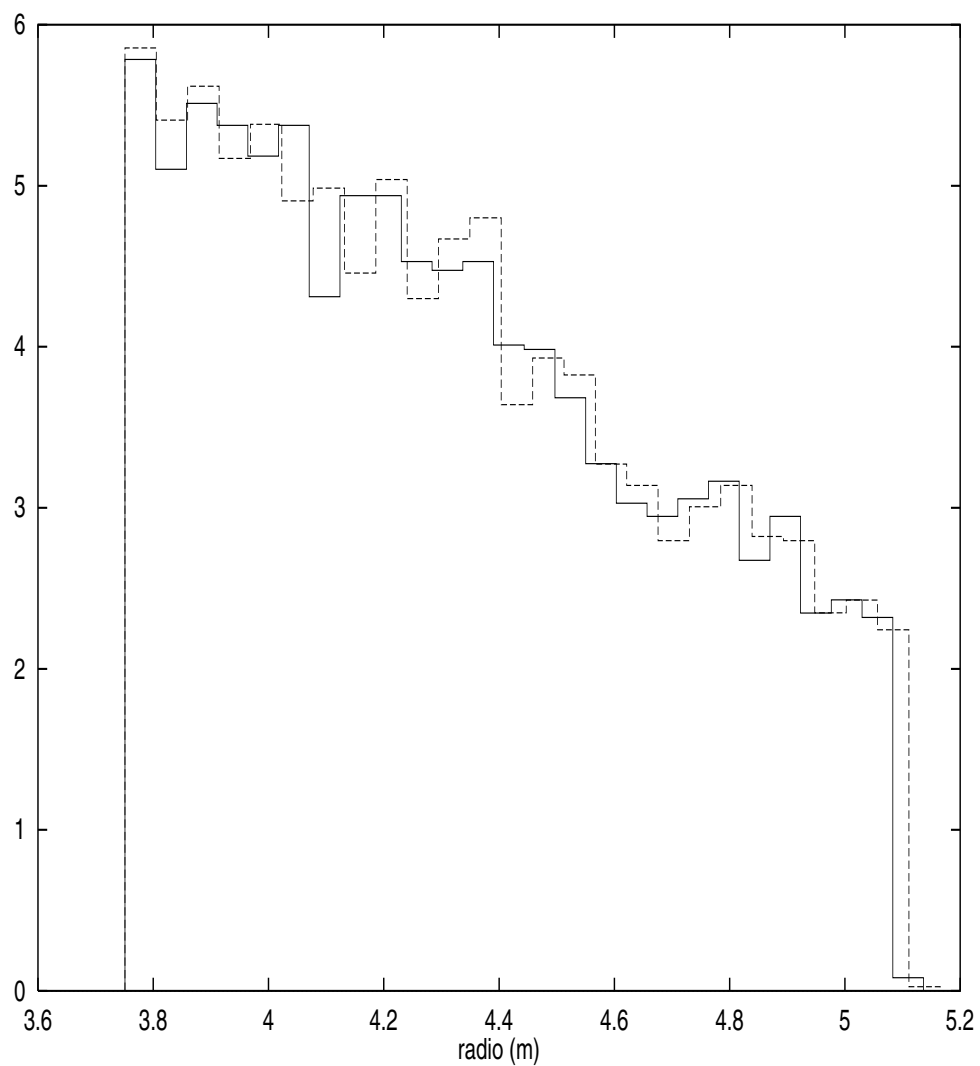


Figura 6.8: La figura muestra la variación del espectro de masas de un conjunto de partículas tras 2.000 años evolucionando en una nebulosa axialmente simétrica. El espectro inicial aparece en línea continua y el final en línea discontinua. El eje de ordenadas corresponde al porcentaje de partículas.

puede estudiarse la evolución del espectro de masas y compararlo con el espectro de masas exponencial inicial (ver Capítulo 2). A partir del estudio de ese espectro (ver Figura (6.8)) pueden sacarse importantes conclusiones desde el punto de vista dinámico. A lo largo de la evolución se conserva el carácter exponencial de dicho espectro de masas, observándose un desplazamiento del mismo hacia valores superiores de la masa.

Los experimentos con partículas individuales en condiciones de simetría axial dan lugar a un crecimiento de tipo exponencial para ciertos rangos de tamaño de las partículas. Si se introducen en la nebulosa solar desviaciones del comportamiento axialmente simétrico (ondas espirales) el crecimiento de la partícula tiene un carácter diferente y es prácticamente lineal. La introducción de perturbaciones espirales tiende a incrementar ligeramente la eficiencia del proceso de adhesión para partículas de tamaño métrico, y lo que es más importante, el acoplamiento de los dos fenómenos físicos no impide que sigan alcanzándose ciclos límite en las situaciones mencionadas en el Capítulo 5, de modo que se podría afirmar que ambos mecanismos son cooperativos y actúan en la misma dirección produciendo un crecimiento más eficiente de la partícula de polvo para esos rangos de tamaño. Aunque la partícula aumenta de tamaño por procesos de adhesión, esto no disminuye sus probabilidades de supervivencia en la nebulosa protoplanetaria, ya que permanece confinada por la perturbación espiral (pegada a las líneas de corriente elípticas de dicha perturbación). Para partículas muy pequeñas o muy grandes, sin embargo, el crecimiento de la partícula en la nebulosa solar axialmente asimétrica es menor que para una nebulosa solar con simetría axial. Como en la mayor parte de esta Tesis, queda patente de nuevo, que los procesos que acontecen en la Nebulosa tienen un carácter fuertemente diferencial y que para cierto rango de tamaños un determinado proceso puede dar lugar a un rendimiento significativo mientras que en otros casos su importancia puede no ser tan significativa.

## Capítulo 7

# Discos protoplanetarios en sistemas jerárquicos

### 7.1 Introducción

En nuestra galaxia, la mayoría de las estrellas de la secuencia principal son binarias o forman parte de sistemas de multiplicidad superior (triples u cuádruples, principalmente). Por otra parte, se sabe que muchas de ellas poseen discos circunestelares. Por tanto, el estudio de la formación planetaria en sistemas múltiples es un tema que debería recibir especial atención. En este Capítulo se estudiará la etapa de formación planetaria durante la cual el material está todavía disperso en forma de agregados primordiales con un rango de tamaños que va de unos cuantos centímetros a algunos metros orbitando en torno a un sistema estelar jerárquico binario o triple. Se investigará la respuesta dinámica de las partículas, en un disco protoplanetario con radio  $R_D = 100$  UA en torno a una estrella de tipo solar, al campo gravitatorio de dos estrellas compañeras ligadas gravitatoriamente en una órbita moderadamente amplia (300–1.600 UA). Para cumplir este propósito, se han llevado a cabo una serie de simulaciones de configuraciones coplanares jerárquicas utilizando un programa de integración directa que modeliza las fuerzas viscosas y gravitacionales (de la Fuente

Marcos y de la Fuente Marcos 1998). Cuando se considera un disco protoplanetario masivo alrededor de una de las componentes de la binaria, la evolución temporal del subdisco de polvo depende principalmente de la naturaleza (directa o retrógrada) de la revolución relativa de la compañera estelar, y de la temperatura y la masa del disco circunestelar.

En los capítulos anteriores se ha mostrado que la existencia de ondas espirales en discos protoplanetarios puede ser un mecanismo realmente eficaz para facilitar la transición de las partículas métricas y submétricas hacia la etapa de planetesimal. La drástica reducción de la velocidad radial de las partículas posibilitaría entonces la formación de los planetas gigantes en una escala temporal lo bastante corta como para que sus núcleos protoplanetarios sólidos pudiesen acretar suficiente gas, antes de que éste fuese barrido por el intenso viento estelar del protosol. En este Capítulo se propone un mecanismo de excitación alternativo para ondas espirales del tipo de las analizadas en el Capítulo 5: las perturbaciones gravitatorias ejercidas por un compañero estelar lejano. Este mecanismo de tipo dinámico podría ser de gran importancia, toda vez que parece demostrado que un porcentaje muy elevado de estrellas, tanto jóvenes como evolucionadas, parecen formar parte de sistemas múltiples, binarios en su mayoría. Esta circunstancia parece ser especialmente significativa para el caso de estrellas de tipos espectrales similares al solar.

En 1997, investigadores pertenecientes a los observatorios Lick y McDonald (EUA) descubrieron independientemente un planeta en órbita alrededor de la estrella 16 Cygni B (Cochran et al. 1997; Butler y Marcy 1997), la cual forma parte de un sistema estelar triple situado a unos 21,4 pc de la Tierra. Este sistema múltiple consta de una binaria central compuesta de dos estrellas enanas de tipo espectral G con una separación entre ellas de unas 835 UA, y de una compañera enana distante de tipo espectral M. Aunque existe una considerable incertidumbre acerca de los valores de los parámetros orbitales del sistema, la configuración del mismo puede considerarse como altamente jerárquica; es decir, el tercer cuerpo se halla a una distancia suficientemente

grande de los otros dos, de manera que los efectos perturbativos que introduce sobre la dinámica de la binaria interna pueden considerarse de segundo orden. Se supone que la separación del tercer objeto respecto del centro de masas de la binaria podría ser tan grande como 10.000 UA. El principal interés que ofrece 16 Cygni B es que se la considera como un posible gemelo del Sol, tanto en temperatura como en brillo (tipo espectral G2.5V). Esta circunstancia la hace particularmente atractiva a la hora de especular con la posible existencia de planetas orbitando en torno a ella capaces de albergar vida. Hasta el momento no se han obtenido evidencias de cuerpos de tamaño planetario en órbita alrededor de las otras dos componentes del sistema triple.

El compañero planetario de 16 Cygni B posee una masa de al menos 1,6 masas jovianas ( $M_J$ ), por tanto se trata con toda probabilidad de un auténtico planeta más que de una enana marrón. Recuérdese que aunque éste es un aspecto, hoy por hoy, realmente controvertido, se admite que la masa crítica que marca la separación entre planetas verdaderos (como Júpiter) y enanas marrones es de unas  $13 M_J$ . Los cuerpos de masa superior se consideran estelares. El periodo del planeta es de unos 2,2 años, pero el dato más llamativo es su elevada excentricidad,  $e = 0,67$ , lo que significa que su distancia a 16 Cygni B varía entre 0,56 UA en el periastro y 2,83 UA en el apoastro, con un valor medio de 1,67 UA. Posibles mecanismos capaces de dar lugar a este tipo de órbitas tan excéntricas han sido estudiados en los últimos años (Artymowicz 1993, 1997; Rasio y Ford 1996; Holman et al. 1997; Katz 1997; Lin e Ida 1997; Mazeh et al. 1997; de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 1997; Laughlin y Adams 1998; ver también la Sección dedicada a planetas extrasolares excéntricos del Capítulo 4).

Los avances conseguidos en las técnicas de observación de alta resolución espacial, han permitido evidenciar que la gran mayoría de las estrellas poco masivas de la presecuencia principal parecen formar parte de sistemas múltiples (Leinert et al. 1991; Ghez 1992; Simon et al. 1992). Estudios sistemáticos llevados a cabo en regiones de formación estelar cercanas sugieren que algunos de estos sistemas múltiples contienen discos circunestelares o circumbinarios (Koerner et al. 1993;

Kawabe et al. 1993).

Actualmente se cree que  $\approx 2/3$  de las estrellas de tipo solar forman parte de sistemas múltiples. Los sistemas jerárquicos triples con estrellas enanas de tipo espectral G no son infrecuentes en la vecindad solar. Duquennoy y Mayor (1991) dan las siguientes relaciones entre simples:dobles:triples:cuádruples para las 164 estrellas enanas G más próximas: 1,5(91 sistemas) : 1(62) : 0,105(7) : 0,026(2); aunque estos autores señalan que el número real de triples y cuádruples es, con toda seguridad, superior al indicado. La mayoría de estos sistemas son altamente jerárquicos y es razonable suponer que muchos de ellos podrían albergar planetas de forma similar al caso de 16 Cygni B.

En los últimos años, varios descubrimientos excitantes han arrojado nueva luz, pero también han generado nuevas incertidumbres en el campo de la formación planetaria en medio ambientes binarios y múltiples. Utilizando las cámaras del Telescopio Espacial Hubble (*Hubble Space Telescope*, HST), Stapelfeldt y sus colaboradores (1998) han encontrado un disco protoplanetario alrededor de la secundaria del sistema estelar binario joven HK Tauri. Este es el primer disco en torno a una estrella individual que ha sido claramente resuelto en un sistema estelar binario joven. El radio del disco es de unas 100 UA, con una separación binaria de 340 UA, así que hay una gran probabilidad de que el truncamiento de marea del disco haya tenido lugar en este sistema. En los modelos de interacción disco-compañera estelar, el tamaño del disco circunestelar depende del cociente de masas de las estrellas del sistema y de su separación (Papaloizou y Pringle 1997; Artymowicz y Lubow 1994). El radio del disco circunprimario típicamente es de 0,3 a 0,4 veces la separación entre las componentes de la binaria para valores del cociente de masas de las estrellas de 1 a 0,3 y órbitas circulares. Este efecto se denomina truncamiento de marea y el tamaño del disco, radio de marea del disco. La masa del disco del sistema HK Tauri es del orden de  $10^{-4} M_{\odot}$ . Koresko (1998) ha estudiado también esta estrella utilizando una técnica de interferometría de moteado modificada de alta resolución. El disco



circunestelar ópticamente grueso en torno a HK Tauri B se extiende hasta un radio de al menos 50 UA. El disco es altamente coherente, no mostrando ninguna evidencia de perturbación significativa debida a la estrella primaria, HK Tauri A. La masa del disco de gas y polvo en torno a la secundaria es estimada por este autor en un valor  $\gtrsim 10^{-3} M_{\odot}$ .

Imágenes obtenidas en 1998 por el *Telescopio Blanco* de 4 m, situado en el *Observatorio Interamericano de Cerro Tololo*, utilizando la cámara de infrarrojo medio *OSCIR* muestran un disco de polvo con un radio externo de aproximadamente 110 UA en torno a la estrella de tipo Vega (AOV) HR 4896A (Jayawardhana et al., 1998). Este disco ha sido descubierto, independientemente y simultáneamente, por Koerner y sus colaboradores (1998). HR 4896A es la primaria ( $\sim 2,8 M_{\odot}$ ) de un sistema binario, siendo la secundaria una estrella M (estrella WTT) con una masa de  $0,38 \pm 0,05 M_{\odot}$ . Este hecho muestra que el sistema es relativamente joven,  $\sim 8 \pm 3$  Ma. La distribución de la superficie de brillo del disco es consistente con la presencia de un *agujero* en el disco interno de radio aproximadamente igual a 50 UA. El *agujero* del disco interno puede proporcionar evidencia de coagulación de polvo en cuerpos de mayor tamaño en una escala temporal similar a la sugerida para la formación planetaria en el Sistema Solar. A pesar de que se encuentra alrededor de una estrella de tipo A, el disco tendría propiedades diferentes a las del famoso sistema  $\beta$  Pictoris (Smith y Terrile 1984; Telesco et al. 1988; Backman et al. 1992; Lagage y Pantin 1994; Pantin et al. 1997), debido a que este último sistema es más viejo.

También en 1998, Akeson y su grupo (1998) detectaron un disco de polvo circunestelar alrededor de T-Tauri N, uno de los componentes de la famosa binaria T-Tauri. Para este sistema, el radio externo del disco es  $R_D = 41 \pm_{14}^{26}$  UA y la separación binaria es 100 UA. La masa del disco es  $\log(M_D/M_{\odot}) = -2,4 \pm_{0,6}^{0,7}$ ; así, a pesar del amplio rango de masas, parece claro que es similar a la de la nebulosa solar de masa mínima (Hayashi 1981). Si las componentes de la binaria conforman una órbita ligada, como se deduce de su movimiento propio común, la distribución de

material circunestelar en el borde externo del disco estará afectada por la influencia gravitatoria de la compañera.

En el año 2000 se descubrió un disco protoplanetario circumbinario en torno al sistema binario DQ Tau (Carr et al. 2001). El modelo de disco propuesto para este sistema requiere la presencia de gas con una densidad superficial promedio de  $5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-2}$  ( $10^{-4} \text{ g cm}^{-2}$  en el sistema cegesimal) que se extiende hacia el exterior hasta una distancia de  $0,5 \pm 0,1 \text{ UA}$  y hacia el interior hasta una distancia al centro de masas del sistema inferior a  $0,1 \text{ UA}$ .

Por otra parte, de los candidatos a planetas extrasolares detectados hasta la fecha (para encontrar un catálogo de planetas extrasolares visitar la dirección de Internet (URL), <http://www.obspm.fr/planets>, Schneider 2001), aproximadamente la mitad han sido encontrados en sistemas binarios.

Las interacciones de marea entre discos protoestelares y compañeros (planetarios o estelares) han sido estudiadas principalmente desde un punto de vista teórico por Lin y Papaloizou (1979, 1993) y Artymowicz (1990) (ver Papaloizou y Lin 1995 para un análisis retrospectivo del tema) mediante el uso de técnicas numéricas de Hidrodinámica de partículas. Sus resultados muestran que la interacción de marea entre un disco y una estrella binaria conduce a la formación de un *hueco* en el disco. Recientemente, Takeuchi y su grupo (1996), han estudiado el tema de la formación de *huecos* en los discos protoplanetarios. Estos autores también aplicaron su modelo de propagación de ondas a las estrellas binarias T–Tauri.

En este Capítulo se estudiará la etapa de formación planetaria durante la cual el material de las partículas está todavía disperso como agregados primordiales cuyo rango de tamaños va de centímetros a metros. Durante esta etapa, las partículas son capaces de depositarse hacia el plano medio de la nebulosa formando una capa de densidad de masa comparable, o muy superior, a la del gas. Las interacciones acopladas, no lineales, entre las partículas y el gas de la nebulosa llegan a ser significativas y determinan los perfiles verticales de la densidad de partículas y las velocidades

medias de las partículas y el gas circundante (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 1998). Este es el medio ambiente en el cual se formaron los planetesimales más primitivos. El objetivo principal de este Capítulo es el estudio de la variación de la vida media de las partículas en el disco y su dinámica para un amplio rango de configuraciones binarias jerárquicas. El análisis de la evolución orbital incluye un amplio rango de masas de planetesimales y parámetros nebulares (masa y temperatura), así como un rango en separaciones y masas de las estrellas binarias progenitoras. Se estudiará la evolución dinámica de las partículas de polvo mediante simulaciones numéricas donde se emplea el método de Bulirsch–Stoer (Bulirsch y Stoer 1966) para resolver numéricamente las ecuaciones de movimiento. Se comenzará, en la Sección 2, con la formulación de las ecuaciones básicas del problema. A continuación se discutirá el modelo de disco protoplanetario utilizado, así como las limitaciones de dicha aproximación en la Sección 3. En la Sección 4 se describirán los cálculos realizados y los resultados obtenidos. La naturaleza de los cuerpos de la nebulosa solar clásica se reexaminará en un apartado de la Sección 4. En otras Subsecciones de la Sección 4 se estudiarán los casos binario y triple. En la Sección 5 se discutirán algunas de las implicaciones de los resultados obtenidos para el campo de la formación planetaria. Finalmente, en la Sección 6 se resumirán los principales resultados de esta investigación. A lo largo de este Capítulo se supondrá que todas las componentes del modelo permanecen coplanarias y que la compañera estelar posee una órbita circular. Por otra parte, se adoptará también la hipótesis de que las partículas en el disco no interaccionan entre sí.

## 7.2 Formulación matemática del problema

Primero se describirá matemáticamente el problema a resolver en su configuración más general: primaria+disco, secundaria y tercer cuerpo (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 1998). La perturbación gravitacional del disco sobre la secundaria y el tercer cuerpo es despreciable debido a que la fuerza gravitacional que proporciona

un disco de unas  $0,01 M_{\odot}$ , sobre una estrella que se encuentra a 300 UA del disco, es varios órdenes de magnitud más pequeña que la correspondiente a una estrella de  $1 M_{\odot}$  (ver la Figura (2.2) en el Capítulo 2). Se trata de estudiar la dinámica de las partículas de polvo del disco protoplanetario sometidas al rozamiento con el gas y a la interacción gravitatoria con la estrella alrededor de la cual orbitan, la compañera de la misma y la estrella más externa. Dado que a su vez, la binaria es perturbada por el cuerpo externo, la aproximación más realista al problema consiste en tener en cuenta todas las posibles interacciones. El problema estelar de tres cuerpos a resolver puede considerarse como la combinación del movimiento de dos cuerpos perturbado del par (binaria) interno más el movimiento de dos cuerpos perturbado del tercer cuerpo con respecto al centro de masas del par interno. Procediendo de forma análoga a como lo hizo Harrington (1972), considérense tres masas finitas,  $M_0, M_1, M_2$ , moviéndose de tal forma que  $M_0$  y  $M_1$  constituyen el par cercano (binaria interna). Si se tiene en cuenta la conservación del momento lineal, el movimiento del sistema puede ser descrito considerando un sistema de variables jacobiano, el vector  $\vec{r}_1$  dirigido desde  $M_0$  a  $M_1$ , y el vector  $\vec{r}_2$  desde el baricentro de  $M_0$  y  $M_1$  hasta  $M_2$ . En estas variables, las ecuaciones del movimiento se escriben en la forma (adviértanse los dos errores en las ecuaciones del trabajo original de Harrington):

$$(7.1) \quad \ddot{\vec{r}}_1 = -A_1 \left[ \frac{\vec{r}_1}{|\vec{r}_1|^3} + A_2 \left( \frac{\vec{r}_{02}}{|\vec{r}_{02}|^3} - \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3} \right) \right],$$

$$(7.2) \quad \ddot{\vec{r}}_2 = -A_3 \left[ \frac{M_0 \vec{r}_{02}}{|\vec{r}_{02}|^3} + \frac{M_1 \vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|^3} \right],$$

donde  $A_1 = G (M_0 + M_1)$ ,  $A_2 = M_2 / (M_0 + M_1)$  y  $A_3 = G (M_0 + M_1 + M_2) / (M_0 + M_1)$ . El vector  $\vec{r}_{02} = \vec{r}_2 + M_1 / (M_0 + M_1) \vec{r}_1$  es el vector dirigido desde  $M_0$  a  $M_2$ , y  $\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - M_0 / (M_0 + M_1) \vec{r}_1$  es el vector dirigido desde  $M_1$  a  $M_2$ .

Para modelar el disco de polvo, se emplea el modelo de disco delgado de la nebulosa (sin tener en cuenta la autogravedad del disco), en el cual las densidades superficiales, tanto para el gas como para las partículas, y la temperatura vienen dadas por leyes de potencias decrecientes de la forma  $r^{-3/2}$  y  $r^{-1/2}$ , respectivamente,

donde  $r$  es la distancia a la estrella progenitora alrededor de la cual orbita la nebulosa. A 1 UA, la densidad superficial del gas se considera igual a  $17.000 \text{ kg m}^{-2}$  y a  $200 \text{ kg m}^{-2}$  para el caso de las partículas, mientras que la temperatura ( $T$ ) se supone igual a 280 K, para la misma distancia de referencia. Se supondrá también, que hay equilibrio hidrostático en la dirección vertical. Bajo la hipótesis estándar de equilibrio hidrostático en el grosor de la nebulosa  $H$ , se tiene que  $H \approx C_s \Omega$ , donde  $C_s$  es la velocidad del sonido en la nebulosa y  $\Omega$  es la velocidad angular kepleriana alrededor de la estrella central. En una nebulosa como la descrita, se produce competición entre las fuerzas viscosas debidas al gas y las inerciales causadas por las interacciones gravitatorias.

Las ecuaciones del movimiento de una partícula sólida bajo los efectos de la atracción de las estrellas del sistema triple y de la fricción viscosa con el gas de la nebulosa, son:

$$(7.3) \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -GM_0 \frac{\vec{r}}{r^3} - \frac{\vec{u}}{T_s} + \vec{\Phi},$$

donde  $\vec{u} = \vec{v} - \vec{V}_g$  y  $\vec{V}_g$  es la velocidad del gas, siendo  $\vec{\Phi}$  la contribución proveniente de los otros dos miembros del sistema triple, que viene dada por:

$$(7.4) \quad \Phi = -GM_1 \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} - GM_2 \frac{\vec{r} - \vec{r}_{02}}{|\vec{r} - \vec{r}_{02}|^3},$$

$T_s$  es el tiempo de frenado definido en el Capítulo 2 (ecuación (2.60)). Como en el resto de esta Tesis, se considera que las partículas del disco poseen una distribución de masas descrita por la función inicial de masas de Safronov,  $\xi(m) = n \exp(-m / \langle m \rangle)$  (Safronov 1969). Esta función de masas puede reproducirse con la función generatriz (ver Figura (2.3) en la sección dedicada a la Función Inicial de Masas del Capítulo 2):

$$(7.5) \quad m(X) = m_l - \langle m \rangle \ln [1 - (1 - \exp((m_l - m_u) / \langle m \rangle)) X],$$

donde  $m_l$  es la masa mínima,  $m_u$  la máxima,  $\langle m \rangle$  la masa media y  $X$  es una variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo  $[0, 1]$ .

Las condiciones iniciales se han escogido de tal forma que la binaria interna tendría una órbita circular en ausencia de la tercera estrella y el cuerpo más externo seguiría también una órbita circular si la binaria interna fuese reemplazada por su masa total y su centro de gravedad instantáneo. En algunas simulaciones numéricas se considera un disco circunestelar en torno a la tercera estrella mencionada, siendo el centro de simetría del disco el centro de dicha estrella. En otras simulaciones, sin embargo, se considera un disco circumbinario en torno a la binaria interna mencionada, de manera que el centro de simetría del disco es el centro de masas de la binaria. Todos los cálculos comienzan con las órbitas en fase. Los parámetros necesarios para comenzar la simulación son los semiejes mayores interno y externo, las masas, y el carácter, directo (inclinación menor de  $180^\circ$ ) o retrógrado de las órbitas (inclinación mayor de  $180^\circ$ ). En todos los cálculos expuestos en este Capítulo se emplea únicamente el método de integración de Bulirsch–Stoer para resolver las ecuaciones del movimiento.

### 7.3 Limitaciones del método utilizado

El disco de gas se considera estacionario, de manera que la perturbación gravitacional de las compañeras sobre el gas del disco es despreciable. Esta aproximación no es muy drástica, ya que se están considerando casos en los que el truncamiento de marea está funcionando. Como aproximación del radio de marea ( $r_t$ ) para la primaria se escogerá el radio de marea clásico o límite de Jacobi ( $r_J$ ) dado por la ecuación:

$$(7.6) \quad r_t \approx r_J \approx \left(\frac{m}{3M}\right)^{1/3} D,$$

siendo  $m$  la masa de la secundaria,  $M$  la masa de la primaria, y  $D$  la distancia entre sus centros; es decir, el radio de la órbita, si ésta es circular. Se despreciarán, también, las interacciones electromagnéticas entre las partículas. Esta aproximación es válida, ya que los cálculos realizados en este Capítulo están restringidos a la región del plano medio de la nebulosa y la conductividad eléctrica tiene un valor muy pequeño en esta

zona (Stepinski et al. 1993), de manera que el campo magnético es, también, muy pequeño. Cuando se considera la autogravedad del disco, la integral que representa a la autogravedad del disco (ver Capítulo 2) es singular si  $k = 1$ . Si se analiza adecuadamente, se trata de una singularidad evitable, pero por razones numéricas la forma más eficiente para llevar a cabo los cálculos consiste en suavizar la integral añadiendo un término extra al denominador, esta forma de proceder es equivalente a considerar una pequeña altura sobre el plano medio del disco protoplanetario. Esta aproximación, impuesta numéricamente, tiene efectos poco significativos sobre los resultados obtenidos, ya que el potencial del disco cambia muy suavemente en dirección vertical.

Las observaciones de estrellas T–Tauri muestran que la fase activa o fase CTT de su evolución está caracterizada por fuertes vientos y luminosidad térmica elevada. Sin embargo, esta etapa parece durar únicamente unos cuantos millones de años. Además, se cree que breves, pero energéticas, fases FU Orionis caracterizaron la fase CTT (Hartmann et al. 1993); en el transcurso de estas etapas evolutivas una considerable fracción del disco circunestelar y sus partículas constituyentes, al menos a partir de 1 UA, pueden calentarse hasta 1.000 K o más. En este Capítulo se centra la atención sobre los parámetros de la nebulosa correspondientes a una fase post–CTT. Esta etapa no se caracteriza por un fuerte viento estelar y puede considerarse como una fase en calma.

No se considerará acreción de masa sobre los granos de polvo, aunque sí se discutirá el efecto de la acreción inducida por la deriva radial sobre la dinámica de las partículas. El programa utilizado en los cálculos no incluye interacciones gravitacionales entre las partículas sólidas, ya que las fuerzas gravitacionales interparticulares son despreciables para el rango de tamaños utilizado en esta Tesis.

## 7.4 Resultados de las simulaciones numéricas

Incluso con las expresiones idealizadas que se han adoptado para modelar las propiedades del disco protoplanetario en torno al sistema jerárquico, el espacio de parámetros accesible para sistemas múltiples estrella/disco presenta demasiadas dimensiones como para poder hacer un muestreo completo. Como aproximación más práctica, se concentra el interés en el estudio de un determinado subespacio de parámetros nebulares, fijando los índices de las leyes de potencias a  $p = 3/2$  y  $q = 1/2$ . Estos dos valores son razonables a la luz de los hallazgos más recientes para el espectro de las estrellas T–Tauri. La masa de las partículas, la temperatura ( $T_o$ ), el radio del disco, la masa del disco, la naturaleza directa o retrógrada y la separación de las componentes del sistema binario se convierten en los parámetros libres de las simulaciones llevadas a cabo en este Capítulo. Además se restringe el estudio a configuraciones jerárquicas y coplanares; esto es, un disco protoplanetario en torno a una estrella con una amplia separación entre las compañeras del sistema binario. Las partículas del disco describen inicialmente órbitas keplerianas en torno a la primaria de masa  $M_o$ . Debido a que las partículas no están interactuando, los resultados son independientes del número de partículas utilizadas en el disco protoplanetario; téngase en cuenta que la masa atribuida a una partícula es despreciable si se compara con la masa de cualquiera de las estrellas del sistema binario. Las partículas pueden integrarse una por una debido a que se están despreciando todas las interacciones interparticulares en los modelos utilizados, así como el efecto del material del disco sobre la órbita de la binaria en el transcurso de la simulación.

El movimiento de las partículas del disco protoplanetario y de las masas estelares puntuales se integra utilizando el método de integración de Bulirsch–Stoer (Press et al. 1992). Se utilizará una expresión de la fuerza gravitatoria para cada una de las estrellas sin suavizado. La precisión del método utilizado se ha contrastado encontrándose que la energía se conserva mejor que una parte en  $10^{12}$  y el momento angular mejor que una parte en  $10^{14}$ . Dado que se están estudiando los



efectos promedio sobre un subdisco de polvo con un cierto rango de tamaños para las partículas y con el objeto de poder asegurar que se están considerando suficientes partículas en el disco como para obtener resultados significativos, se ha escogido un anillo de partículas representativo. El número de partículas,  $N$ , que contiene dicho anillo se escogió igual a 1.000, con la función inicial de masas que se ha comentado previamente. Desafortunadamente, el tiempo de CPU necesario para integrar más de 1.000 partículas en este anillo en torno al sistema jerárquico implica tiempos de cálculo prohibitivos, de manera que se escogerá  $N = 1.000$  como un compromiso entre una velocidad de cómputo adecuada y la obtención de resultados estadísticamente relevantes. Incluso si se considera un disco protoplanetario de radio 100 UA, se restringirán los cálculos a la parte interna del disco ( $\sim 30$  UA) y se seguirá la evolución de las partículas hasta que éstas abandonen la región de los planetas gigantes ( $\sim 5$  UA). Se cree que esta parte del disco puede ser la más interesante para el estudio de la formación de los planetas gigantes, ya que los candidatos a planetas extrasolares descubiertos en órbitas muy cercanas pueden explicarse como resultado de procesos de migración.

En las siguientes subsecciones se presentarán resultados representativos que describirán la naturaleza de la fase de partículas cercana al plano medio de la nebulosa protoplanetaria para una amplia variedad de tamaños de las partículas y de localizaciones de las mismas dentro de la nebulosa. Se considerará una nebulosa circunestelar con temperatura en el plano medio a distancia de 1 UA del centro de masas de la binaria de valor 280 K, pero también un disco protoplanetario con temperatura en el plano medio a una distancia de 1 UA del centro de masas de la binaria de 1.000 K. Este es el valor de la temperatura que se cree caracteriza la fase FU Orionis de las estrellas T–Tauri, la cual se manifiesta mediante breves episodios de alta temperatura y viscosidad (Hartmann et al. 1993). La dinámica de las partículas de polvo en una nebulosa protoplanetaria caliente ha sido estudiada previamente por Cuzzi y sus colaboradores (1993). Debido a la mayor temperatura de la nebulosa, el gradiente

de presión aumenta y el parámetro de perturbación  $\Psi$  es de unas 3 a 6 veces mayor (dependiendo de la distancia radial al centro de masas del sistema) que el correspondiente a una nebulosa más fría, dando lugar a un incremento equivalente en la velocidad de deriva radial del material en la región del plano medio de la nebulosa.

Con el objeto de ir incrementando la complejidad de forma progresiva, primero se analizará el caso de una estrella binaria y finalmente se considerará un sistema triple y el caso perpendicular. Para llevar a cabo los cálculos se adoptarán las siguientes hipótesis:

1. Las órbitas estelares son coplanares.
2. Las condiciones iniciales son recursivamente circulares.

Se escogerán las condiciones iniciales de manera que la binaria tenga una órbita circular. Los parámetros a especificar al comienzo de cada simulación son el radio y la naturaleza de la binaria, directa o retrógrada.

Uno de los casos particulares estudiados en una de las subsecciones de esta Sección es la evolución de una partícula en un sistema similar al que pertenece 16 Cygni B. Su compañera, también de tipo G, la orbita a unas 836 UA y la enana M distante la orbita a unas 10.000 UA, con lo que el sistema es altamente jerárquico. El principal resultado obtenido en esta Sección es que las trayectorias observadas son espirales y que el sentido de la espiral, *leading* o *trailing*, depende del sentido de rotación del compañero más cercano con respecto al disco. Si la otra componente de la binaria rota en el mismo sentido que las partículas del disco (sentido directo) se obtiene una espiral *trailing*, en caso contrario (rotación inversa o retrógrada) se obtiene una espiral *leading*.

#### 7.4.1 Caso Binario

En esta Subsección se considera una estrella doble con un disco protoplanetario alrededor de la estrella primaria. La primaria es una estrella de tipo solar y la masa de

la secundaria puede tener un valor de  $0,05 M_{\odot}$  (una proto-enana marrón),  $0,5 M_{\odot}$  (una estrella proto-M1V), y  $1,0 M_{\odot}$  (una estrella proto-G0V). Para cada par se utilizarán cuatro valores diferentes de la separación binaria (300, 600, 900, y 1.200 UA) con rotación directa y también retrógrada. Se denomina binaria directa a aquella cuya órbita es antihoraria (como las órbitas de las partículas en el disco) y retrógrada en caso contrario. La dirección de rotación de la compañera binaria es muy importante para el tipo de trayectoria de las partículas cuando se considera una nebulosa poco masiva. La perturbación de la compañera binaria da lugar a una estructura espiral en el disco de polvo protoplanetario. Las simulaciones llevadas a cabo muestran un brazo espiral, de manera que la perturbación espiral tiene únicamente el modo  $m = 1$ . Los brazos espirales pueden clasificarse por su orientación relativa con respecto a la dirección de rotación del disco y la estrella compañera. Un brazo espiral *trailing* es aquel cuyo extremo más externo apunta en la dirección opuesta a la rotación del disco, mientras que el extremo más externo de un brazo *leading* apunta en la dirección de rotación. En las simulaciones llevadas a cabo, los brazos espirales *trailing* aparecen cuando el disco compañero gira en torno al centro de masas de la binaria en la dirección de rotación del disco. Cuando la estrella compañera gira en sentido contrario a la dirección de rotación del disco se genera un brazo espiral L o brazo espiral *leading* (ver el Capítulo 5 dedicado a las perturbaciones espirales). La Figura (7.1) muestra ejemplos de ambos tipos de brazos espirales; en ambos casos la partícula es de tamaño métrico y la estrella compañera está en una órbita circular a una distancia de 900 UA de la estrella y su disco protoplanetario asociado. Las trayectorias se han representado en el sistema de referencia de la estrella que alberga el disco protoplanetario. El patrón de velocidades de la perturbación espiral es despreciable en este caso. Si la separación de la binaria es menor (por ejemplo, 300 UA), el patrón de velocidades es significativo y la órbita puede precesionar rápidamente. En las simulaciones llevadas a cabo en este Capítulo, los brazos espirales son similares a los brazos espirales de marea que pueden encontrarse en galaxias (Toomre y

Toomre 1972; Toomre 1978), pero en este caso los brazos espirales no son transitorios sino duraderos. Las perturbaciones de un único brazo espiral se diferencian de las perturbaciones con múltiples brazos espirales en una característica principal (Evans y Bead 1998); habitualmente, los discos pueden estabilizarse mediante un aumento de su temperatura, pero este fenómeno no se produce en este caso. Exceptuando el caso de número azimutal  $m = 2$ , no hay un valor claro de la temperatura que establezca la diferencia entre discos estables e inestables. Las perturbaciones de un brazo espiral son las únicas perturbaciones no axialmente simétricas que no tienen amortiguamiento en la resonancia interna de Lindblad (ver Capítulo 5). La formación de brazos espirales puede tener importantes consecuencias para la formación de planetas gigantes. Las partículas permanecen durante la mayor parte de su periodo orbital en la vecindad del brazo espiral, incrementándose la densidad superficial de material sólido en un factor significativo. De la Figura (7.1) se deduce que este factor puede ser 10 o más, dependiendo de la región del disco estudiada. Los mecanismos de confinamiento de partículas producidos por modos espirales (ver Capítulo 5) en discos protoplanetarios en torno a estrellas de tipo solar han sido analizados por el autor y el Dr. Barge (de la Fuente Marcos y Barge 1998, 1999). Las perturbaciones espirales pueden tener también implicaciones en la transformación físico-química de material primordial en la nebulosa solar. El procesamiento de material condritico y de material planetario en las ondas de densidad espirales de una nebulosa protoplanetaria ha sido estudiado en detalle por Wood (1996).

Se analizarán a continuación las vidas medias de las partículas cuyos tamaños se encuentran en los rangos 1–10 cm, 1–10 dm y 1–10 m para una nebulosa protoplanetaria de dos tipos distintos: un disco poco masivo ( $0,001 M_{\odot}$ ) y una nebulosa solar de masa mínima ( $0,01 M_{\odot}$ ). Los resultados de las campañas de observación llevadas a cabo en el continuo submilimétrico sugieren que únicamente un  $\sim 15\text{--}25\%$  del total de estrellas jóvenes ( $t \leq 3$  Ma) poco masivas de la secuencia pre-principal (CTTs y WTTs) tienen discos protoplanetarios más masivos que la nebulosa solar

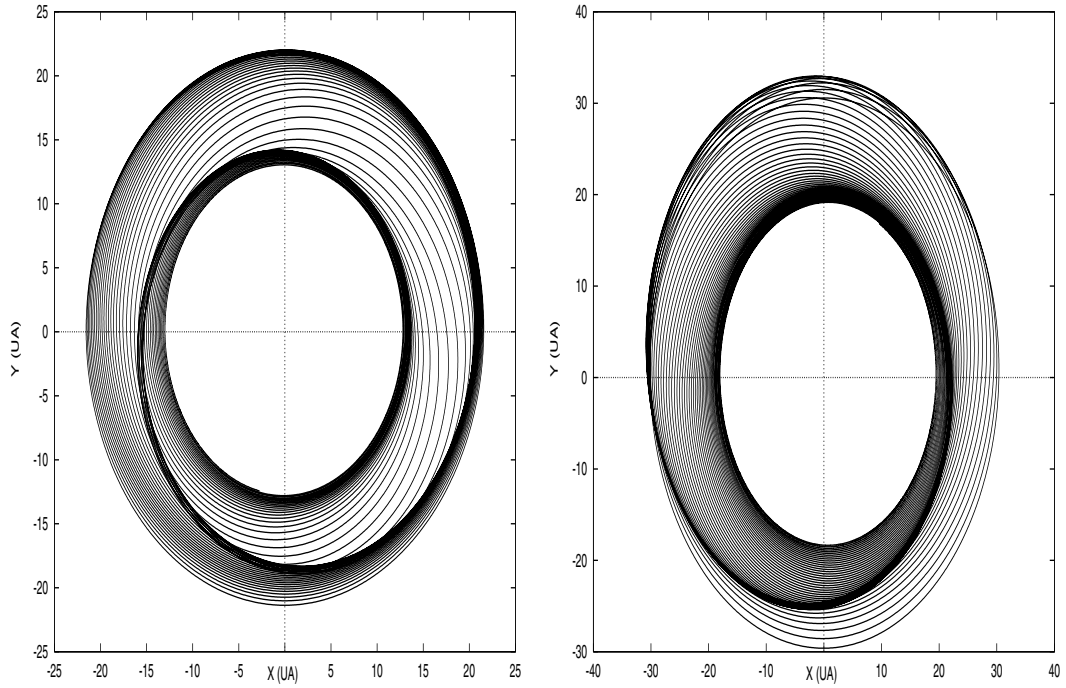


Figura 7.1: *a) (Izquierda)* Ejemplo de trayectoria de una partícula cuando la rotación de la compañera binaria es retrógrada, es decir, en el sentido de las agujas del reloj, con respecto al disco. La perturbación de la compañera produce un brazo espiral *leading*, es decir, el extremo externo del brazo espiral apunta en la dirección de rotación. La trayectoria está representada en un sistema de referencia centrado en la estrella progenitora. *b) (Derecha)* Ejemplo de trayectoria de una partícula para una compañera con sentido de rotación directo. En este caso el sentido de rotación para la otra componente de la estrella doble es el mismo que el de las partículas y el gas en el disco protoplanetario. La trayectoria muestra un brazo espiral. Se trata de un brazo espiral *trailing*, ya que el extremo externo del brazo apunta en la dirección opuesta a la rotación de la compañera. La trayectoria se ha representado en un sistema de referencia centrado en la estrella progenitora.

de masa mínima ( $M_{msn} = 0,01 M_{\odot}$ ). Aunque la masa circunestelar decrece con el tiempo, la escala temporal absoluta necesaria para completar la transición entre un disco con masa  $M_D > M_{msn}$  y un disco con  $M_D < M_{msn}$  varía de una estrella a otra y probablemente depende de las condiciones iniciales de la nebulosa, tales como la rotación y el campo magnético del núcleo progenitor. Sin embargo, el hecho de que, a una edad de aproximadamente  $\sim 10$  Ma virtualmente todas las estrellas parecen tener  $M_D < M_{msn}$ , indica que esta transición ocurre en algún momento durante la fase de la presecuencia principal ( $1 \text{ Ma} \leq t \leq 10 \text{ Ma}$ ). La fracción pequeña ( $\leq 10\%$ ) de estrellas de la presecuencia principal con discos de transición (tipo (c)), ópticamente delgados en las regiones internas pero con cantidades de material todavía sustanciales en sus partes externas, muestra que cuando ésto ocurre, la transición es corta, durando probablemente menos que unos pocos  $10^5$  años. Debido a que las medidas realizadas en el continuo milimétrico son sensibles a las partículas de polvo únicamente si éstas tienen un tamaño superior a unos pocos milímetros (mm), los resultados observacionales indican que la aglomeración de material del disco en planetesimales (partículas de un tamaño superior a unos pocos cm) tiene lugar durante la fase de la presecuencia principal.

#### **Disco con masa $M_D = 0,001 M_{\odot}$**

Los discos protoplanetarios poco masivos parecen ser una característica habitual en torno a estrellas con una edad superior a unos pocos Ma (André 1994), o estrellas T–Tauri de líneas débiles. Se estudiará la dinámica de partículas centimétricas, decimétricas y métricas en una nebulosa protoplanetaria poco masiva ( $0,001 M_{\odot}$ ). El resultado más relevante que se ha obtenido en las simulaciones (de la Fuente Marcos y de la Fuente Marcos 1998) es el incremento en un factor significativo de la vida media de los granos de polvo para partículas cuyo tamaño se encuentra en el rango  $0,1\text{--}10,0 \text{ m}$ . La escala de tiempo característica para la caída de las partículas a la estrella central es unas 10 veces mayor que la correspondiente a una nebulosa

solar de masa mínima. Las Figuras (7.2), (7.3), (7.4), (7.5), (7.6) y (7.7) muestran la variación de los semiejes mayores oscultrices (instantáneos) de las órbitas de las partículas en el disco protoplanetario. Las Figuras (7.2) y (7.3) son para partículas en el rango 1–10 cm, las Figuras (7.4) y (7.5) son para 1–10 dm y la Figuras (7.6) y (7.7) son para 1–10 m.

El efecto de una compañera subestelar de  $0,05 M_{\odot}$  sobre la dinámica de las partículas, para el rango de separaciones binarias considerado en esta Tesis, es despreciable. Es posible notar pequeñas diferencias para partículas decimétricas y métricas en el caso de una nebulosa fría (280 K a 1 UA), pero no hay ningún efecto para partículas centimétricas o para un modelo de nebulosa más caliente. En este caso los resultados son los mismos que los obtenidos para el sistema sin perturbar.

Una compañera de  $0,5 M_{\odot}$  induce una pequeña perturbación para partículas centimétricas, casi despreciable en el caso de una nebulosa caliente. Por otra parte, las Figuras (7.2), (7.3) (7.4), (7.5), (7.6) y (7.7) muestran que cuanto más pequeña es la separación de la binaria, más corta es la vida media de las partículas. Esto significa que una compañera cercana puede destruir un disco protoplanetario en una escala de tiempo muy corta, probablemente en menos de  $10^4$  años para un disco de partículas centimétricas. Se observa esta tendencia para los tres rangos de tamaños considerados, aunque para partículas de mayor tamaño la escala temporal es siempre mayor (el efecto del arrastre del gas es más débil). Las vidas medias más cortas corresponden a la compañera más masiva estudiada, de  $1 M_{\odot}$ . Por otra parte, cuanto más caliente sea la nebulosa, menor duración tendrán las vidas medias de las partículas. En esta Tesis se considerará una temperatura para la nebulosa caliente unas tres veces superior a la de la nebulosa fría y las vidas medias de las partículas son unas tres veces más cortas; así la vida media de las partículas es inversamente proporcional a la temperatura ( $T_o$ ) asociada al modelo de nebulosa.

Con respecto a la naturaleza (directa o retrógrada) de la compañera, no se observan diferencias para las partículas centimétricas, pero es posible destacar di-

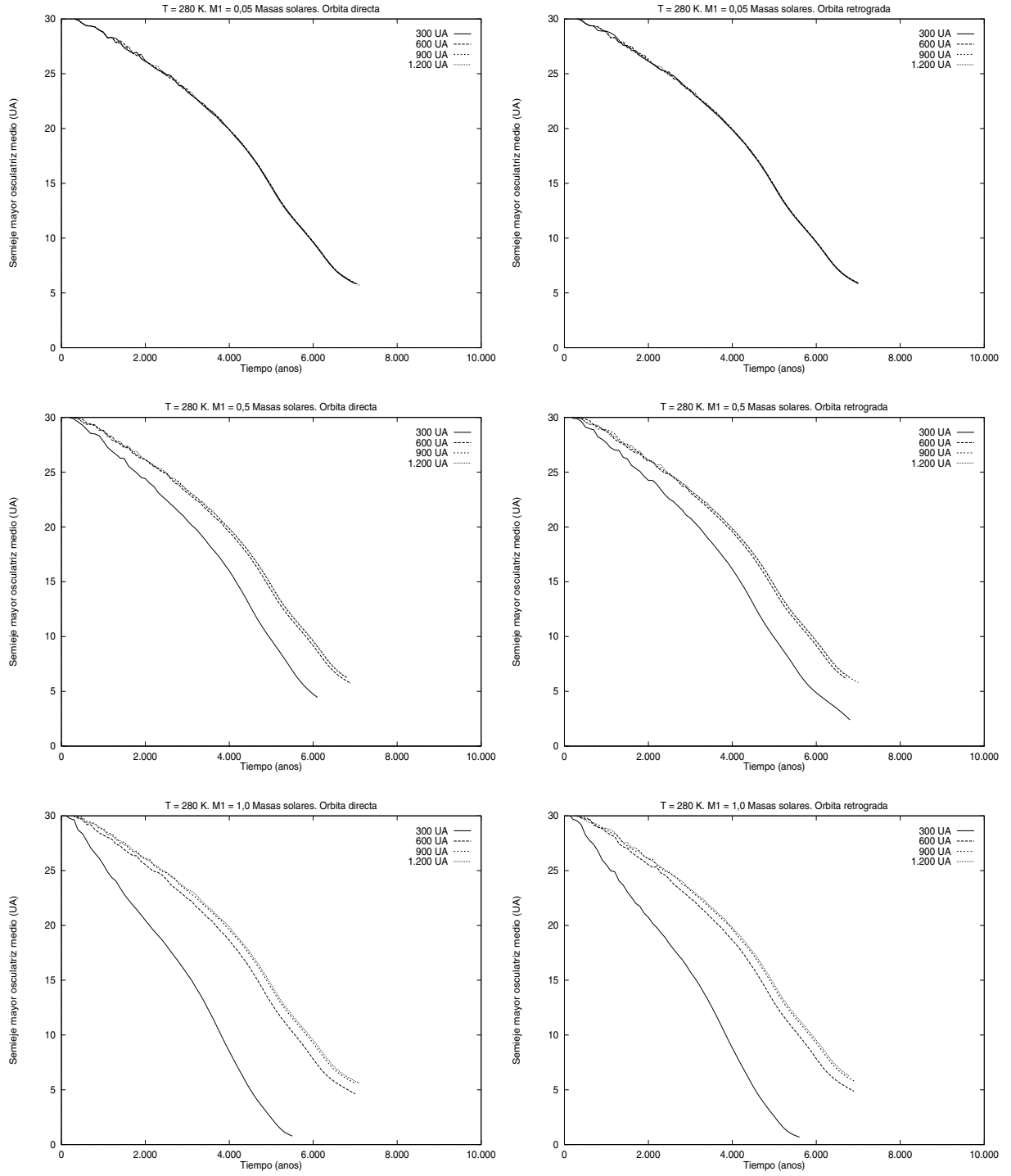
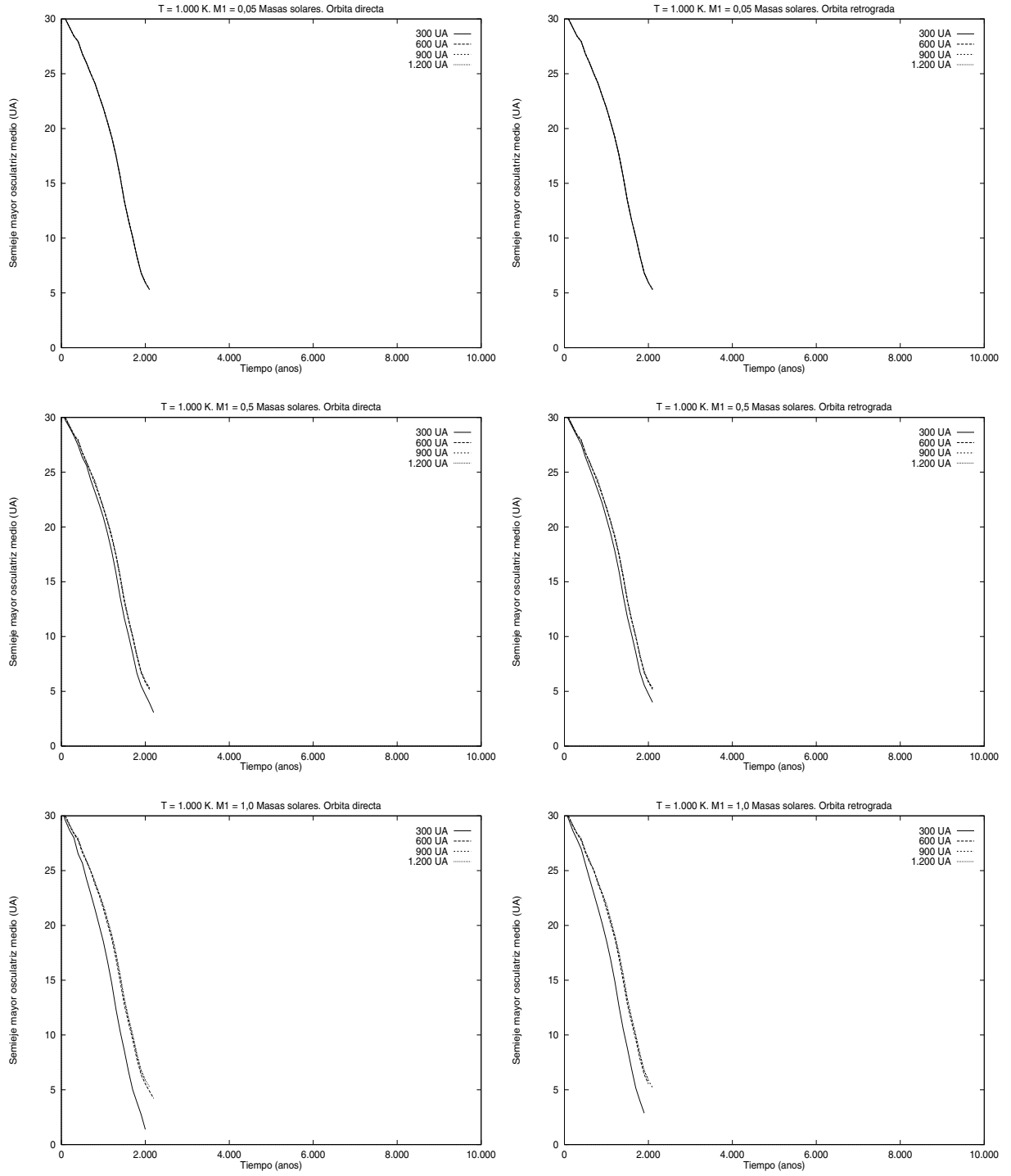
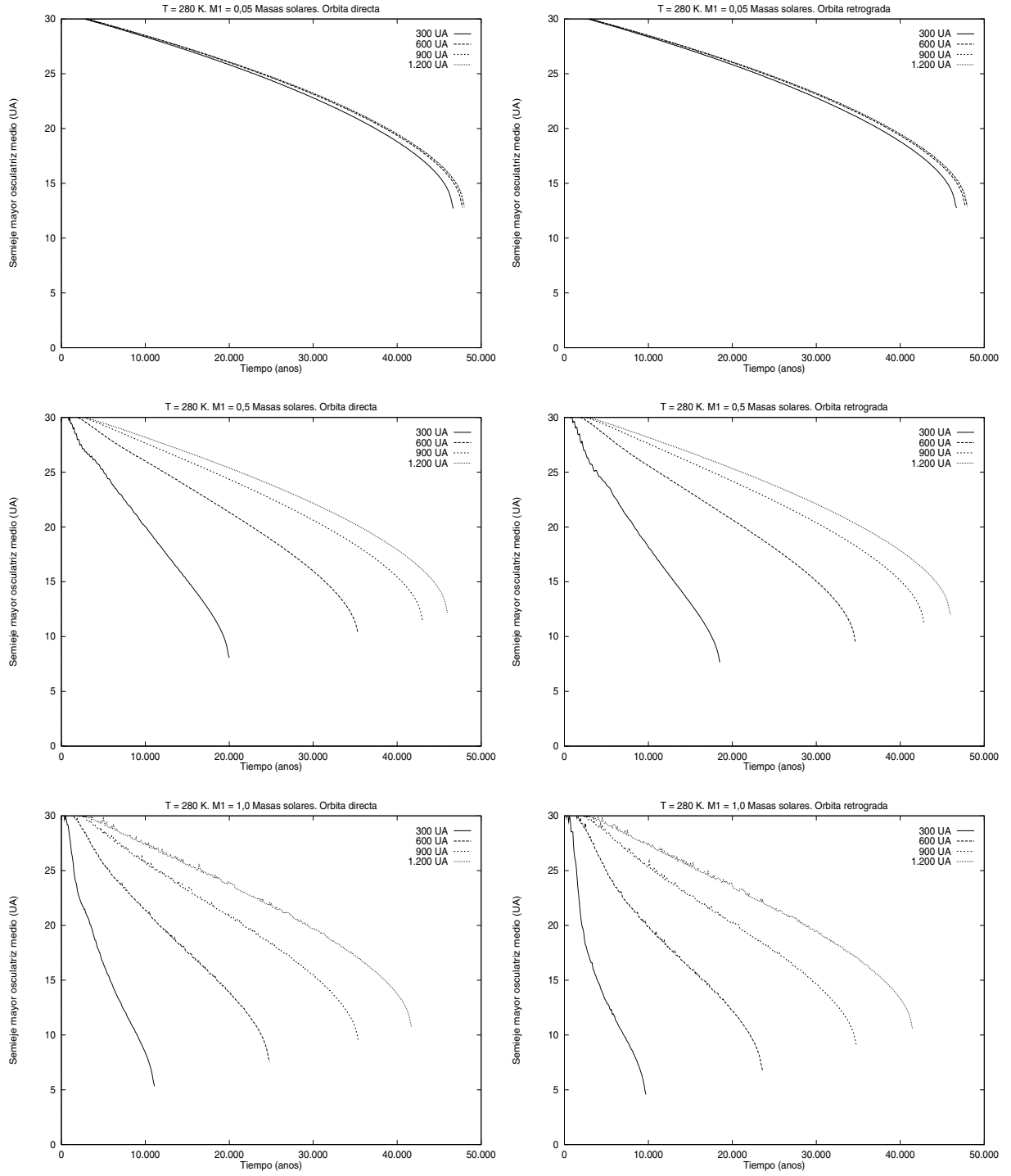


Figura 7.2: Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 cm. La primera fila de figuras es para una estrella compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas de la figura corresponden a una temperatura del disco de 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponden a una configuración retrógrada.

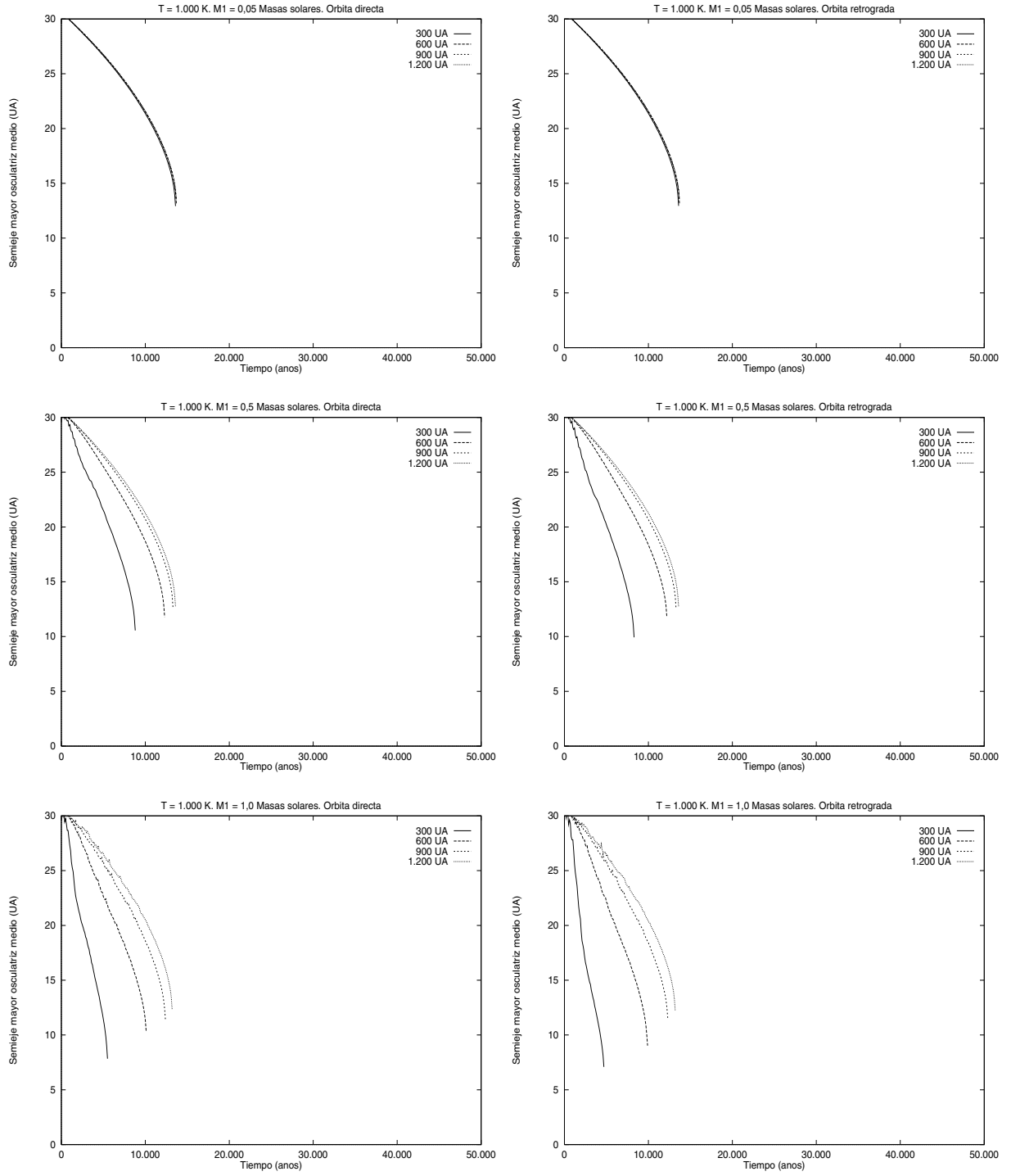




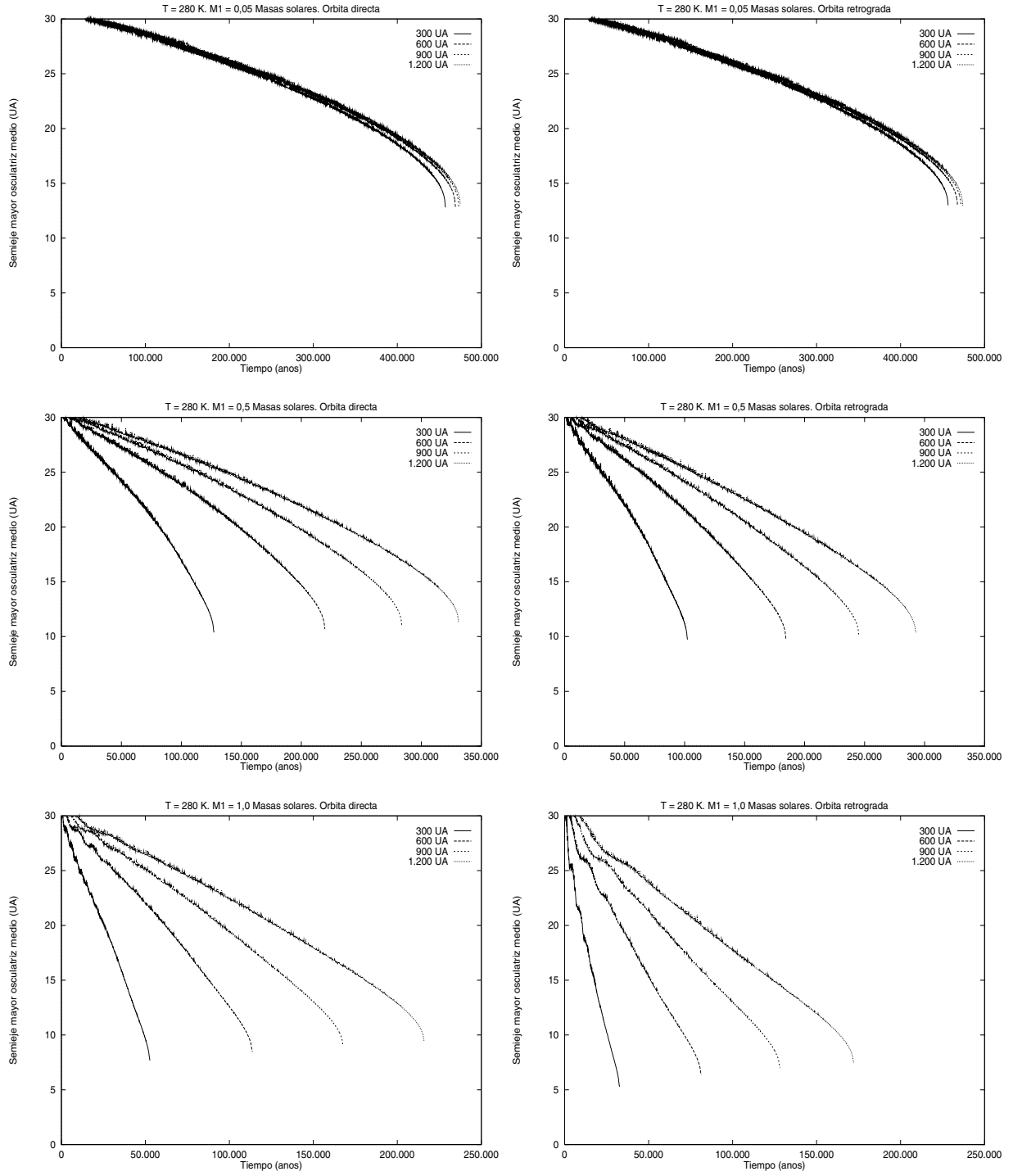
**Figura 7.3:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 cm. La primera fila de figuras es para una estrella compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas corresponden a una temperatura de 1,000 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a una configuración retrógrada.



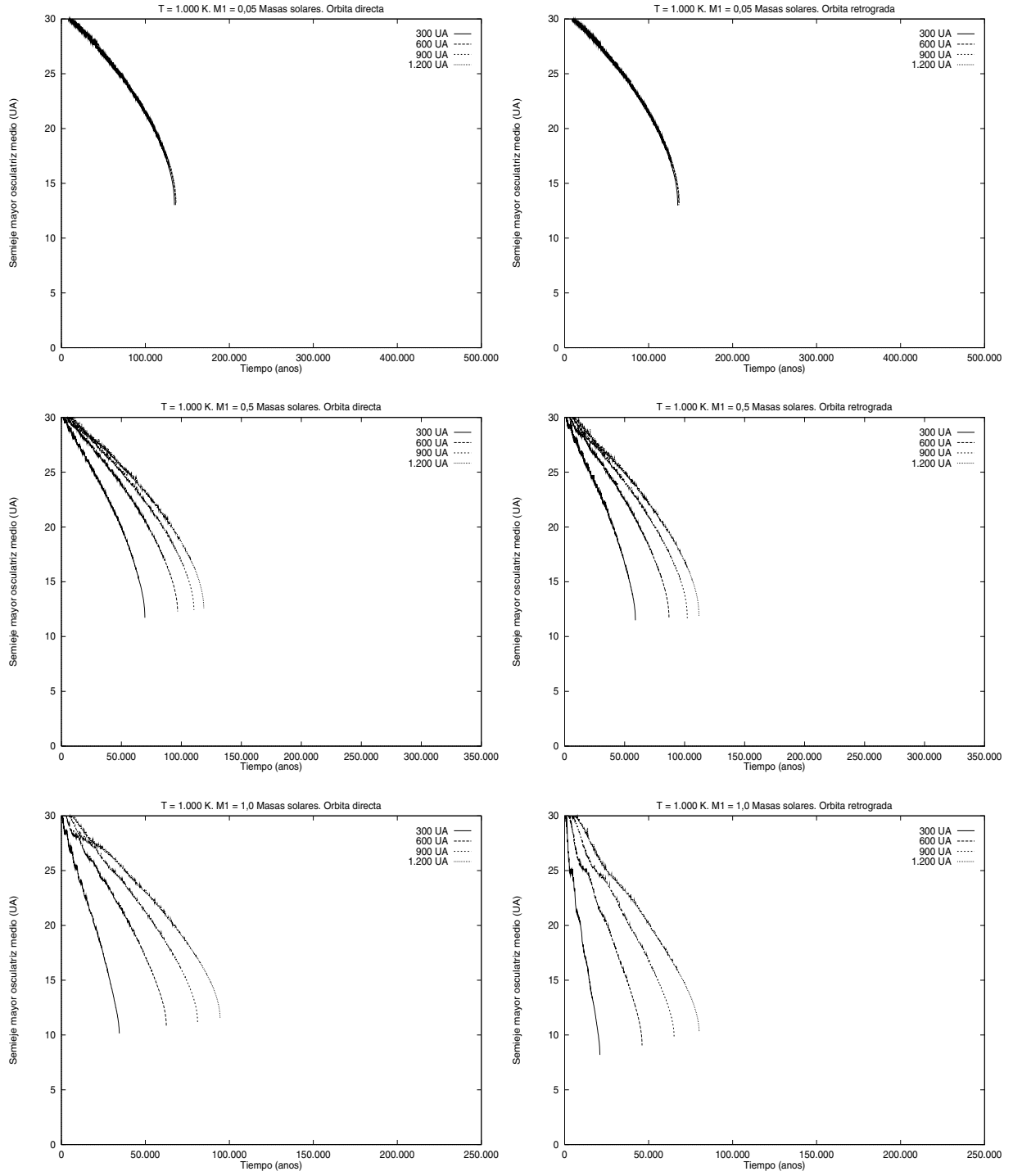
**Figura 7.4:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 dm. La primera fila de figuras corresponde a una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda fila es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para un disco con 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.



**Figura 7.5:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 dm. La primera fila de figuras corresponde a una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda fila es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para  $1.000$  K (a  $1$  UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.



**Figura 7.6:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 m. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para un disco con 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.



**Figura 7.7:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario poco masivo ( $0.001 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 m. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para 1.000 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.

ferencias significativas para partículas decimétricas y métricas. Las compañeras en órbitas directas inducen vidas medias ligeramente más largas comparadas con las correspondientes a configuraciones retrógradas. Así, puede decirse que en cierto sentido la presencia de una compañera directa estabiliza el disco protoplanetario. Esto tiene ciertas implicaciones con respecto al origen de las binarias. Es razonable suponer que una binaria primordial, esto es, una binaria que no se ha formado como resultado de procesos dinámicos en cúmulos estelares, debe tener una configuración directa. Por otra parte las binarias formadas dinámicamente pueden tener una probabilidad casi igual para configuraciones directas y retrógradas. Así, los discos en binarias primordiales deben ser más estables y las perturbaciones espirales *trailing* deben ser dominantes en ellos. Las perturbaciones espirales *leading* deben estar restringidas a binarias formadas en interacciones de tres cuerpos o como resultado de encuentros entre binarias.

#### **Disco con masa $M_D = 0,01 M_\odot$**

Como en la Subsección anterior, se considerarán partículas cayendo hacia el sistema estelar central desde una distancia de 30 UA hasta alcanzar la región equivalente a la actualmente ocupada por los planetas gigantes en la nebulosa solar. El efecto producido por la presencia de una estrella compañera enana marrón sobre la dinámica de las partículas para el rango de separaciones de binarias considerado en esta Tesis, es completamente despreciable si se tienen en cuenta las aproximaciones utilizadas aquí. El incremento de temperatura de la nebulosa hace que sea más fuerte la perturbación procedente del disco, de manera que las partículas caen hacia la estrella central siguiendo una trayectoria espiral en una escala de tiempo más corta; es decir, la vida media de las partículas es menor. Las Figuras (7.8), (7.9), (7.10), (7.11), (7.12) y (7.13) muestran que la vida media en una nebulosa solar de masa mínima decrece ligeramente si se compara con los resultados correspondientes a una nebulosa poco masiva que se mostraron en la Sección anterior. Las Figuras (7.8) y (7.9) son para

partículas en el rango de tamaños 1–10 cm, las Figuras (7.10) y (7.11) corresponden al rango 1–10 dm y las Figuras (7.12) y (7.13) corresponden al rango 1–10 m. Se observan las mismas tendencias que en el caso de la nebulosa poco masiva. Una compañera subestelar induce una perturbación incluso menor que en el caso de una nebulosa poco masiva. Esto es debido a que en una nebulosa más masiva el efecto de la autogravedad es más importante.

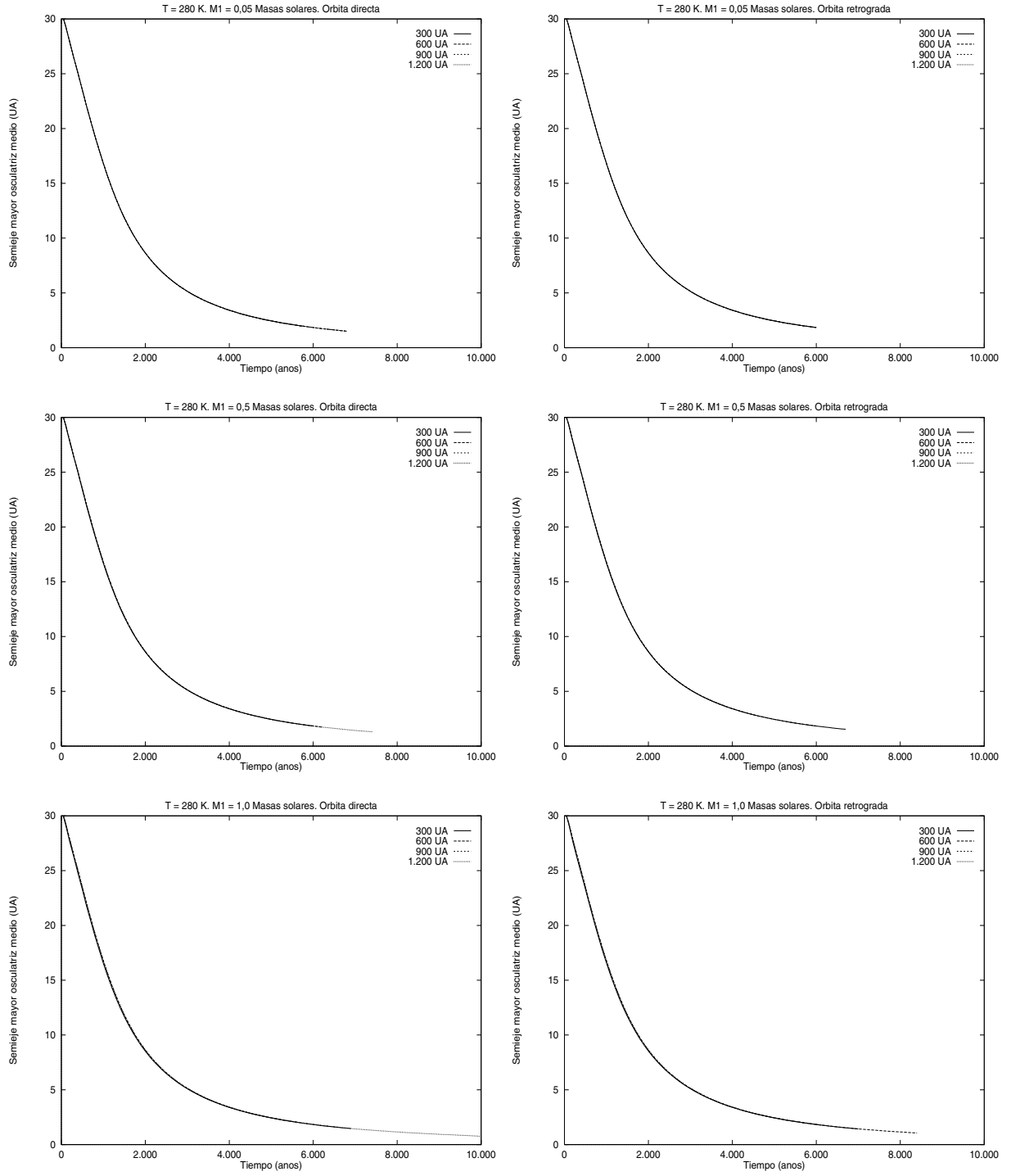
Una compañera de  $0,5 M_{\odot}$  reduce la vida media de las partículas decimétricas y métricas únicamente si la separación de la binaria es pequeña. Un resultado similar se obtiene para una compañera de  $1,0 M_{\odot}$ . En cualquier caso, las partículas métricas son las más fuertemente perturbadas por compañeras binarias. Como en los cálculos previos para una nebulosa menos masiva, las compañeras retrógradas hacen que la vida media de las partículas sea más corta que la correspondiente al caso de una compañera estelar directa. El aumento de temperatura de la nebulosa protoplanetaria da lugar a un decrecimiento proporcional en las vidas medias de las partículas.

#### 7.4.2 Caso Triple

Al igual que en los casos anteriores, los cálculos se restringirán a la siguiente situación:

1. las órbitas estelares son coplanarias;
2. las condiciones iniciales son recursivamente circulares.

El sistema triple que va a analizarse está compuesto de un par binario y una compañera distante, como es el caso de 16 Cygni B, constituido por un par binario con dos estrellas de tipo G y una enana M distante orbitando a una distancia de unas 10.000 UA. La Figura (7.14) muestra el efecto de las perturbaciones gravitatorias sobre la partícula. La nebulosa gaseosa se ha supuesto axialmente simétrica, luego la trayectoria espiral ha sido inducida por las otras componentes del sistema, principalmente el otro miembro del par binario para este caso particular. El resultado más notable, que se deriva de las dos gráficas mostradas (Figuras (7.14) y (7.15)), es el sentido



**Figura 7.8:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0.01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 cm. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Se muestran únicamente los resultados para  $M_1 = 1 M_{\odot}$ , ya que no hay diferencias con las gráficas correspondientes a compañeros estelares menos masivos. Ambas columnas son para un disco con 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.



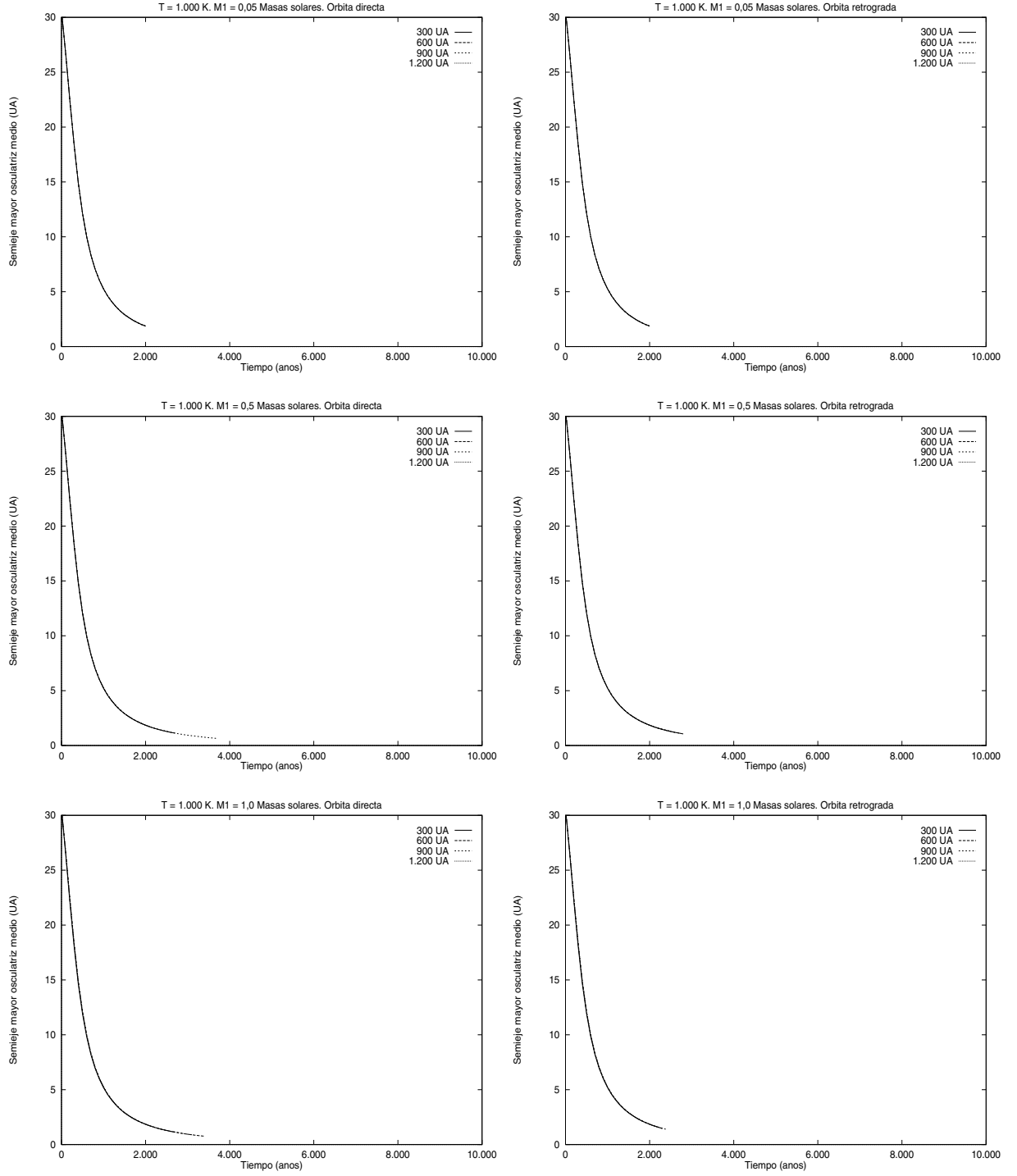


Figura 7.9: Evolución temporal del semieje mayor de las partículas en un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0.01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 cm. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Se muestran únicamente los resultados para  $M_1 = 1 M_{\odot}$ , ya que no hay diferencias con las gráficas correspondientes a compañeros estelares menos masivos. Ambas columnas son para  $1.000 \text{ K}$  (a  $1 \text{ UA}$ ). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.

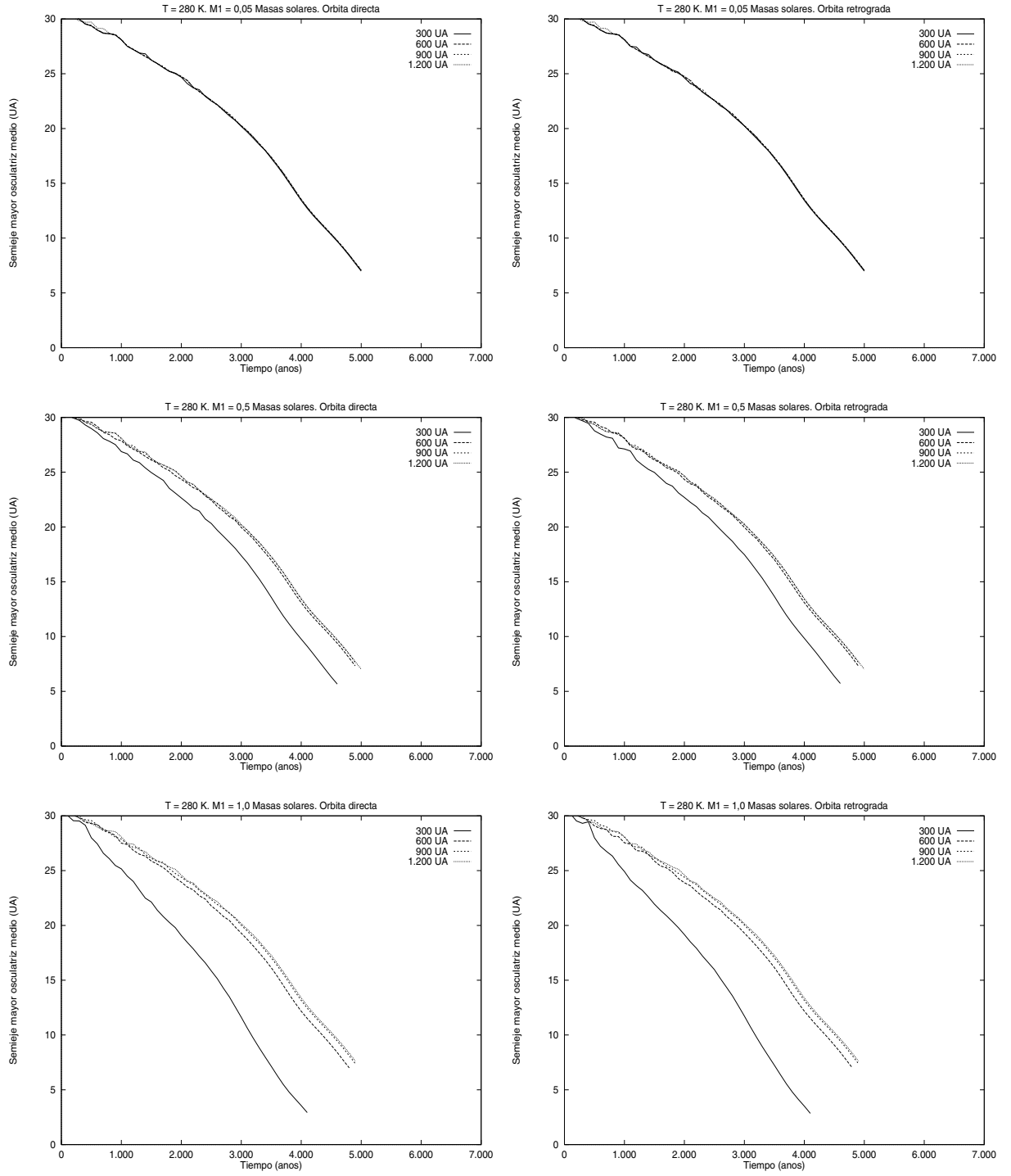


Figura 7.10: Evolución temporal de los semiejes mayores de las partículas en un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0.01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10  $\mu\text{m}$ . La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna es para un sistema retrógrado.

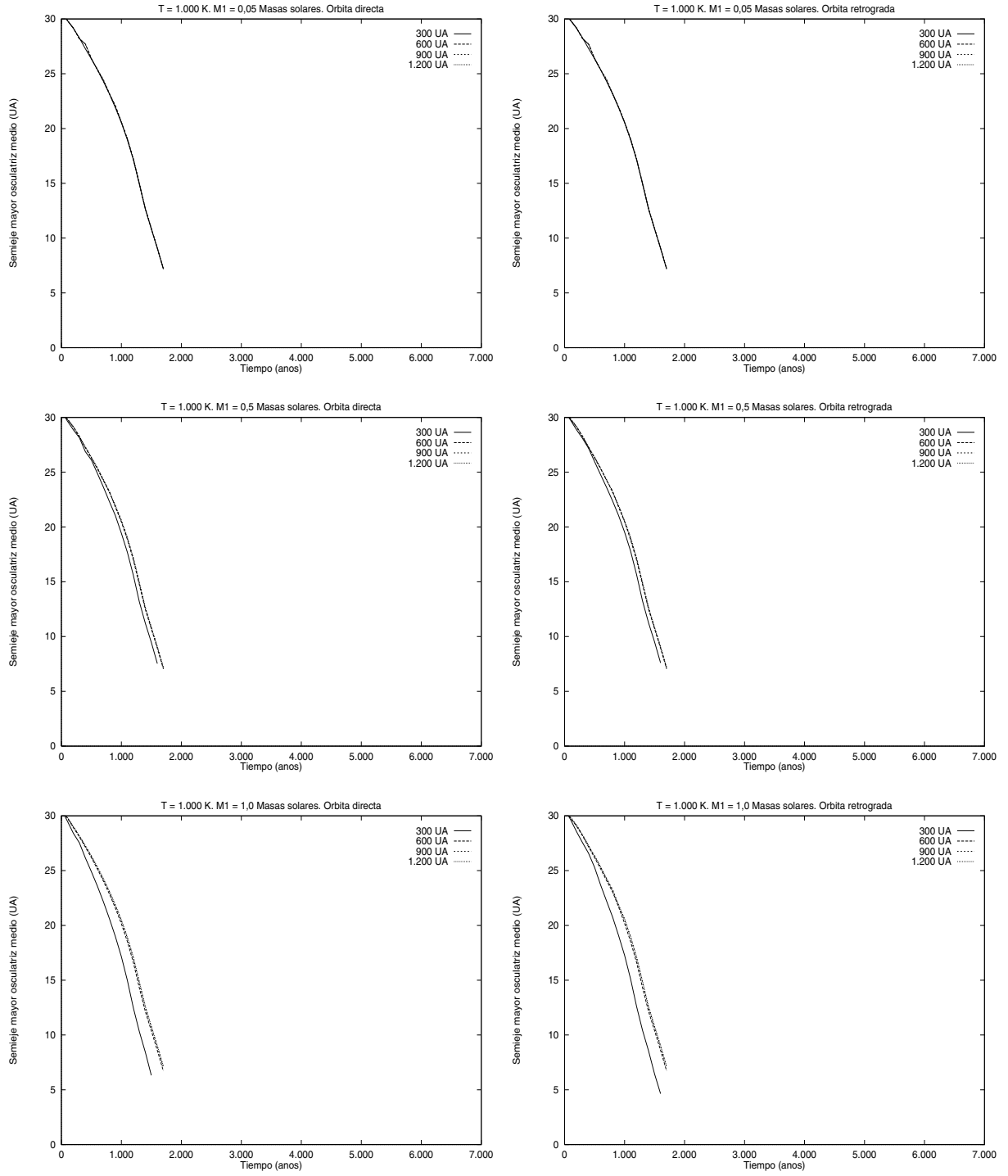


Figura 7.11: Evolución temporal de los semiejes mayores de las partículas en un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0,01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10  $\mu\text{m}$ . La primera fila de figuras es para una compañera de  $0,05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0,5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1,0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para 1.000 K (a 1 UA). La primera columna corresponde a una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.

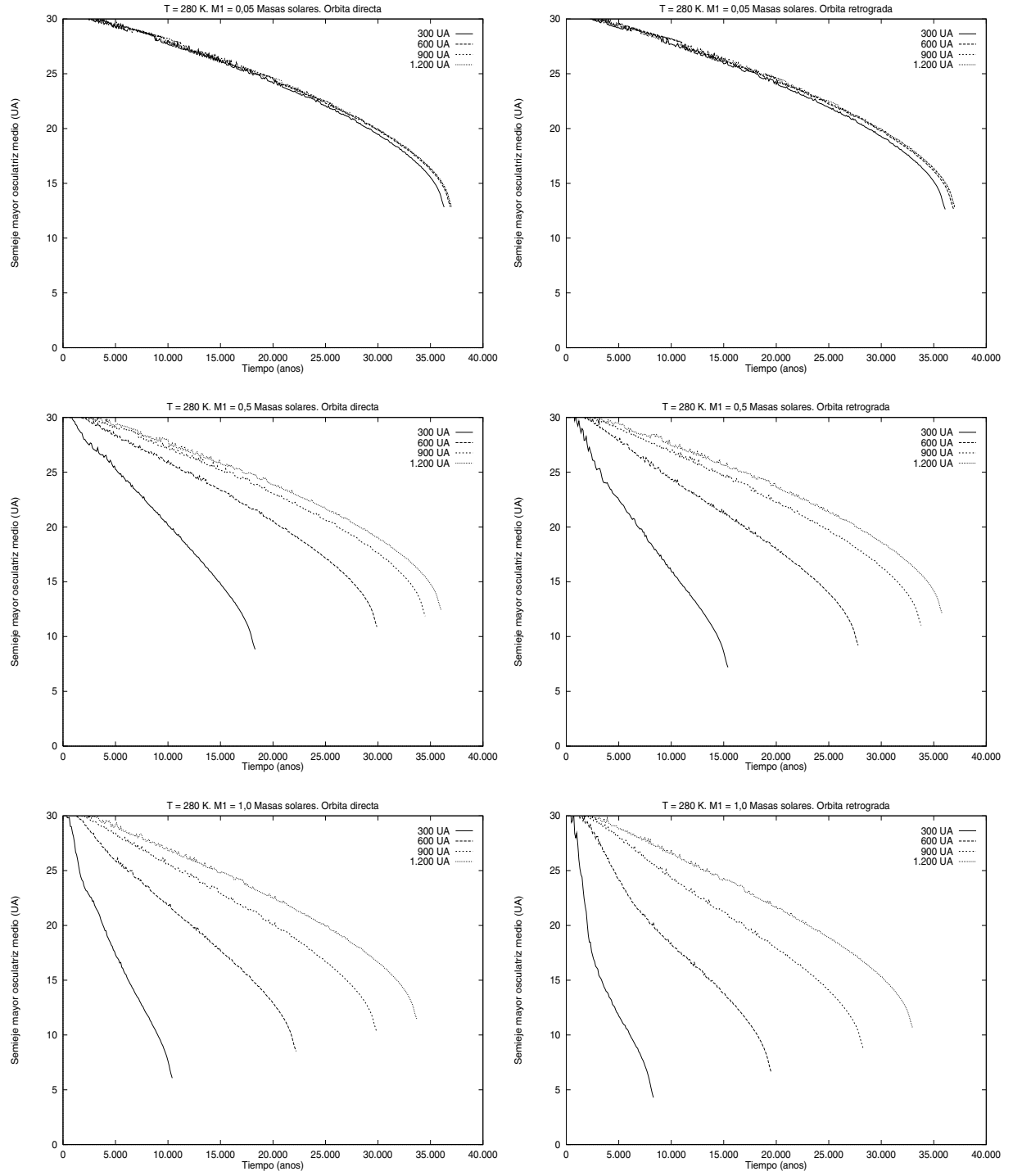
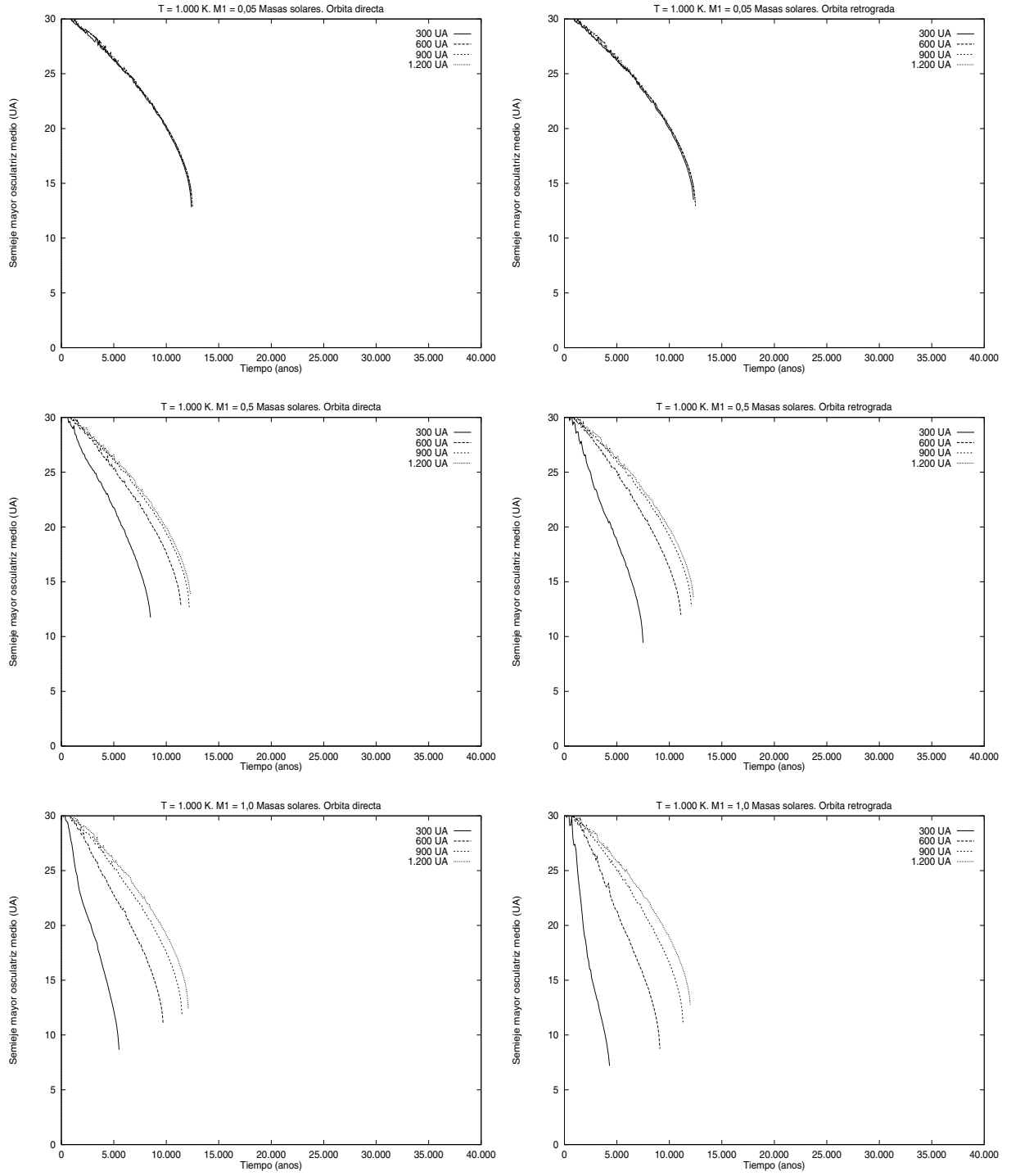


Figura 7.12: Evolución temporal del semieje mayor de las partículas para un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0.01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 m. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0.05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0.5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1.0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para un disco con 280 K (a 1 UA). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna corresponde a un sistema retrógrado.



**Figura 7.13:** Evolución temporal del semieje mayor de las partículas para un disco protoplanetario análogo a la nebulosa solar ( $0,01 M_{\odot}$ ). El tamaño de las partículas está en el rango 1–10 m. La primera fila de figuras es para una compañera de  $0,05 M_{\odot}$ , la segunda es para una compañera de  $0,5 M_{\odot}$ , y la tercera es para una compañera de  $1,0 M_{\odot}$ . Ambas columnas son para  $1.000 \text{ K}$  (a  $1 \text{ UA}$ ). La primera columna es para una configuración directa; la segunda columna es para un sistema retrógrado.

diferente de rotación de la espiral dependiendo del sentido de rotación del compañero. Cuando la otra componente de la binaria que compone el sistema triple está girando en el mismo sentido de rotación que las partículas del disco, se provoca una perturbación sobre la partícula que da lugar a una trayectoria espiral *trailing* (ver Figura (7.15)). Para los parámetros del sistema escogidos, la excentricidad orbital tiene un valor de 0,1, que apenas entraría dentro de la descripción cinemática ( $\epsilon$  pequeña) realizada en el Capítulo 5. Por otra parte, cuando se considera una componente de la binaria en rotación opuesta a la de las partículas del disco, la perturbación resultante da lugar a una trayectoria espiral *leading* como la mostrada en la Figura (7.14). Este comportamiento se observa, con mayor o menor espectacularidad, para el rango de tamaños comprendido entre centímetros y unos pocos metros. Por otra parte si se varía el semieje de la binaria, cambian drásticamente los tiempos de permanencia en la nebulosa (Tabla (7.1)) para las partículas, reduciéndose conforme el semieje del par binario es menor; no obstante este dato debe considerarse tan sólo como cualitativo, ya que conforme la separación de la binaria se reduce, las aproximaciones e hipótesis que sustentan los cálculos comienzan a perder validez. La Figura (7.16) muestra la evolución del semieje mayor osculatriz con el tiempo para sistemas jerárquicos triples directos y retrógrados.

### 7.4.3 Caso perpendicular

En esta Sección los cálculos se restringen a la siguiente situación:

1. la órbita del tercer cuerpo es perpendicular al plano orbital de la binaria interna;
2. las condiciones iniciales son recursivamente circulares.

Aunque pueda parecer una situación meramente académica, recientes experimentos numéricos parecen mostrar que esta configuración es particularmente estable, por lo que probablemente un porcentaje significativo de sistemas reales la poseen.

Tabla 7.1: Escala temporal de caída por fricción

	PROGRADO	RETROGRADO
$a^*$	$\tau_c^+$	$\tau_c^+$
250	799	880
300	2184	2299
400	5257	5314
500	8219	8247
600	10640	10719
700	12428	12478
800	13602	13602
900	14336	14377
1000	14824	14868
2000	15907	15907
3000	15980	15980
4000	16030	16030

\* Semieje mayor de la binaria interna (UA)

<sup>+</sup> Escala temporal de caída por fricción (años)

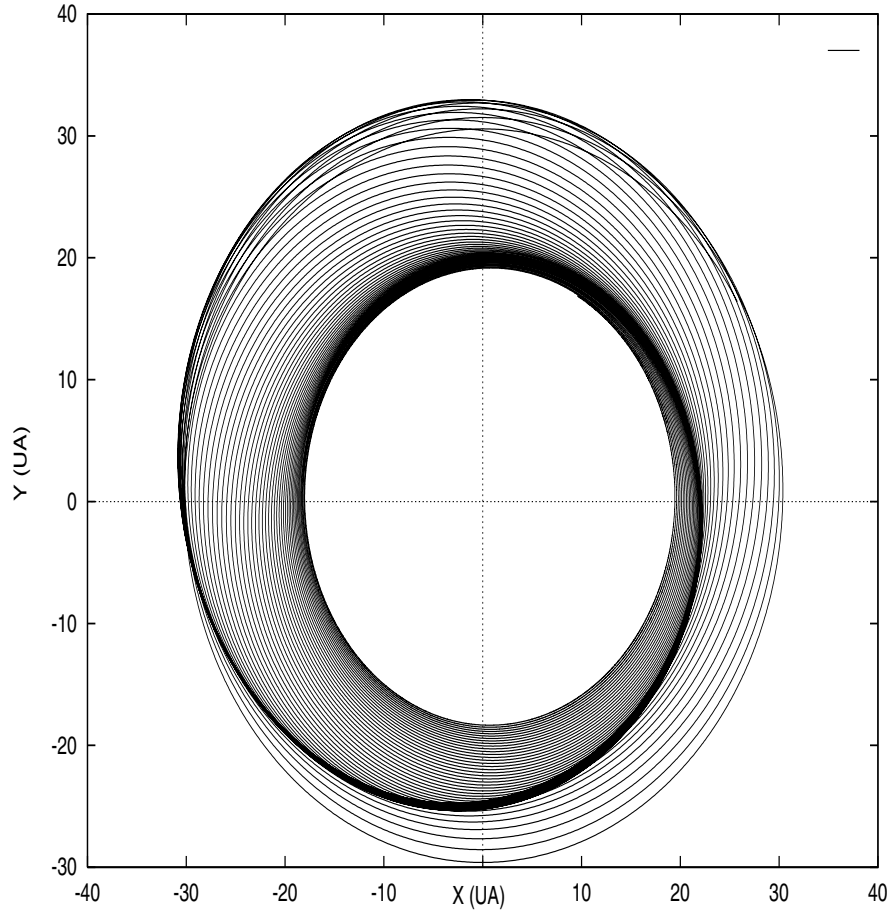


Figura 7.14: Efecto de las partículas gravitatorias del cuerpo externo sobre una partícula métrica para un sistema triple compuesto de un par binario con dos estrellas G y una compañera distante de tipo espectral M. La excentricidad de la órbita es de 0,1 con las condiciones iniciales indicadas en el texto. La espiral es de tipo *trailing* y el sentido de rotación del otro componente del par binario es directo.



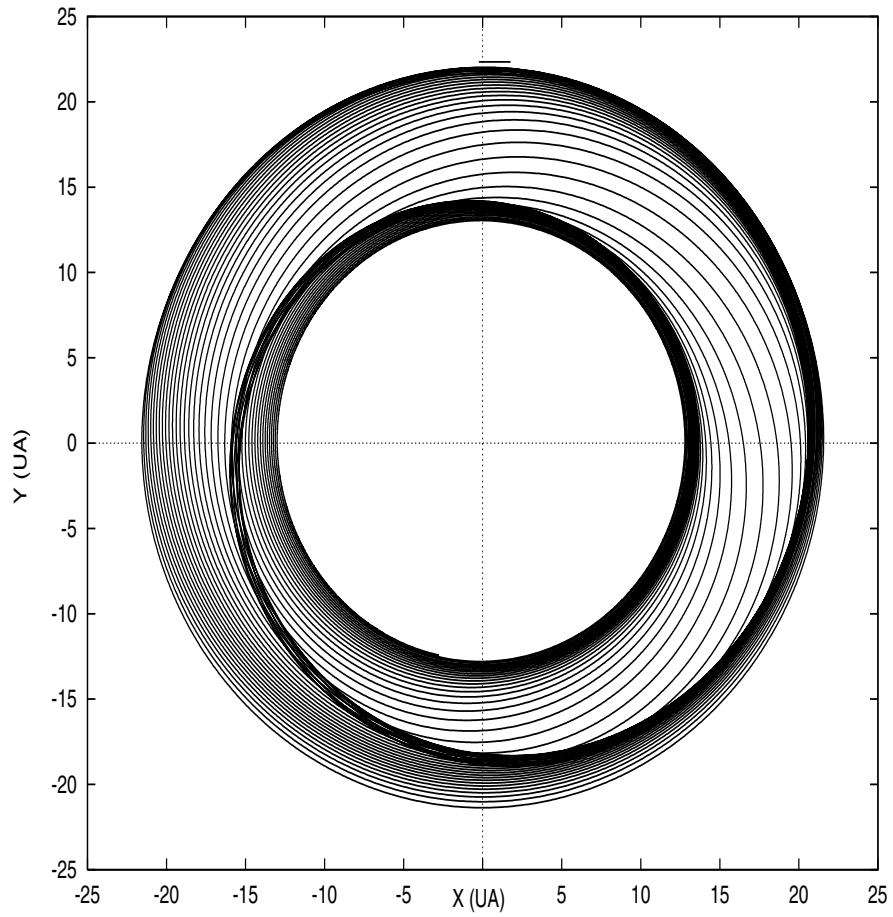
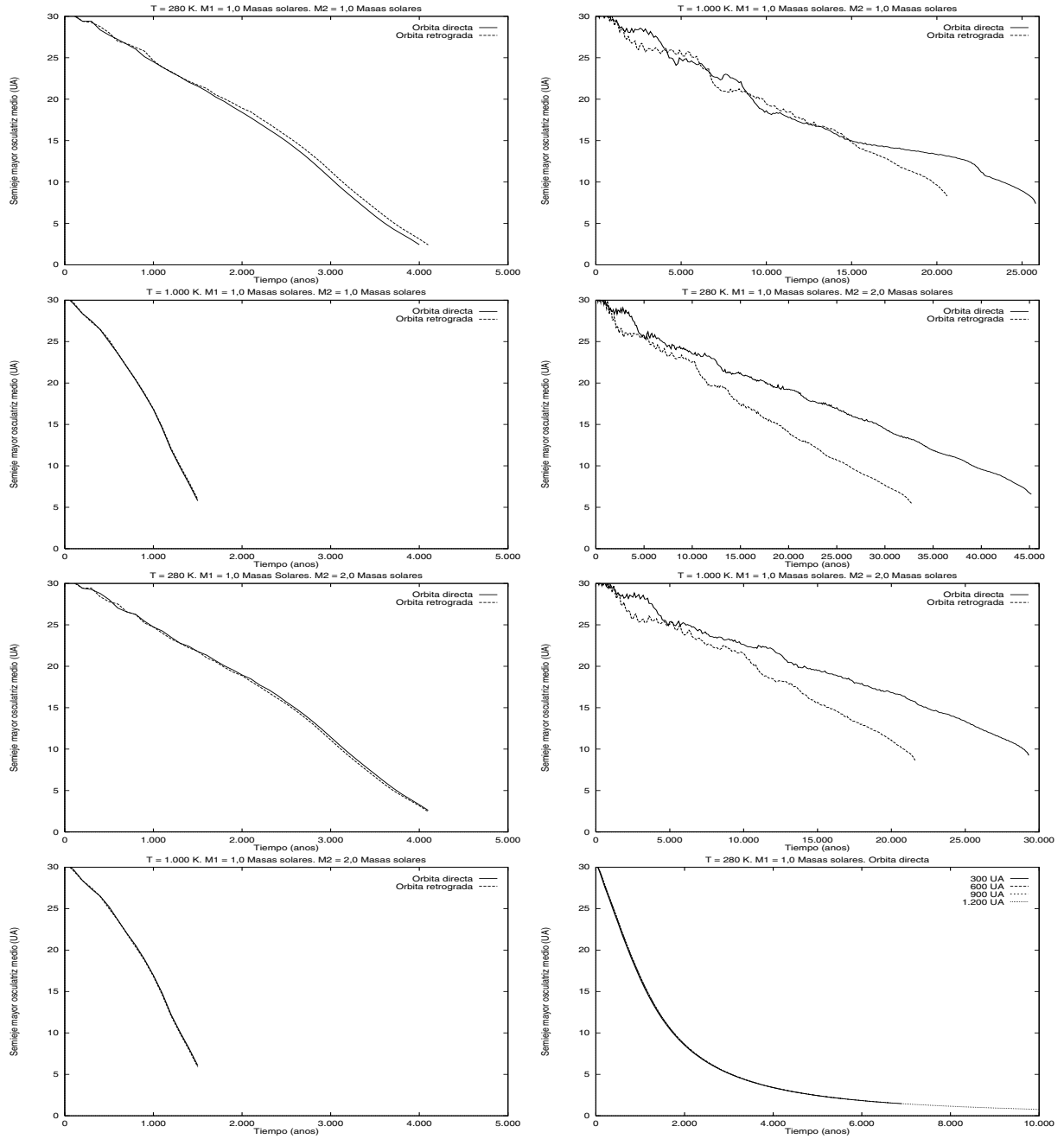


Figura 7.15: Figura análoga a la anterior, pero en este caso el otro componente del par binario del sistema triple gira en sentido retrógrado, con lo que la espiral es *leading*. La excentricidad inducida en la órbita de la partícula es 0,07.



**Figura 7.16:** *a)* (primera fila, izquierda) Semieje mayor medio oscultriz frente al tiempo en años hasta 5.000 años para sistemas triples directos y retrógrados con masa de las compañeras de valor  $1,0 M_{\odot}$  y  $T_0=280$  K. *b)* (primera fila, derecha) La misma situación que en la figura de la izquierda pero con escala temporal de 40.000 años. *c)* (segunda fila, izquierda) La misma situación que en las figuras de la primera fila, pero con  $T_0=1.000$  K y escala temporal de 5.000 años. *d)* (segunda fila, derecha) Igual que la figura de la izquierda, pero con escala temporal de 25.000 años. *e)* (tercera fila, izquierda) La misma situación que en las figuras de la segunda fila, pero con  $T_0=280$  K, masas de las compañeras de  $1 M_{\odot}$  y  $2 M_{\odot}$  y escala temporal de 5.000 años. *f)* (tercera fila, derecha) Igual que la figura de la izquierda, pero con escala temporal de 45.000 años. *g)* (cuarta fila, izquierda) La misma situación que en las figuras de la tercera fila, pero con  $T_0=1.000$  K y escala temporal de 5.000 años. *h)* (cuarta fila, derecha) Igual que la figura de la izquierda, pero con escala temporal de 30.000 años.

La introducción de una configuración tridimensional, incluso en un caso tan simplificado como el presente, añade complicaciones adicionales a la dinámica de la partícula. La perturbación del cuerpo situado fuera del plano orbital, aunque pequeña, provoca la aparición de una cierta inclinación en la órbita de la partícula. La Figura (7.17) muestra la proyección sobre el plano  $X - Y$  de la trayectoria tridimensional mostrada en la Figura (7.18). Cuando se considera que los planos orbitales de alguna o de todas las demás componentes del sistema triple forman un cierto ángulo con el plano de la nebulosa, aparece además otro efecto añadido, oscilaciones periódicas del plano orbital de la nebulosa. Aunque en el modelo simple que se está desarrollando, este hecho, no tiene apenas consecuencias; si se considera acreción sobre la partícula, el fenómeno de oscilación del plano orbital da lugar a un incremento de masa superior. Esto es debido a que las excursiones verticales de la partícula facilitarían el que ésta incorporase una mayor cantidad de masa. Debe señalarse que para este caso tridimensional, el estudio realizado es más bien preliminar, ya que sería necesario usar un modelo tridimensional de nebulosa y tener en cuenta la variación de los diversos parámetros de la misma con la altura sobre el plano medio del disco.

## 7.5 Discusión

Los resultados observacionales muestran que la presencia de una compañera binaria no impide la formación de un sistema planetario de un tamaño adecuado para que dicho sistema pueda adoptar una configuración jerárquica. Los resultados obtenidos para discos en sistemas binarios muestran que la supervivencia de discos protoplanetarios es posible, ya que aunque la perturbación de la compañera dé lugar a una reducción de las vidas medias de las partículas, este hecho produce un rápido decrecimiento en la masa del disco provocando un incremento neto en la vida media de las partículas métricas. Estas predicciones pueden comprobarse observacionalmente mediante el estudio de la luminosidad del disco. Si se supone que la luminosidad bo-

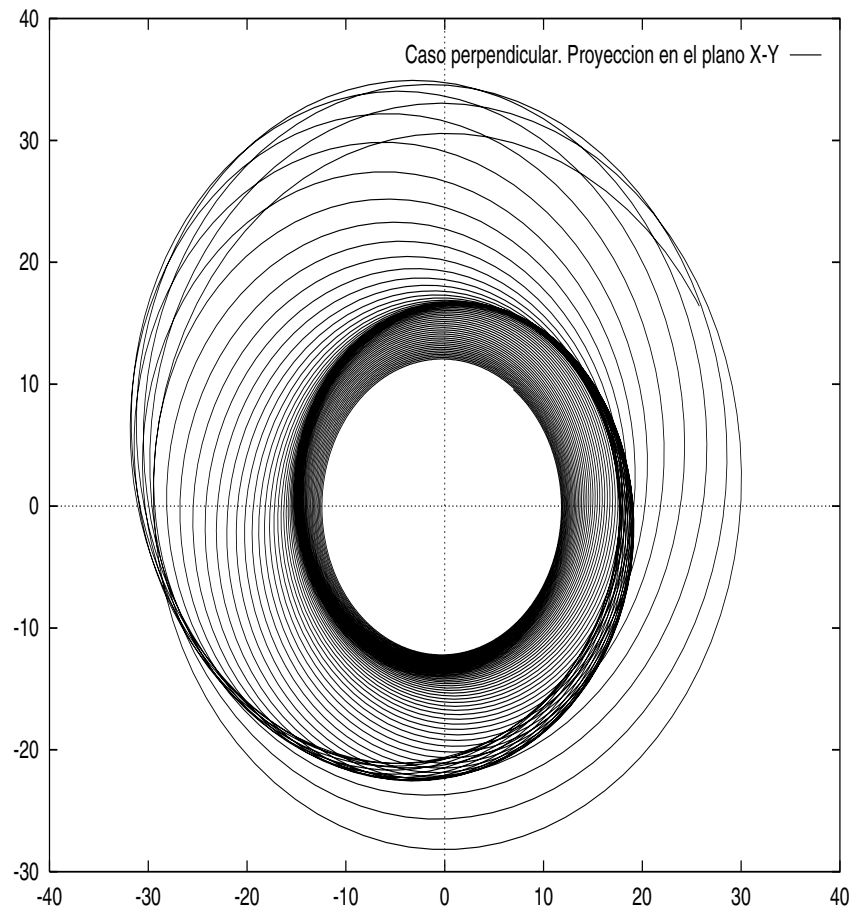


Figura 7.17: Proyección en el plano  $X - Y$  de la trayectoria de una partícula en un sistema en el que en el plano orbital de la otra componente del sistema binario forma  $90^\circ$  con el plano de la nebulosa.

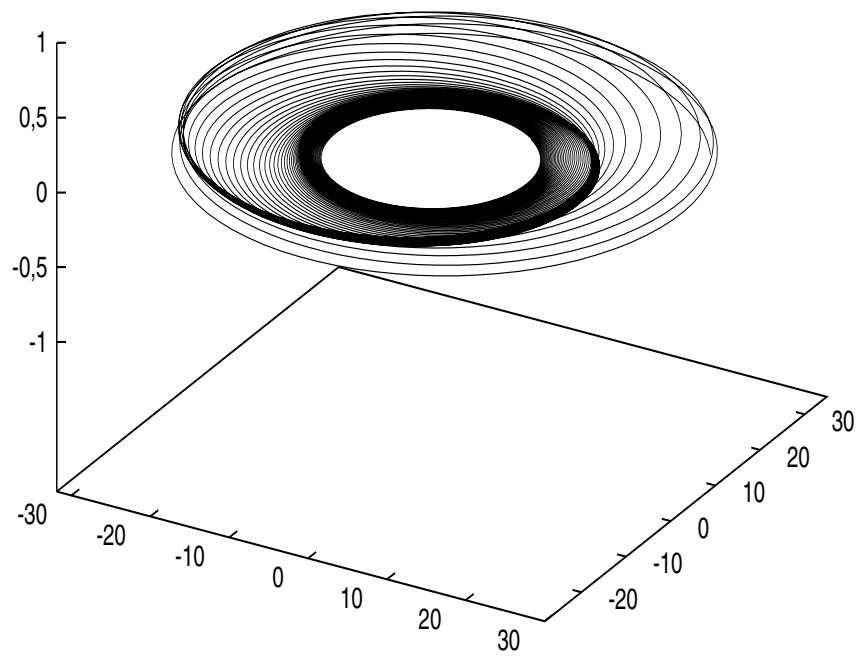


Figura 7.18: Trayectoria tridimensional correspondiente a la misma partícula de la figura anterior. La presencia de un cuerpo girando en un plano perpendicular al del disco induce oscilaciones en el plano orbital de la partícula.

lométrica del disco,  $L_D$ , procede mayoritariamente del transporte de material hacia el interior del sistema, esto es, se desprecia cualquier contribución a la luminosidad procedente del reprocesado de fotones estelares, un límite superior para la luminosidad viene dado por:

$$(7.7) \quad L_D \approx \frac{GM_o\dot{M}}{2R_o},$$

donde  $M_o$  y  $R_o$  son la masa y el radio, respectivamente, de la estrella progenitora del disco y  $\dot{M}$  es el ritmo de acreción de masa promedio. Por otra parte,  $\dot{M}$  puede ser aproximado por  $\dot{M} \approx 2\pi\sigma R_D v_r$ , de manera que es posible hacer una estimación de  $v_r$  a partir de datos observacionales. A continuación se analizarán con más detalle dos casos especiales en los cuales la aproximación utilizada en esta Tesis puede ser útil para comprender los procesos implicados.

### 7.5.1 Estrellas post T–Tauri en binarias

Las estrellas post T–Tauri (PTT) son estrellas jóvenes las cuales, aunque son más viejas que las estrellas CTT, no han alcanzado todavía la secuencia principal. Las estrellas PTT aisladas son extremadamente difíciles de detectar. Murphy (1969) propuso un método de búsqueda de estrellas PTT basado en el estudio de binarias visuales en las cuales la primaria es una estrella de tipo O o de tipo B y la secundaria es de tipo A o posterior. Teniendo en cuenta que las primarias poseen como mucho una edad de 150 Ma, se deduce que las secundarias de menor masa están todavía contrayéndose hacia la secuencia principal o han llegado recientemente a ella. Utilizando este método, Gahm y sus colaboradores (1983) y Lindroos (1985, 1986) identificaron 80 posibles estrellas PTT. Ray y su equipo (1994, 1996) comunicaron la detección de un exceso en el infrarrojo lejano en algunos de los sistemas binarios de la muestra de Lindroos consistente en una secundaria PTT y una primaria de tipo B. Estos autores concluyeron que las estrellas PTT están rodeadas de polvo que puede estar en forma de discos. Las estrellas PTT tienen típicamente 10 veces más edad que las CTTs, así el polvo ha evolucionado en una escala de tiempo de 20 Ma o más.

Los límites superiores deducidos para la cantidad de polvo presente en la nebulosa son típicamente uno o dos órdenes de magnitud inferiores a los encontrados en torno a CTTs, esto es,  $10^{-6}$ – $10^{-4} M_{\odot}$  frente a  $10^{-5}$ – $10^{-2} M_{\odot}$ . La cuestión que se plantea es si es la primaria masiva o el disco el que conduce a la rápida evolución del polvo. A la luz de los resultados obtenidos, la naturaleza binaria de las estrellas PTT es un elemento fundamental para explicar la rápida evolución de la fase de polvo en este tipo de estrellas; más concretamente, la gran masa de la primaria parece ser la responsable del incremento del ritmo de acreción sobre la estrella progenitora del disco. Este hecho ilustra el riesgo de extrapolar resultados globales a partir de muestras de estrellas binarias en este campo; las compañeras binarias masivas pueden tener una influencia decisiva en la evolución dinámica de los discos protoplanetarios. Como ejemplo, considérese un disco de partículas decimétricas alrededor de una estrella de tipo solar y una primaria de  $8,0 M_{\odot}$  (B2.5 V), a una distancia de 1.200 UA de la secundaria, con una temperatura del disco de 1.000 K (a 1 UA). La Figura (7.19) muestra la evolución de la distancia media de las partículas del disco a la secundaria para dos masas diferentes del disco, 0,01 y 0,001  $M_{\odot}$ . El primer caso corresponde a una nebulosa solar de masa mínima y no es muy realista, ya que se espera que los discos en torno a este tipo de estrellas sean menos masivos. En este caso la vida media no se ve afectada si se compara con los valores mostrados en la Figura (7.10). Sin embargo, cuando se considera una nebulosa poco masiva la vida media se reduce a la mitad. Si se disminuye la temperatura del disco, el efecto, es incluso, más acusado.

### 7.5.2 Discos circumpulsar

Wolszczan y Frail (1992) comunicaron el sorprendente descubrimiento de los primeros planetas extrasolares: dos cuerpos de masa  $\sim 3 M_{\oplus}$  orbitando el pulsar de milisegundos 1257+12. Un tercer cuerpo, de masa  $\sim 0,015 M_{\odot}$  fue anunciado por Wolszczan (1994) y es posible que haya un cuarto objeto, de tipo joviano, en el sistema 1257+12 (Wolszczan 1997). Se cree que las estrellas de neutrones pasan por varias fases evo-

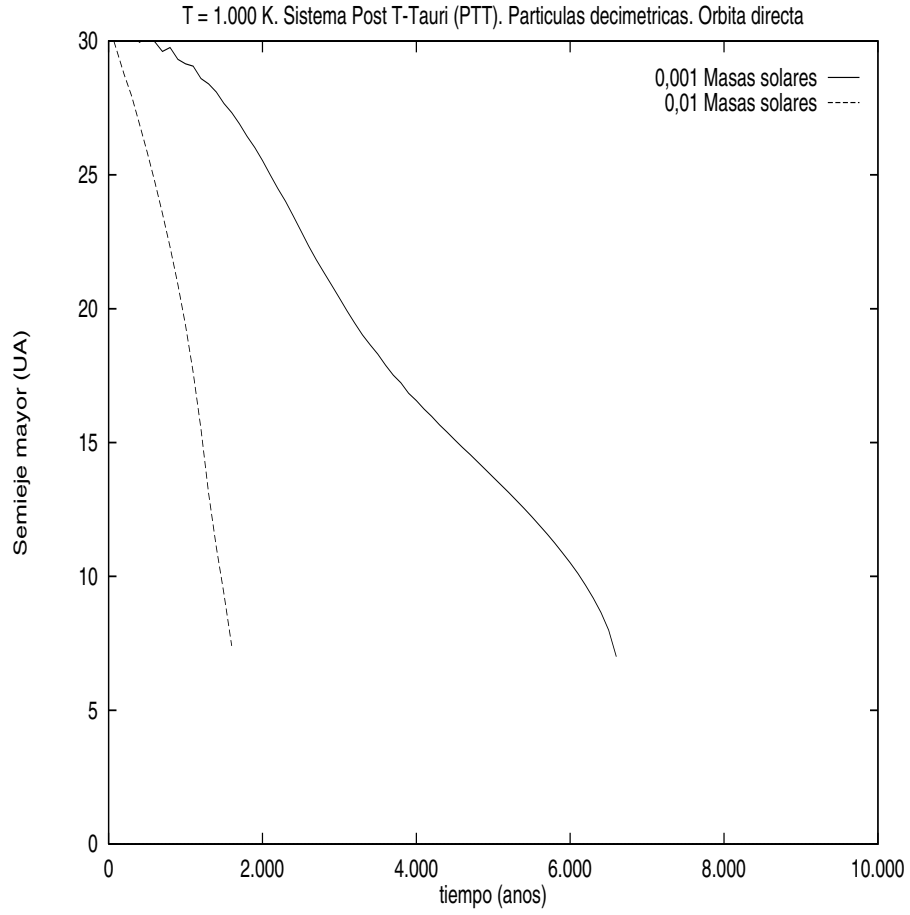


Figura 7.19: Evolución temporal del semieje mayor osculatriz para un disco de partículas decimétricas sometidas a la perturbación producida por una compañera binaria de  $8,0 M_{\odot}$ , a una distancia de 1.200 UA de la secundaria en un sistema post T-Tauri. La temperatura del disco a 1 UA es de 1.000 K.



lutivas catastróficas que serían capaces de destruir un sistema planetario, incluyendo la fase de gigante roja de la estrella progenitora, y la explosión de supernova en la que nació la estrella de neutrones. La probabilidad de que planetas preexistentes pudieran sobrevivir a dicha explosión es pequeña, de manera que la mayoría de los modelos de formación de planetas en torno a pulsares postulan que los planetas se forman a partir de un disco circunestelar algún tiempo después de la explosión de supernova (ver Podsiadlowski 1993; Phinney y Hansen 1993). Las búsquedas de material circunestelar alrededor de los pulsares (Van Buren y Terebey 1993; Phillips y Chandler 1994) han deducido unos límites superiores para la masa del disco de valor  $\lesssim 10^{-2} M_{\odot}$ .

Phillips y Chandler (1994) mostraron que el mecanismo más efectivo para barrer los granos de polvo de un disco circumpulsar es debido a la presión del medio interestelar mediante la cual los pulsares se mueven. Sin embargo, no todos los pulsares tienen velocidades del orden de  $100 \text{ km s}^{-1}$ , así que este mecanismo no es aplicable en todos los casos. Por otra parte, algunos de ellos poseen compañeros binarios. Para estos discos hipotéticos en torno a pulsares lentos, el tamaño medio del material en el disco, la temperatura y el ritmo de enfriamiento serían de gran importancia en lo que se refiere a las escalas temporales para la formación planetaria en torno al pulsar. La presencia de una compañera o compañero binario en sistemas que no expulsan a sus miembros, puede facilitar la formación planetaria induciendo perturbaciones espirales en el disco. Sin embargo, se trata tan sólo de una explicación cualitativa, ya que depende fuertemente de las condiciones físicas en el disco circumpulsar, si es que existe tal disco.

## 7.6 Conclusiones

Se ha desarrollado un programa para modelar la dinámica de la componente sólida de un disco protoplanetario completamente viscoso, acoplado y de dos fases en el que el gas está soportado por la presión y las partículas están acopladas al gas únicamente

mediante fuerzas de arrastre. Este programa reproduce resultados estándar correspondientes a estudios previos (ver, por ejemplo, Weidenschilling 1977, 1988) sobre medio ambientes de formación planetaria en estrellas individuales. En este Capítulo la nebulosa circunestelar está localizada en un sistema binario en una configuración jerárquica. Los resultados obtenidos indican que la vida media de las partículas en un medio ambiente binario de este tipo, se reduce, en la mayoría de las posibles configuraciones, para partículas con tamaños en el rango 0,1–10 m con respecto al caso de una estrella individual. Sin embargo, ésto da lugar a un incremento de la aglomeración de las partículas sólidas, decreciendo al mismo tiempo la masa de la nebulosa, e incrementándose globalmente la vida media de las partículas, preferentemente de las métricas. Esto se debe principalmente a que la vida media de estas partículas en discos protoplanetarios de baja masa ( $0,001 M_{\odot}$ ) es muy larga comparada con la correspondiente a discos de  $0,01 M_{\odot}$ . Esta pequeña deriva radial, resultado directo del arrastre diferencial del gas, puede facilitar la acreción rápida de planetesimales de radio 100 Km. Por consiguiente, la vida media de las partículas en un disco protoplanetario aumenta en función del tiempo debido a que la masa del disco decrece a medida que el disco evoluciona y también como consecuencia del enfriamiento del disco. El crecimiento de los granos de polvo se intensifica, además, debido a que las perturbaciones espirales de un único brazo ( $m = 1$ ) tienen lugar en la fase de polvo del disco protoplanetario inducidas por la interacción de marea entre el disco y la estrella compañera del sistema binario. La densidad superficial de material sólido aumenta en los alrededores del brazo espiral creado por la interacción de marea facilitando que los planetesimales lleguen a ser de mayor tamaño en una escala temporal más corta. De esta manera, los resultados obtenidos indican que la formación planetaria resulta favorecida en un medio ambiente binario a condición de que el tamaño del disco sea más pequeño que el límite de truncamiento de marea para el sistema.

Los resultados muestran, además, que la vida media correspondiente a las

partículas de tamaño decimétrico y de tamaño métrico aumenta si la órbita de la estrella compañera tiene un sentido de rotación directo con respecto al disco. Las partículas centimétricas y milimétricas parecen no estar afectadas por la presencia de un objeto perturbador bajo las aproximaciones consideradas en los cálculos. De hecho, los resultados obtenidos indican que los discos protoplanetarios formados por granos de polvo submilimétricos parecen ser completamente estables frente a perturbaciones del tipo de las estudiadas en este Capítulo de la Tesis.

Los resultados obtenidos podrían ayudar, además, a explicar la existencia de un planeta como el descubierto en órbita alrededor de la estrella 16 Cygni B, que es el primero localizado en un sistema jerárquico triple. En este Capítulo se ha investigado la estabilidad de un disco de polvo alrededor de una estrella de tipo solar en un sistema jerárquico triple. Los cálculos muestran que las teorías actuales de la formación planetaria en el Sistema Solar podrían dar cuenta de la existencia de planetas en sistemas jerárquicos triples con binarias internas separadas ( $a \geq 1.000$  UA). Las propiedades del subdisco de polvo dependen de la naturaleza (directa o retrógrada) del movimiento relativo de sus compañeros estelares.

Es necesario analizar en profundidad las limitaciones e hipótesis implícitas que incluyen los cálculos realizados. A las hipótesis para el modelo de nebulosa ya discutidas en capítulos anteriores, hay que añadir aquí algunas otras relacionadas directamente con la naturaleza del problema a estudiar. La hipótesis principal consiste en despreciar los efectos de las otras componentes del sistema sobre el propio gas del disco. Esta simplificación sólo está justificada para el caso, discutido aquí, de sistemas jerárquicos con un espaciado amplio entre sus componentes. Si se adopta un criterio conservador, el disco debería tener, como mucho, un radio de valor  $1/5$  de la distancia de separación entre ambas componentes del sistema binario interno (para que el efecto de las componentes del sistema sobre el gas del disco sea dos órdenes de magnitud más pequeño que los efectos considerados). Otra hipótesis que puede tener gran influencia en los resultados es suponer órbitas inicialmente circulares para

las componentes del sistema jerárquico. La existencia de una o ambas componentes razonablemente excéntricas, podría dar lugar a la aparición de órbitas caóticas. Esta circunstancia haría muy difícil predecir el resultado de la evolución del disco completo. En el caso del análisis de la escala temporal de caída por fricción, se observa que a partir de una cierta separación (unas 1.000 UA), los efectos derivados de la presencia de la otra componente sobre las partículas del disco situadas a una distancia de la estrella progenitora de unas 20 UA son prácticamente despreciables.

Aunque los aspectos cuantitativos derivados de los cálculos desarrollados en este Capítulo no son fácilmente extrapolables a casos diferentes del aquí analizado, ya que las hipótesis y simplificaciones implícitas perderían su validez, los aspectos cualitativos son de gran importancia y de validez general. Dado un disco protoplanetario, la presencia de un compañero en rotación directa, es decir, en el mismo sentido de rotación del disco, provoca la aparición de una perturbación espiral *trailing* sobre la partícula. Si se trata de un compañero en rotación opuesta, entonces la perturbación es *leading*. Para el caso de estrellas sin compañeras, la perturbación podría ser excitada por el encuentro a corta distancia con otra estrella en un cúmulo estelar joven. Según fuese el tipo de encuentro, directo o retrógrado, se obtendrían los dos tipos de perturbaciones espirales T (*trailing*) o L (*leading*) respectivamente. Según ésto, si la probabilidad de ambos tipos de encuentros es la misma, deberían existir el mismo número de discos L (*leading*) que T (*trailing*), en ausencia de mecanismos específicos que permitiesen amortiguar selectivamente alguno de los dos modos.

## Capítulo 8

# Implicaciones astrofísicas de los resultados

En este Capítulo se realiza una síntesis de todos los resultados obtenidos y de las implicaciones astrofísicas de los mismos.

### 8.1 Vórtices: resultados e implicaciones

El resultado de mayor relevancia astrofísica obtenido a lo largo del Capítulo 4 dedicado a los vórtices es el haber establecido firmemente la viabilidad de las estructuras vorticales como agentes capaces de facilitar la formación de planetas gigantes durante escalas temporales inferiores al millón de años. De hecho, en menos de 500 años estas estructuras pueden o bien inducir localmente la inestabilidad gravitacional clásica o formar un planeta de, al menos, la masa actual del planeta Marte.

El mecanismo de captura de partículas es muy robusto para el rango de tamaños estudiado, incluso en una nebulosa caliente (1.000 K a 1 UA) o en una nebulosa masiva ( $0,1 M_{\odot}$ ). Una nebulosa poco masiva pero caliente incrementa la eficiencia del mecanismo de captura de las partículas por el vórtice. El incremento de masa de la nebulosa da lugar a un decremento significativo (dependiente del tamaño) en

el ritmo de captura. El mecanismo de confinamiento vortical es capaz de evitar que los cuerpos de tamaño métrico caigan al Sol, como sucede durante su crecimiento en una nebulosa axialmente simétrica. En definitiva, los vórtices gigantes capturan o confinan estas partículas, permitiéndolas crecer más fácilmente y superar el *vacío* existente hasta llegar al rango métrico de tamaños.

Por otra parte, dichas estructuras vorticales son altamente selectivas a la hora de capturar material procedente del disco protoplanetario. Dada una distancia heliocéntrica, existe un rango de tamaños para los cuales el ritmo de captura es óptimo. Este resultado depende débilmente de la temperatura, diferentes leyes de dependencia de la temperatura con la distancia heliocéntrica conducen a los mismos resultados cualitativos aunque existen discrepancias cuantitativas; en particular, el rango de tamaños óptimo se desplaza hacia radios de las partículas ligeramente mayores cuando se considera una nebulosa más caliente (ver Figuras (4.17) a (4.23) en el Capítulo 4). Para una nebulosa más masiva y en consecuencia más caliente, se obtiene un resultado similar. Dado que se está considerando una distribución de masas exponencial para las partículas es evidente que un desplazamiento del rango óptimo de captura hacia partículas de mayor radio y por tanto más masivas repercute en una disminución del ritmo de acreción de masa por el vórtice ya que, cuando se consideran partículas de mayor tamaño, su número, en ese rango de tamaños, disminuye. Téngase en cuenta que la masa crece (o decrece) linealmente, pero en contrapartida el número de partículas en un intervalo de masa determinado decrece (o crece) exponencialmente. En cualquier caso, y puesto que en realidad la temperatura de la Nebulosa decreció paulatinamente durante el primer millón de años de existencia de la misma, cabe esperar que la situación fuese la opuesta, es decir, al ir disminuyendo la temperatura fue aumentando el ritmo de captura de material sólido por parte de los posibles vórtices con lo que los cuerpos que se fueron formando eran cada vez mayores.

Como se puso de manifiesto en el Capítulo 4, el ritmo de captura depende,

además, de la elongación del vórtice (de la Fuente Marcos y Barge 2001). Su valor óptimo se alcanza para vórtices no muy elongados, ver Figura (4.13), es decir para un valor de la elongación  $f \approx 2$ . Los resultados obtenidos conducen a la conclusión de que la concentración de partículas en los núcleos de los vórtices anticiclónicos depende, fuertemente, de la elongación del vórtice (ver Figura (4.17)). Las simulaciones hidrodinámicas de vórtices anticiclónicos coherentes (Godon y Livio 1999b) permiten concluir que la elongación de los mismos varía desde 4 (para el caso menos viscoso) hasta 10 (para el modelo más viscoso), de modo que las elevadas eficiencias de captura correspondientes a valores de la elongación inferiores a 4 son, en principio, resultados para situaciones idealizadas. Si se considera un valor más *realista* de la elongación del vórtice, del orden de 4, se pueden esperar ritmos de captura del orden del 10%, que son casi independientes del tamaño de las partículas (en el rango 0,1–0,6 metros). Sin embargo, esta fracción disminuye si se considera un vórtice con decrecimiento exponencial en amplitud con el tiempo en lugar de un vórtice estacionario (ver Figuras (4.13) a (4.19)). En los experimentos numéricos, llevados a cabo para la elaboración de esta Tesis, se ha puesto de manifiesto que la captura de partículas por el vórtice es prácticamente inexistente si la elongación del mismo satisface la desigualdad  $f > 8-9$ , por lo que a medida que el vórtice es más elongado el proceso de captura es menos eficiente. No obstante, el parámetro  $f$  no es constante a lo largo de la vida del vórtice, sino que aumenta conforme el vórtice evoluciona. La escala temporal de captura normalizada en función del parámetro de fricción, enunciada en el Capítulo 4, muestra que la escala temporal de captura para partículas grandes es mayor que la vida media del vórtice (ver Figuras (4.3) y (4.4)).

Si se extrapolan los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas a un sistema hipotético real, puede estimarse la masa total acretada por el vórtice en un intervalo de tiempo determinado. Considerando un valor de la eficiencia de captura del orden del 8% (valor en concordancia con la elongación de un vórtice *realista*, del orden de 4), y un ritmo de acreción de masa de  $10^{-8} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$  (Bruhweiler y

Kondo 1987; Lagrange-Henri et al. 1988) con una masa media de 10 kg, se obtienen, al cabo de 300 años, planetesimales del tamaño de Marte (al menos) que rotan en sentido directo con respecto a sus órbitas. Los valores anteriores son completamente consistentes con la densidad superficial de partículas utilizada en los cálculos (ver Capítulo 2). Estos planetesimales estarían claramente desacoplados del gas y su comportamiento dinámico no dependería en absoluto del mismo, siendo las interacciones puramente gravitatorias las dominantes en su caso. Si se considera en lugar de la masa total, la densidad superficial de masa y se recuerda la Figura (4.21) del Capítulo 4 (de la Fuente Marcos y Barge 2001), una simple extrapolación de los resultados allí mostrados para un lapso temporal inferior a mil años da lugar a un aumento de densidad superficial en un factor 40 al menos (y posiblemente hasta 200). Es evidente que tal aumento de densidad superficial debería facilitar notablemente la excitación de una inestabilidad gravitacional o mejorar la eficiencia de los procesos de agregación de partículas.

En Abril de 1998 (Colwell et al. 1998) se hizo público el descubrimiento de un anillo de polvo en órbita en torno a Júpiter a partir de datos proporcionados por la sonda *Galileo*. El anillo compuesto de polvo y con forma de toroide tiene un diámetro de 0,074 UA. La característica más sorprendente de este anillo es que rota en sentido retrógrado respecto a Júpiter. Una posible explicación a este hecho sería que el anillo fuese el remanente de la parte externa del vórtice que dió lugar a la formación del planeta Júpiter. Al tratarse de vórtices anticiclónicos y estar las partículas, capturadas por ellos, literalmente pegadas a sus líneas de corriente cuando se produjo la desaparición del vórtice, aquellas partículas que no hubiesen tenido tiempo de alcanzar las regiones centrales del mismo permanecerían en órbita en torno al cuerpo central que se hubiese formado.

Como se mencionó en el Capítulo 4, en un futuro cercano el dispositivo interferométrico *Atacama Large Millimeter Array* (ALMA) podría ser capaz de detectar la existencia de vórtices gigantes en discos protoplanetarios (de la Fuente Marcos



y Barge 2001). Este dispositivo interferométrico permitirá alcanzar una resolución espacial del orden del micrómetro. Con la mayor resolución, de valor  $0,01'' \approx 1,4$  UA en Taurus, podrían detectarse vórtices gigantes, que ocupasen una región análoga a la de los planetas gigantes del Sistema Solar, orbitando en torno a otras estrellas. Las elevadas frecuencias de observación de ALMA permitirán detectar el material más caliente y denso de los discos protoplanetarios, que es invisible para los interferómetros disponibles en la actualidad (Millar 2000). No obstante, y como se mencionó en el Capítulo 4, la detección observacional de vórtices en discos protoplanetarios orbitando en torno a estrellas cercanas depende del contraste de densidad del vórtice y, en consecuencia, del contraste de brillo del vórtice con respecto a su disco protoplanetario. De modo que aunque la resolución angular sea satisfactoria, la detección observacional de los vórtices depende de su luminosidad relativa.

## 8.2 Objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper: resultados e implicaciones

Como se vió en la Sección del Capítulo 4 dedicada al estudio de los objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper descubiertos por Duncan y Levinson en 1996, el mecanismo de formación planetaria en vórtices es compatible con la actual distribución orbital de estos objetos. Por otra parte, y si la distribución actual de los elementos orbitales de los cuerpos del Sistema Solar habitualmente clasificados como objetos dispersos del cinturón de Edgeworth-Kuiper es el resultado de interacciones gravitacionales múltiples del sistema protoplanetario solar con otras estrellas de su cúmulo estelar progenitor, el Sol debió permanecer como miembro ligado al menos durante otros 500 Ma a partir de la formación del cinturón de Edgeworth-Kuiper. Por tanto y desde un punto de vista probabilístico, el cúmulo progenitor del Sol debió tener una población de unos 500–800 miembros, es decir, era más bien un cúmulo abierto que una asociación. Este resultado es consistente con el obtenido por Adams

y Laughlin (2001) mediante simulaciones de Monte–Carlo.

La distribución orbital de los objetos dispersos del cinturón de Edgeworth–Kuiper de nuestro sistema solar descubiertos por Duncan y Levinson en 1996, y que se caracterizan por tener elevadas excentricidades y perihelios en el rango 34–36 UA, puede ser el resultado de encuentros cercanos y distantes entre el protosol y otros miembros de su cúmulo estelar progenitor. Este resultado es consistente con las conclusiones obtenidas por Ida y sus colaboradores (2000a)

### **8.3 Planetas extrasolares en órbitas excéntricas: resultados e implicaciones**

Aunque la formación planetaria en vórtices es incapaz de proporcionar las elevadas excentricidades orbitales encontradas en muchos de los recién descubiertos candidatos a planetas extrasolares gigantes, éstos pudieron ser fruto de procesos dinámicos que tuvieron lugar en el cúmulo estelar al que pertenecía la estrella progenitora de dichos planetas durante la etapa posterior a la formación de los mismos. Las elevadas excentricidades encontradas no pueden explicarse mediante procesos relacionados con las primeras etapas de formación del correspondiente sistema planetario (primer millón de años de vida del sistema) y el hallazgo de uno de los sistemas temporalmente jerárquicos propuestos en el Capítulo 4 en algún cúmulo estelar podría verificar observacionalmente la existencia de este mecanismo dinámico de modificación de la excentricidad.

### **8.4 Ciclos límite y perturbaciones espirales: resultados e implicaciones**

La existencia de regiones de confinamiento, debidas a la presencia de una perturbación espiral, puede tener consecuencias importantes en la formación de los planetas. En

estas regiones, la vida media de las partículas y la densidad superficial de la capa de polvo es mucho mayor que en una nebulosa axialmente simétrica y como consecuencia, el crecimiento debido a aglomeración es mucho más efectivo, aumentando de esta forma las posibilidades para que se produzca una inestabilidad gravitacional.

Al igual que en el caso de los vórtices, las perturbaciones espirales son fuertemente selectivas en cuanto al tamaño de las partículas se refiere. La distancia de confinamiento depende, principalmente, del tamaño de la partícula y de la excentricidad del flujo espiral. Para partículas situadas a la izquierda del mínimo del tiempo de caída por fricción discutido en el Capítulo 3, la estratificación inducida por los ciclos límite provoca que las partículas más masivas queden confinadas en regiones más internas mientras que las menos masivas permanecen restringidas a regiones más externas. Dado que la mayor parte de la masa está en forma de partículas pequeñas, esto provocaría que la distribución de masa en el disco se hiciese bastante inhomogénea con un defecto de masa en las regiones más internas. Por el contrario, para partículas situadas a la derecha del mínimo la situación es opuesta, con las partículas más masivas en las zonas más externas, esto explicaría la presencia de los planetas más masivos en las regiones más externas de nuestro sistema solar y también la formación del Sistema Solar en dos etapas: primero los planetas gigantes del Sistema Solar externo y luego los planetas terrestres en la zona más interna. En cualquier caso este último efecto no es en absoluto significativo comparado con el observado para partículas más pequeñas. La zona de transición se sitúa para partículas con radios ligeramente superiores al metro, lo que en masas y para los valores considerados en esta Tesis se traduce en unas pocas toneladas. Esta segregación de masa producida por la perturbación espiral (ver las Figuras (5.7) y (5.8)) podría ayudar a explicar las discrepancias observadas en las composiciones químicas de los planetas e incluso en la variación de las densidades de masa en los planetas gigantes del Sistema Solar.

Una posible consecuencia de la existencia de ondas espirales en discos protoplanetarios y de la producción de ciclos límite sería facilitar la formación de planetas

a corta distancia de la estrella central. Esta posibilidad sólo es factible si se consigue que el patrón espiral afecte también a la región interna del disco, lo cual parece estar reservado a discos protoplanetarios muy masivos. El aumento de densidad superficial en la región del ciclo límite podría ayudar a explicar las detecciones de algunos planetas gigantes próximos a la estrella central (Mayor y Queloz 1995; Marcy y Butler 1995, 1996a, b; Noyes et al 1995). Una perturbación espiral con  $m = 1$  puede ser también un proceso determinante a la hora de explicar la formación de anillos planetarios. Dado que la excentricidad del flujo de gas es el parámetro principal para obtener estabilidad, es razonable suponer que fuertes interacciones de marea en regiones de alta densidad estelar entre el disco y otras estrellas pueden ser capaces de generar perturbaciones espirales de un sólo brazo las cuales pueden evaporar las partículas del disco protoplanetario interno, confinando las partículas en las regiones más externas del disco.

La detección observacional en 1997 (Steehhs et al. 1997) de perturbaciones espirales de número azimutal  $m = 2$  en el disco de acreción de la estrella binaria en contacto IP Pegasi confirmó la existencia de las mismos en discos de acreción. Los brazos espirales encontrados por Steeghs y sus colaboradores se observan en localizaciones donde puede esperarse que aparezcan perturbaciones espirales de marea, con el brazo espiral más próximo al flujo de gas manifestándose con líneas más débiles que las correspondientes al brazo espiral más cercano a la compañera estelar del sistema (Steehhs 1999; Harlaftis et al. 1999; Steeghs y Stehle 1999; Baptista et al. 2000).

Por otra parte debe considerarse que vórtices y ondas espirales pueden ser procesos complementarios, la coexistencia de ambas estructuras en discos protoplanetarios puede dar lugar a un mecanismo de confinamiento cooperativo que incremente la eficiencia de los procesos de captura de partículas por parte de vórtices y perturbaciones espirales considerados de forma separada. Incluso, como se mencionó en el Capítulo 5, uno de los mecanismos de excitación que podría producir la aparición de perturbaciones espirales de número azimutal  $m = 1$  podría ser la presencia en los

discos protoplanetarios de vórtices gaseosos gigantes.

## 8.5 Crecimiento de las partículas: resultados e implicaciones

En cualquier caso, y teniendo en cuenta las limitaciones expuestas en el Capítulo 6, el incremento de masa de las partículas no reduce la efectividad de los mecanismos de confinamiento propuestos en esta Tesis ya que la mayor parte del material está en la región dominada por el régimen de Epstein, a la izquierda del mínimo en la vida media de las partículas. Para el caso del vórtice, dicha eficiencia se ve aumentada, ya que el número de partículas en la región de tamaños para captura óptima aumenta. Si se consideran velocidades relativas mayores, como el ritmo de crecimiento aumenta, debe incrementarse también la efectividad del proceso de captura. Por otra parte, cuando se considera el caso de las ondas espirales, la situación es ligeramente diferente. Cuando las partículas se ven confinadas en un ciclo límite, las velocidades relativas disminuyen drásticamente con lo que los procesos de adhesión o aglomeración se hacen casi despreciables. Sin embargo, el incremento en la densidad superficial del disco en la región del ciclo límite debe ser capaz de generar algún tipo de inestabilidad gravitacional. Aún en el caso de insuficiente densidad para excitar la inestabilidad, parece lógico suponer que el aumento de la densidad de partículas debe facilitar colisiones físicas a muy baja velocidad dando lugar a cometesimales o agregados masivos débilmente ligados. Desafortunadamente, hasta el momento no se ha realizado ningún estudio de laboratorio sobre colisiones de granos de polvo a muy bajas velocidades en ambientes de microgravedad en condiciones físicas similares a las reinantes en la nebulosa solar. Cabe esperar que, en estas condiciones, el incremento de masa por simple adhesión debería ser muy importante.

## 8.6 Discos protoplanetarios en sistemas jerárquicos: resultados e implicaciones

Como se vió en el Capítulo 7 de esta Tesis, para un sistema estelar binario jerárquico la vida media de las partículas de polvo de un disco protoplanetario en torno a una de las componentes del sistema experimenta un incremento neto. A pesar de que la vida media de las partículas con tamaños en el rango 0,1–10  $\mu\text{m}$  se reduce, en la mayoría de las configuraciones posibles, con respecto al caso de una estrella individual, ésto da lugar a un incremento en el ritmo de acreción sobre la estrella progenitora, decreciendo al mismo tiempo la masa del disco protoplanetario e incrementándose globalmente la vida media de las partículas, especialmente en el caso de las de tamaño métrico.

Por otra parte, el crecimiento de los granos de polvo de un disco protoplanetario en torno a un sistema estelar binario jerárquico se intensifica debido a la aparición de perturbaciones espirales de número azimutal  $m = 1$  en la fase de polvo del disco protoplanetario, inducidas por la interacción de marea entre el disco y la estrella compañera del sistema binario. La densidad superficial de material sólido aumenta en los alrededores del brazo espiral creado por la interacción de marea facilitando que los planetesimales aumenten su tamaño en una escala temporal más corta. Por consiguiente, la formación planetaria en un medio ambiente binario jerárquico resultaría favorecida a condición de que el tamaño del disco sea inferior al límite de truncamiento de marea para el sistema.

Otro resultado importante obtenido en el Capítulo 7 hace referencia a que la vida media de las partículas decimétricas y métricas para un disco protoplanetario en un medio ambiente jerárquico aumenta si la órbita de la estrella compañera tiene sentido de rotación directo con respecto al disco protoplanetario. Sin embargo, los discos protoplanetarios formados por granos de polvo milimétricos y submilimétricos en medio ambientes estelares binarios jerárquicos son completamente estables frente a las perturbaciones espirales inducidas por la interacción de marea entre el disco

y la estrella compañera, teniendo en cuenta las aproximaciones consideradas en la integración numérica llevada a cabo.

La existencia de un planeta como el descubierto en órbita alrededor del sistema estelar jerárquico triple 16 Cygni B puede explicarse teniendo en cuenta que la formación planetaria se ve favorecida en un medio ambiente jerárquico triple a condición de que el tamaño del disco sea inferior al límite de truncamiento de marea para el sistema. La densidad superficial de material sólido aumenta en el entorno de los brazos espirales creados por las interacciones de marea entre el disco y las estrellas compañeras del sistema. La integración numérica de un sistema de este tipo muestra que las teorías que se aplican actualmente para explicar la formación planetaria en el Sistema Solar podrían justificar la existencia de planetas en sistemas jerárquicos triples con binarias separadas ( $a \geq 1.000$  UA). Las propiedades del subdisco de polvo dependerían de la naturaleza, directa o retrógrada, del movimiento relativo de sus compañeros estelares respecto al disco.

## 8.7 Implicaciones observacionales

En esta Sección se resumen las implicaciones observacionales de relevancia astrofísica derivadas de o relacionadas con las integraciones numéricas de las ecuaciones del movimiento, que utilizan el modelo axialmente simétrico con gradiente de presiones o el modelo de desviaciones de la simetría axial debidas a macroturbulencia, llevadas a cabo en esta Tesis. Dichas implicaciones son las siguientes:

1. Los vórtices gaseosos gigantes son estructuras capaces de acumular una cantidad significativa de masa en una escala de tiempo lo suficientemente corta como para considerar que pueden haber tenido un papel dominante en la formación de planetas gigantes, tanto en nuestro sistema solar como en sistemas planetarios extrasolares.

2. Los resultados que se han obtenido en esta Tesis predicen que gracias al contraste de la estructura frente al disco que la alberga, los vórtices deberían ser observables mediante dispositivos interferométricos de alta sensibilidad, como el *Atacama Large Millimeter Array* (ALMA).
3. Las elevadas excentricidades de algunos de los candidatos a planetas gigantes extrasolares recientemente descubiertos no parecen provenir de proceso alguno relacionado con las primeras etapas de formación del correspondiente sistema planetario (primer millón de años). De hecho, los resultados obtenidos apuntan a que son procesos dinámicos posteriores a la formación de los planetas gigantes los responsables de estas excentricidades tan elevadas. El hallazgo de uno de los sistemas jerárquicos temporales propuestos en algún cúmulo estelar podría ser realmente clarificador a este aspecto.
4. La distribución de los elementos orbitales de parte de los objetos asteroidales situados más allá de la órbita de Neptuno (objetos dispersos del cinturón de Edgeworth–Kuiper) es compatible con el modelo de formación planetaria en vórtices.
5. Los objetos dispersos del cinturón de Edgeworth–Kuiper pueden ser el resultado de encuentros cercanos y distantes entre el protosol y otros miembros de su cúmulo estelar progenitor.
6. Las perturbaciones espirales con  $m = 1$  son capaces de provocar la aparición de regiones de confinamiento en un disco protoplanetario, facilitando enormemente la transición desde las partículas submétricas hasta los planetesimales kilométricos. En este caso es razonable suponer que el empleo de las mismas técnicas observacionales que han permitido resolver la estructura espiral del disco de acreción de varias binarias de contacto aplicadas a los discos protoplanetarios permitirá constatar a corto plazo si las perturbaciones espirales propuestas en esta Tesis aparecen en realidad en nebulosas protoplanetarias.



7. En relación con el punto anterior, el hallazgo de nebulosas protoplanetarias conteniendo estructuras espirales permitiría obtener conclusiones acerca del mecanismo de excitación de la perturbación espiral. Los resultados obtenidos en esta Tesis muestran que si estas perturbaciones están excitadas por un compañero estelar, el sentido de la espiral L (*leading*) o T (*trailing*) depende del sentido de rotación retrógrado o directo del compañero con respecto al sentido de rotación del propio disco de polvo. Esta característica es particularmente importante para el caso de discos en sistemas estelares jerárquicos. Si se confirma la presencia de un patrón espiral de dos brazos en el disco protoplanetario del sistema cuádruple GG Tauri (Tomlin 2001), propuesto para explicar las observaciones de dicho sistema, se podrá analizar observacionalmente la relevancia de las perturbaciones espirales en los procesos de formación planetaria.

## Capítulo 9

# Conclusiones

Este último Capítulo está dedicado a resumir las conclusiones principales a las que se ha llegado en esta Tesis. En cada uno de los capítulos de esta Tesis, ya se han señalado los resultados más importantes por lo que ahora se intentará relacionarlos entre sí con el objeto de lograr una visión global de la problemática asociada con la formación de los sistemas planetarios y de cómo los mecanismos discutidos en esta Tesis pueden contribuir a una mejor comprensión de la misma.

### 9.1 Consecuencias de relevancia astrofísica

Como se ha podido comprobar a lo largo del desarrollo de esta Tesis, los resultados expuestos tienen consecuencias de relevancia astrofísica. Dichas consecuencias son las siguientes:

1. En el escenario clásico de una nebulosa solar axialmente simétrica, las partículas de tamaño submétrico poseen vidas medias (tiempos característicos de caída al Sol por fricción) demasiado cortas para contribuir por sí solas a la formación de los planetas gaseosos gigantes.
2. Mecanismos dinámicos, relacionados con la turbulencia del gas pueden aumentar drásticamente la escala temporal de caída por fricción en el rango de tamaños

considerado.

3. La integración numérica completa de las trayectorias de un anillo de partículas, considerando un espectro de masas para las mismas, situado en la posición actualmente ocupada por Júpiter o Saturno demuestra que los vórtices gaseosos son estructuras relevantes en el proceso de formación planetaria que tuvo lugar en la nebulosa solar.
4. La contribución de los vórtices al incremento de masa de las partículas de polvo de la nebulosa protoplanetaria y a la concentración de masa en ciertas regiones puede explicar la corta escala temporal en la que presumiblemente tuvo lugar la formación de los planetas gaseosos gigantes.
5. La elongación  $f$  de los vórtices es uno de los factores dominantes a la hora de caracterizar su eficiencia en el proceso de captura.
6. El rango de tamaños de las partículas para máxima eficiencia de captura por el vórtice se desplaza hacia partículas más pequeñas conforme se consideran regiones de la nebulosa más distantes de la estrella central. A la distancia donde se encuentra actualmente la órbita de Júpiter, el mecanismo de captura de partículas por el vórtice es más eficiente para partículas cuyo rango de tamaños va desde centímetros a metros.
7. La densidad superficial en el interior del vórtice aumenta con el tiempo y durante la vida media del vórtice la densidad de partículas puede incrementarse hasta en un factor 200.
8. Si la distribución actual de los elementos orbitales de los cuerpos del Sistema Solar habitualmente clasificados como objetos dispersos del cinturón de Edgeworth–Kuiper es el resultado de interacciones gravitacionales múltiples del sistema protoplanetario solar con otras estrellas de su cúmulo estelar progenitor, el Sol debió permanecer como miembro ligado al menos durante otros 500

Ma a partir de la formación del cinturón de Edgeworth–Kuiper. Por tanto, el cúmulo progenitor del Sol debió tener una población de unos 500–800 miembros, es decir, era más bien un cúmulo abierto que una asociación.

9. La inclusión de los efectos del gradiente de presiones junto a una perturbación espiral con  $m = 1$  y excentricidad moderada provoca la aparición de una distancia de confinamiento (ciclo límite) que depende de la excentricidad del flujo y principalmente del tamaño de las partículas.
10. Las perturbaciones espirales pueden inducir segregación de masa dentro del disco protoplanetario, dando lugar a que las partículas más masivas se localicen en las regiones internas, mientras que las más ligeras se desplazan al borde externo del disco en el caso de movimiento bajo el régimen de Epstein (lo contrario para el régimen de Stokes). Esta segregación de masa producida por la perturbación espiral puede ayudar a explicar las discrepancias observadas en las composiciones químicas de los planetas.
11. La vida media de las partículas de polvo métricas de un disco protoplanetario en un medio ambiente estelar binario jerárquico experimenta un incremento neto.
12. La aparición de perturbaciones espirales de número azimutal  $m = 1$  en la fase de polvo del disco protoplanetario de un sistema estelar jerárquico binario, inducidas por la interacción de marea entre el disco y la estrella compañera del sistema binario, incrementa la densidad superficial de material sólido en los alrededores del brazo espiral facilitando que los planetesimales aumenten su tamaño en una escala temporal más corta. Por consiguiente, la formación planetaria en un medio ambiente binario jerárquico resultaría favorecida si el tamaño del disco es inferior al límite de truncamiento de marea para el sistema.

## 9.2 Hacia un futuro prometedor

Una serie de proyectos de gran interés astrofísico derivados de la investigación desarrollada en esta Tesis podrían llevarse a cabo para completar el estudio de la etapa de formación planetaria a la que se hace referencia en este trabajo. A continuación se enumeran dichos proyectos:

1. Como ha podido deducirse del contenido de esta Tesis la introducción de desviaciones del modelo estándar de nebulosa solar debidas a turbulencia a gran escala (macroturbulencia) permite explicar la supervivencia de las partículas centimétricas y decimétricas el tiempo suficiente como para ser capaces de intervenir en el proceso de formación planetaria generando planetesimales, cometesimales o núcleos de planetas gigantes. Sin embargo, y con el objeto de comparar con los trabajos clásicos en el campo, en la mayoría de los cálculos se ha utilizado un modelo de nebulosa solar de masa mínima. Aunque se han estudiado consecuencias dinámicas concretas derivadas de la utilización de un modelo de nebulosa masiva con el objetivo de establecer una comparación con los resultados obtenidos utilizando el modelo de nebulosa solar de masa mínima, queda pendiente la aplicación de las desviaciones del modelo axialmente simétrico producidas por la existencia de estructuras vorticales y perturbaciones espirales a un modelo de nebulosa protoplanetaria masiva con la viscosidad de Shakura y Sunyaev que podría ser más adecuado para los medios ambientes de formación planetaria asociados con algunos de los planetas extrasolares recientemente descubiertos. El programa capaz de realizar tales cálculos ya ha sido probado con éxito. Se trata de un modelo de nebulosa protoplanetaria completamente reconfigurable en el que todas las magnitudes consideradas en el Capítulo 2 son parámetros de entrada. Este ambicioso proyecto, que continuaría la investigación desarrollada en esta Tesis, permitiría establecer una comparación directa con los resultados que han obtenido Godon y Livio (Godon

y Livio 1999a, b, 2000) utilizando Hidrodinámica.

2. Aunque como se puso de manifiesto en el Capítulo 5 de esta Tesis los modos espirales de número azimutal  $m=2$  no pueden ser soportados por una nebulosa solar de masa mínima y la perturbación dominante en este caso sería la correspondiente a  $m=1$ , habría que estudiar en detalle las perturbaciones espirales de  $m=2$  (o superior) para el caso de una nebulosa protoplanetaria masiva, ya que este tipo de nebulosa permitiría soportar dichas perturbaciones e incluso que éstas fuesen el modo espiral dominante frente a las de número azimutal  $m=1$ . Es posible que para este modelo de nebulosa protoplanetaria se originasen ciclos límite como los estudiados en el Capítulo 5 de esta Tesis, pero ahora para el modo espiral con  $m=2$ . Si es así, esto permitiría confinar el material cuyo rango de tamaños fuese cm-m y explicar así un hipotético proceso de formación planetaria que tuviese lugar en un medio ambiente nebular de este tipo. De hecho, si se confirma la detección observacional de un patrón espiral de número azimutal  $m = 2$  en el sistema cuádruple GG Tauri (Tomley 2001) conocido por poseer un disco protoplanetario, este modelo de perturbaciones espirales podría aplicarse a este sistema.
3. En el capítulo 7 de esta Tesis se analizó el caso axialmente simétrico con gradiente de presiones para sistemas binarios jerárquicos, pero sería necesario extender este análisis al modelo de desviaciones de la simetría axial derivadas de la macroturbulencia, vórtices y ondas espirales, para poder estudiar las consecuencias dinámicas sobre las partículas en un medio ambiente estelar jerárquico binario o triple.
4. Por último, debería simularse numéricamente la coexistencia de vórtices y perturbaciones espirales actuando de forma cooperativa en una nebulosa protoplanetaria. No debe olvidarse que los estudios hidrodinámicos llevados a cabo por Godon y Livio (Godon y Livio 2000) demuestran que al generarse un vórti-

ce anticiclónico el frente de choque resultante induce una perturbación espiral L (*leading*) y ambas estructuras pueden coexistir después contribuyendo a la concentración de material sólido y, por consiguiente, a la formación de planetesimales. Con el modelo dinámico propuesto en esta Tesis y utilizando un campo de velocidades capaz de dar cuenta de la coexistencia de estructuras vorticales y perturbaciones espirales de forma simultánea podrían estudiarse de forma detallada y explícita las consecuencias dinámicas de la coexistencia de tales estructuras.

Dada la complejidad de los cálculos implicados en los cuatro proyectos mencionados, para llevarlos a efecto es especialmente útil una computación en paralelo (utilizando las versiones paralelizadas para PVM o MPI del programa NDISK) con toda la potencia de cálculo que pueda conseguirse en una máquina como el SGI Origin 2000 del CSC.

De todo lo expuesto en esta Tesis se deduce que aún se está lejos de poseer una comprensión del conjunto de los procesos que conducen a la formación de los sistemas planetarios y en particular de los planetas gigantes de nuestro sistema solar (y más, si cabe, de los de otros sistemas planetarios). Una de las principales dificultades, pero también una de las principales ventajas, en el estudio de la formación de los sistemas planetarios es que a él contribuyen investigadores de muy diferentes campos, desde la Química y la Geología hasta la Astronomía observacional, pasando por la Astrofísica Estelar o la Dinámica Celeste. Sintetizar todos los conocimientos procedentes de tan variadas disciplinas de forma adecuada para obtener una visión global del problema es una tarea ciertamente hercúlea. Por si ésto no fuera suficiente, el descubrimiento de otros sistemas solares en los últimos años, ha añadido nueva incertidumbre a los modelos de formación planetaria, ya que ahora no sólo hay que explicar cómo se formó el Sistema Solar sino otros muchos, algunos de los cuales parecen ser muy diferentes del nuestro. Es razonable suponer que la principal conclusión que se obtendrá a medio plazo es que posiblemente no se puede invocar un único mecanismo de formación

planetaria para todas las estrellas, sino que superpuesto a una serie de características comunes, el modelo debe ser adaptado a las circunstancias particulares de cada estrella y nebulosa. Con total certeza no se podrá considerar un modelo universal de nebulosa protoplanetaria y los diferentes parámetros físicos de la misma deberán ser escogidos adecuadamente, en función del sistema estudiado. Por otra parte, la reflexión anterior no debe entenderse en modo alguno como una visión pesimista del futuro de este campo, todo lo contrario: los nuevos descubrimientos, tanto observacionales como teóricos, permiten ensanchar nuestros horizontes, enriquecer nuestros conocimientos en Cosmogonía y nos están proporcionando una perspectiva diferente con respecto al análisis de nuestro propio sistema solar. No es aventurado afirmar que en los próximos años asistiremos a nuevos y aun más sorprendentes hallazgos en este campo, cuando los estudios sistemáticos que se están realizando en la vecindad solar para encontrar otros planetas, principalmente en cúmulos abiertos y regiones de formación estelar, comiencen a mostrar sus frutos. A la luz de los proyectos que están actualmente en marcha para la detección de planetas extrasolares, es muy probable que en la primera década del presente siglo se descubra un planeta de tipo terrestre en torno a alguna de las estrellas que constituyen la vecindad solar.

Desde un punto de vista observacional, parece evidente que uno de los proyectos que deberían completarse en primer lugar, sería la búsqueda sistemática de sistemas planetarios en cúmulos estelares jóvenes próximos al Sistema Solar. El hallazgo de planetas formados en uno de estos cúmulos permitiría obtener restricciones a las escalas de tiempo en las cuales tuvieron lugar las distintas etapas evolutivas de la formación del Sistema Solar, aún suponiendo que los sistemas que estamos observando puedan ser muy diferentes del nuestro. Este tipo de estudios estarían restringidos en realidad al caso de planetas gigantes (que han sido el objeto de esta Tesis) ya que son los únicos que permiten aplicar técnicas de espectroscopía Doppler con resolución apropiada. Hoy por hoy, estas restricciones temporales son indirectas y provienen, casi exclusivamente, del análisis del material meteorítico de nuestro propio sistema



solar. Por otra parte, debe potenciarse también el estudio de los cuerpos menores del sistema solar, asteroides y cometas principalmente, para encontrar en ellos vestigios de los procesos que tuvieron lugar en el Sistema Solar primitivo. Particularmente importante sería el análisis de material asteroidal situado en la región de los planetas gigantes, o supuestamente formado en dicha región, como el famoso cometa LINEAR recientemente destruído.

## Apéndice A

# Características técnicas de los métodos de integración utilizados

### A.1 Integrador de Adams-Moulton

Para aplicar el algoritmo predictor–corrector de cuarto orden de Adams–Moulton a la integración de las ecuaciones de movimiento, es necesario disponer de los valores de la fuerza por unidad de masa  $F$  en cuatro instantes previos sucesivos  $t_3$ ,  $t_2$ ,  $t_1$  y  $t_0$  ( $F_3$ ,  $F_2$ ,  $F_1$  y  $F_0$  respectivamente), siendo  $t_0$  el más reciente. Considerando estos valores, el polinomio predictor de cuarto orden para un tiempo  $t$ , utilizado para predecir tanto las velocidades como las coordenadas, es:

$$(A.1) \quad \psi^* = \psi_0 + \frac{\delta t}{24}(55F_0 - 59F_1 + 37F_2 - 9F_3),$$

donde  $\delta t$  es el paso temporal. Las velocidades y las coordenadas obtenidas por medio de la expresión anterior se emplean para calcular la fuerza por unidad de masa en un instante  $t$ . La evaluación de  $F(t)$  permite corregir las velocidades y las coordenadas usando el polinomio corrector de cuarto orden dado por la ecuación:

$$(A.2) \quad \psi = \psi_0 + \frac{\delta t}{24}(9F(t) - 19F_0 - 5F_1 + F_2).$$

Para inicializar el método predictor–corrector se utiliza el método de Runge–Kutta de cuarto orden en la versión de Gill. La mejora en la convergencia se obtiene mediante iteración sobre el corrector. El paso temporal utilizado es constante e igual a  $10^{-3}$ . Con este algoritmo de integración se han realizado parte de los cálculos correspondientes al caso de la nebulosa axialmente simétrica. Desafortunadamente, los esquemas de integración con paso temporal constante no proporcionan un buen rendimiento en el proceso de cálculo cuando la naturaleza de las ecuaciones de movimiento no es *suave* debido al pequeño paso temporal necesario para conseguir una integración suficientemente precisa. En este caso es mejor usar un método de integración con paso temporal variable, ya que la excentricidad de las órbitas de las partículas sometidas a la acción de una onda espiral o un vórtice gaseoso puede incrementarse de forma significativa. Los dos esquemas de integración de paso temporal variable que se han utilizado en los cálculos se describen a continuación.

## A.2 Integrador de Runge–Kutta–Cash–Karp

Para integrar de manera eficiente las ecuaciones del movimiento es necesario emplear un método que ejerza cierto control sobre su propia evolución, modificando el paso de integración según convenga. El diseño de un método adaptativo de integración requiere que el algoritmo proporcione información de su rendimiento durante el propio cálculo, y lo que es más importante, una estimación de su error de truncamiento. En el caso de los métodos de Runge–Kutta la técnica más sencilla es la duplicación del paso, pero con este procedimiento no hay suficiente control sobre el error de truncamiento. Una solución más satisfactoria es hacer uso del algoritmo de ajuste del paso temporal basado en las fórmulas iterativas de Runge–Kutta diseñadas por Fehlberg. Se trata de un método de quinto orden con seis funciones de evaluación, en el que otra combinación de las seis funciones proporciona un método de cuarto orden. La diferencia entre las dos estimaciones de  $y(x + h)$  puede utilizarse para calcular el error de truncamiento producido al ajustar el paso temporal.

La versión del esquema de integración de Runge–Kutta que se ha utilizado en los cálculos es el método de Runge–Kutta de quinto orden desarrollado por Cash y Karp con paso temporal adaptativo descrito por Press y sus colaboradores (1992). El rendimiento obtenido con este método en la integración de las ecuaciones de movimiento es mucho más elevado que el obtenido con el método predictor–corrector de Adams–Moulton previamente descrito.

La forma general de una fórmula de Runge–Kutta de quinto orden es:

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf(x_n, y_n), \\
k_2 &= hf(x_n + a_2h, y_n + b_{21}k_1), \\
k_3 &= hf(x_n + a_3h, y_n + b_{31}k_1 + b_{32}k_2), \\
k_4 &= hf(x_n + a_4h, y_n + b_{41}k_1 + b_{42}k_2 + b_{43}k_3), \\
k_5 &= hf(x_n + a_5h, y_n + b_{51}k_1 + b_{52}k_2 + b_{53}k_3 + b_{54}k_4), \\
k_6 &= hf(x_n + a_6h, y_n + b_{61}k_1 + b_{62}k_2 + b_{63}k_3 + b_{64}k_4 + b_{65}k_5), \\
(A.3) \quad y_{n+1} &= y_n + c_1k_1 + c_2k_2 + c_3k_3 + c_4k_4 + c_5k_5 + c_6k_6 + O(h^6).
\end{aligned}$$

La fórmula iterativa de cuarto orden asociada es:

$$(A.4) \quad y_{n+1}^* = y_n + c_1^*k_1 + c_2^*k_2 + c_3^*k_3 + c_4^*k_4 + c_5^*k_5 + c_6^*k_6 + O(h^5),$$

y una estimación del error es:

$$(A.5) \quad \Delta = y_{n+1} - y_{n+1}^* = \sum_{i=1}^6 (c_i - c_i^*)k_i.$$

Los valores más apropiados de las constantes de las ecuaciones anteriores fueron encontrados por Cash y Karp y aparecen listados en la Tabla (A.1).

Si al utilizar el método de Runge–Kutta Cash–Karp se escoge un paso de integración  $h_1$  y se produce un error  $\Delta_1$ , el paso de integración  $h_0$  que habría proporcionado como error  $\Delta_0$  vendría dado por:

$$(A.6) \quad h_0 = h_1 \left| \frac{\Delta_0}{\Delta_1} \right|^{0.2}.$$

Tabla A.1: Coeficientes de Cash–Karp para el método iterativo de Runge–Kutta

$i$	$a_i$		$b_{ij}$			$c_i$	$c_i^*$
1						$\frac{37}{378}$	$\frac{2825}{27648}$
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$				0	0
3	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{40}$			$\frac{250}{621}$	$\frac{18575}{48384}$
4	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{-9}{10}$	$\frac{6}{5}$		$\frac{125}{594}$	$\frac{13525}{55296}$
5	1	$\frac{-11}{54}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{-70}{27}$	$\frac{35}{27}$	0	$\frac{277}{14336}$
6	$\frac{7}{8}$	$\frac{1631}{55296}$	$\frac{175}{512}$	$\frac{575}{13824}$	$\frac{44275}{110592}$	$\frac{253}{4096}$	$\frac{512}{1771}$
j =	1	2	3	4	5		

Dado que  $\Delta_0$  denota la exactitud deseada, la ecuación (A.6) se utiliza de dos maneras diferentes: Si  $\Delta_1$  es mayor que  $\Delta_0$  en magnitud, la ecuación indica cuanto decrece el paso temporal cuando se introduce un nuevo valor para sustituir al ensayado previamente. Si  $\Delta_1$  es más pequeño que  $\Delta_0$ , proporciona información acerca de valores plausibles para el incremento del paso temporal en el siguiente paso temporal. La extrapolación local consiste en aceptar el valor de quinto orden  $y_{n+1}$  incluso aunque el error estimado sea el valor de cuarto orden  $y_{n+1}^*$ . Para poder cambiar adecuadamente la escala de los pasos temporales a medida que se resuelve la ecuación del movimiento, es necesario utilizar una subrutina **FORTRAN** para los pasos temporales en la que uno de sus argumentos sea el vector de variables dependientes al comienzo de un paso temporal propuesto, denominado  $\mathbf{Y}(1:n)$ . Además, debe poseer un argumento vectorial, denominado  $\mathbf{YSCAL}(1:n)$ , para especificar cualquier otro paso temporal posterior al primero y un nivel de tolerancia llamado **EPS** que controla la precisión

en los cálculos. Entonces, la exactitud deseada para la ecuación tendrá un valor:

$$(A.7) \quad \Delta_0 = \mathbf{EPS} \times \mathbf{YSCAL}(i) .$$

Tras realizar un cierto número de pruebas, se comprobó que la elección óptima consiste en normalizar las posiciones con el valor medio de los valores absolutos de las componentes del vector de posición  $\vec{r}$  y lo mismo en el caso de las velocidades. De esta forma se evitan las divisiones entre cero al atravesar los puntos nodales.

Todas estas consideraciones se han incluido en la subrutina **FORTRAN RKCK**, que podría calificarse como un instrumento de cálculo que ejerce un control de calidad eficaz sobre el paso temporal del integrador de Runge–Kutta. La subrutina **RKQS** llama a la subrutina **RKCK** que se encarga de escoger un paso de integración en el método de Runge–Kutta Cash–Karp. Para llevar a cabo el control adaptativo del tamaño del paso temporal en la integración de la ecuación diferencial del movimiento se utilizará la subrutina **ODEINT**.

En definitiva, el integrador de Runge–Kutta con control adaptativo del tamaño del paso de integración utilizado para la resolución de las ecuaciones del movimiento integra los valores iniciales **YSTART**(1 : *nvar*) desde **X1** hasta **X2** con precisión **EPS**. El símbolo **H1** se reserva para representar el primer valor de prueba del tamaño del paso temporal, **HMIN** denota el mínimo tamaño permitido para el paso temporal (puede ser cero). En la salida **YSTART** es reemplazado por los valores al final del intervalo de integración. La subrutina **DERIVS** es la utilizada para evaluar la parte derecha de la ecuación diferencial, mientras que **RKQS** es el nombre de la subrutina de los pasos temporales.

### A.3 Integrador de Bulirsch-Stoer

El esquema de integración de Bulirsch–Stoer (Bulirsch y Stoer 1964, 1966; Stetter 1965; Stoer y Bulirsch 1980) ha resultado ser el procedimiento de integración más robusto para los problemas numéricos estudiados en esta Tesis. Este método de

cálculo numérico ha sido empleado en estudios numéricos en el campo de la Mecánica Celeste desde las primeras simulaciones del problema de tres cuerpos llevadas a cabo por Bulirsch y Stoer en 1966. La precisión y el alto rendimiento de este método en los problemas analizados en esta Tesis se debe principalmente a la irrelevancia de las interacciones entre partículas individuales en esta etapa de la evolución de la nebulosa protoplanetaria.

Este procedimiento de integración se basa en tres conceptos fundamentales. El primero es la aproximación diferida de Richardson al límite. La idea es considerar la respuesta final de un cálculo numérico como una función analítica de un parámetro ajustable, como es el caso del paso temporal  $\mathbf{H}$ . Esa función analítica puede ser ensayada mediante el diseño del cálculo con varios valores de  $\mathbf{H}$ , no siendo ninguno de ellos lo suficientemente pequeño como para proporcionar la precisión deseada. Si se dispone de información sobre la función, se ajustará la misma a alguna forma analítica, y después se evaluará en un punto tomando  $\mathbf{H} = 0$ .

El segundo concepto tiene que ver con la utilización de un tipo u otro de función de ajuste. Bulirsch y Stoer fueron los primeros en darse cuenta de la idoneidad de una función racional de extrapolación en las aplicaciones de tipo Richardson. Esa idoneidad radica en su facilidad para romper las trabas de los métodos en desarrollo en serie de potencias y su radio de convergencia limitado, que coincide con la distancia del centro del desarrollo al primer polo de la función en el plano complejo. Los ajustes con funciones racionales pueden seguir siendo buenas aproximaciones a funciones analíticas, incluso aunque varios términos en potencias de  $\mathbf{H}$  tengan magnitudes comparables. En otras palabras,  $\mathbf{H}$  puede ser lo suficientemente grande como para que la noción de *orden* del método pierda su sentido y sin embargo el método puede continuar trabajando satisfactoriamente. En cualquier caso, la experiencia más reciente en los cálculos numéricos sugiere que para problemas *suaves* la extrapolación polinómica directa es ligeramente más eficiente que la función de extrapolación racional. En el tipo de problemas analizados en esta Tesis se adopta la extrapolación

polinómica cuando es necesario, ya que la subrutina **BSSTEP** permite sustituir fácilmente un tipo de extrapolación por otro, dado que la suavidad del problema resuelto es más bien limitada y algunas veces es más conveniente hacer uso de la extrapolación racional.

El tercer concepto consiste en emplear un método cuya función de error es estrictamente par, permitiendo que la función racional o la aproximación polinómica se expresen en términos de la variable  $\mathbf{H}^2$  en vez de  $\mathbf{H}$ .

Reuniendo todas estas ideas se obtiene el método de Bulirsch–Stoer. Un paso individual de Bulirsch–Stoer incrementa de  $\mathbf{X}$  a  $\mathbf{X} + \mathbf{H}$ , donde  $\mathbf{H}$  se supone que es una distancia considerable (no infinitesimal). Ese paso individual es un gran salto compuesto de muchas (docenas o cientos) de subpasos del método del punto medio modificado, los cuales son extrapolados después a tamaño del paso cero.

La secuencia de particiones utilizada para recorrer el intervalo  $\mathbf{H}$  se construye mediante el incremento del valor de  $n$ , que es el número de subpasos. Bulirsch y Stoer propusieron originalmente la secuencia:

$$(A.8) \quad n = 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64, 96, \dots, [n_j = 2n_{j-2}], \dots$$

Recientemente Deuffhard, sugirió que la secuencia:

$$(A.9) \quad n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots, [n_j = 2j], \dots,$$

es más eficiente en muchos casos. Para cada paso de integración, no se sabe anticipadamente que longitud tendrá la secuencia. A continuación para cada  $n$  sucesivo se intenta un polinomio de extrapolación. Esa extrapolación devuelve el valor extrapolado y el error estimado. Si los errores no son satisfactorios, se continua con un valor de  $n$  más alto. Si son satisfactorios se continua con el próximo paso y se comienza de nuevo con  $n = 2$ .

Por supuesto debe existir un límite superior más allá del cual se concluya que hay algún obstáculo numérico dentro del intervalo  $\mathbf{H}$ , de manera que haya que reducir el valor de  $\mathbf{H}$  en lugar de subdividirlo más finamente. En el programa **FORTTRAN**



que se ha usado para el cálculo, el máximo número de valores de  $n$  para probar se llamará **KMAXX**. La elección más frecuente es el valor 8, y el octavo valor de la secuencia de Deuffhard para  $n$  es 16, así que éste es el máximo número de subdivisiones de **H** permitidas en la mayoría de las ocasiones (por tanto, es en principio, equivalente a orden 16).

Al igual que en el método de Runge–Kutta, el control del error se impone mediante la comprobación, paso a paso, de la consistencia interna, adaptando el tamaño del paso de integración para que sea compatible con una acotación prescrita del error de truncamiento local. Cada nuevo resultado, procedente de la secuencia de integraciones de punto medio modificadas, permite construir una tabla de extrapolación. Para un polinomio de interpolación de grado tres construido con cuatro puntos, esa tabla es de la forma:

$$\begin{array}{ccccccc}
 x_1: & y_1 & = & P_1 & & & \\
 & & & & P_{12} & & \\
 x_2: & y_2 & = & P_2 & & P_{123} & \\
 & & & & P_{23} & & P_{1234} \\
 x_3: & y_3 & = & P_3 & & P_{234} & \\
 & & & & P_{34} & & \\
 x_4: & y_4 & = & P_4 & & & 
 \end{array}$$

La tabla anterior se va haciendo cada vez más grande añadiendo un conjunto adicional de diagonales. El tamaño de la nueva corrección añadida en cada etapa se toma como la estimación del error. Para poder usar la estimación del error para ajustar el paso temporal se utiliza un método debido a Deuffhard que se describe a continuación.

Supongasé que el valor absoluto del error estimado que devuelve la  $k$ -ésima columna (y así mismo la  $k + 1$  -ésima fila) de la tabla de extrapolación es:  $\epsilon_{k+1,k}$ . El control del error se impone escogiendo:

$$(A.10) \quad \epsilon_{k+1,k} < \epsilon$$

como criterio para aceptar el paso de integración utilizado, siendo  $\epsilon$  la tolerancia requerida. Para la secuencia par, el orden del método es  $2k + 1$  y:

$$(A.11) \quad \epsilon_{k+1,k} \approx H^{2k+1} .$$

Así, una simple estimación de un nuevo paso temporal  $H_k$  para obtener la convergencia en una columna  $k$  sería:

$$(A.12) \quad H_k = H \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_{k+1,k}} \right)^{\frac{1}{2k+1}} .$$

Comparando el tiempo de cálculo necesario para alcanzar la convergencia para diferentes valores de  $k$  se obtiene lo siguiente: suponiendo que  $A_k$  es el tiempo de cálculo necesario para obtener la fila  $k$  de la tabla de extrapolación, se tiene que  $A_{k+1}$  es el tiempo necesario para obtener la columna  $k$ . Se supone que la mayor parte del tiempo de cálculo se emplea en la evaluación de las funciones definidas en los miembros derechos de las ecuaciones diferenciales. Para  $n_k$  subdivisiones en  $H$ , el número de funciones de evaluación puede calcularse utilizando la ley de recurrencia:

$$(A.13) \quad A_1 = n_1 + 1 ,$$

$$(A.14) \quad A_{k+1} = A_k + n_k + 1 .$$

El tiempo de cálculo invertido en obtener la columna  $k$  es  $A_{k+1}/H_k$ , el cual no está dimensionalizado con un factor de  $H$  y se escribe como:

$$(A.15) \quad W_k = \frac{A_{k+1}}{H_k} \quad H = A_{k+1} \left( \frac{\epsilon_{k+1,k}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2k+1}} .$$

Las cantidades  $W_k$  pueden ser calculadas durante la integración. El índice de columna óptimo está, entonces, definido por:

$$(A.16) \quad W_q = \min_{k=1,\dots,k_f} W_k ,$$

donde  $k_f$  es la columna final, en la cual el criterio de error  $\epsilon_{k+1,k} < \epsilon$  se satisface. La  $q$  determinada a partir de la ecuación anterior define el tamaño del paso temporal  $H_q$  para ser utilizado como el siguiente tamaño del paso de integración básico, de esta manera se puede esperar obtener la convergencia en la columna óptima  $q$ .

Para alcanzar los objetivos buscados se deben hacer dos importantes refinamientos en la estrategia anterior:

1) Si el valor de  $\mathbf{H}$  es *demasiado pequeño*, entonces  $k_f$  será *demasiado pequeña* y así  $q$  seguirá siendo *demasiado pequeña*. Puede ser deseable incrementar  $\mathbf{H}$  y proponer para la convergencia en una columna  $q > k_f$ .

2) Si el valor de  $\mathbf{H}$  es *demasiado grande*, no puede converger con el paso actual y habrá que hacer decrecer el valor de  $\mathbf{H}$ . Este comportamiento puede detectarse mediante el seguimiento de las cantidades  $\epsilon_{k+1,k}$  para cada  $k$  de manera que se pueda detener la integración tan pronto como sea posible.

La solución propuesta por Deuffhard para resolver los dos problemas anteriores hace uso de ideas de la teoría de la comunicación para determinar la naturaleza de la convergencia promedio esperada en la extrapolación. El modelo de Deuffhard produce ciertos factores de corrección  $\alpha(k, q)$  que deben multiplicar a  $H_k$  para intentar alcanzar la convergencia en la columna  $q$ . Los factores  $\alpha(k, q)$  dependen sólo de  $\epsilon$  y de la secuencia  $\{n_i\}$  y pueden calcularse durante la inicialización utilizando la ecuación:

$$(A.17) \quad \alpha(k, q) = \epsilon^{\frac{A_{k+1} - A_{q+1}}{(2k+1)(A_q - A_1 + 1)}} \quad \text{para} \quad k < q,$$

con  $\alpha(q, q) = 1$ .

Respecto al primer problema, si se supone que la convergencia ocurre en la columna  $q = k_f$ , en lugar de tomar  $H_q$  para el siguiente paso, se debe incrementar el tamaño del paso temporal para obtener la convergencia en la columna  $q + 1$ . Dado que no se puede obtener  $H_{q+1}$  a partir del proceso de integración, su valor puede estimarse utilizando:

$$(A.18) \quad H_{q+1} = H_q \alpha(q, q + 1).$$

Mediante la ecuación  $W_k = (A_{k+1}/H_k) H$  la sustitución llega a ser eficiente, esto es, se reduce el tiempo de cálculo invertido por unidad de paso temporal. Para alcanzar este objetivo es conveniente que se verifique además la desigualdad:

$$(A.19) \quad \frac{A_{q+1}}{H_q} > \frac{A_{q+2}}{H_{q+1}},$$

ó

$$(A.20) \quad A_{q+1} - \alpha(q, q+1) > A_{q+2}.$$

Durante la inicialización, esta desigualdad puede ser comprobada para  $q = 1, 2, \dots$  con el objeto de obtener la mayor columna permitida  $K_{max}$ . Si se satisface la desigualdad  $(A_{q+1}/H_q) > (A_{q+2}/H_{q+1})$  siempre será eficiente usar  $H_{q+1}$  en los cálculos. En la práctica se limita  $k_{max}$  a 8 incluso cuando  $\epsilon$  es muy pequeño, ya que hay muy poca ganancia en eficiencia para valores mayores y el error de redondeo, sin embargo, empieza a ser un problema.

El problema de reducción del paso temporal se resuelve mediante la utilización de una estimación del paso temporal computado:

$$(A.21) \quad \overline{H}_k = H_k - \alpha(k, q), \quad k = 1, \dots, q-1,$$

calculada durante el paso temporal actual. Los valores de  $\overline{H}$  se estiman a partir del tamaño del paso temporal para obtener la convergencia en la columna óptima  $q$ . Si cualquier  $\overline{H}_k$  resulta ser *demasiado pequeño*, se abandona el paso actual y se empieza de nuevo usando  $\overline{H}_k$ . Para distinguir si es *demasiado pequeño*, se utiliza como criterio la desigualdad:

$$(A.22) \quad H_k - \alpha(k, q+1) < \mathbf{H}.$$

Los valores de  $\alpha$  satisfacen  $\alpha(k, q+1) > \alpha(k, q)$ .

Durante el primer paso temporal, cuando todavía no se tiene información acerca de la solución, la comprobación de la reducción del paso temporal se hace para

todo  $k$ . Después se comprueba la convergencia y la posible reducción del tamaño del paso temporal únicamente en el rango de valores:

$$(A.23) \quad \max(1, q - 1) \leq k \leq \min(k_{\max}, q + 1) .$$

La razón fundamental para el rango de valores anterior está basada en la frecuente aparición de convergencia espúrea para valores  $k < q - 1$  como consecuencia de una estimación fortuita de algún error pequeño en el proceso de extrapolación. Por otra parte, si se necesita ir más allá del valor  $k = q + 1$  para obtener convergencia, el modelo local de la naturaleza de la convergencia deja de ser válido y es necesario interrumpir la integración y reestablecer el modelo.

En la subrutina **BSSTEP** se utilizan varios tests usando el valor:

$$(A.24) \quad \epsilon(k) = \frac{H}{H_k} = \left( \frac{\epsilon_{k+1,k}}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2k+1}} ,$$

llamado  $err(k)$  en el programa **FORTRAN** empleado en los cálculos. Como es habitual, se incluirá un *factor de seguridad* en la selección del tamaño del paso temporal. Este factor se obtiene reemplazando  $\epsilon$  por  $0,25\epsilon$ .

Aunque la columna de convergencia óptima está restringida a un incremento de una unidad en cada paso de integración, una caída repentina en el orden está permitida por la ecuación:

$$(A.25) \quad W_q = \min_{k=1,\dots,k_f} W_k .$$

Esto da al método un alto grado de robustez para los problemas con discontinuidades.

Para la integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento es fundamental normalizar las variables. La normalización con los valores máximos de las variables es la más robusta para el cálculo, pero a veces exige una información adicional de la que no se dispone. En el tipo de problemas estudiado en esta Tesis, las variables se han normalizado en la forma que se indicó en la Sección 2.9 del Capítulo 2.

El desarrollo del integrador de Bulirsch–Stoer utilizado, posee exactamente la misma secuencia de llamada que el integrador de Runge–Kutta con control de calidad **RKQS** descrito en la Sección anterior de este Apéndice. Esto significa que la subrutina principal **ODEINT** puede ser utilizada para Bulirsch–Stoer al igual que para el Runge–Kutta, pero ahora sustituyendo la subrutina **RKQS** por la nueva subrutina **BSSTEP** en la lista de argumentos de la subrutina **ODEINT**. La subrutina **BSSTEP** llama a **MMID** para tomar las secuencias de puntos medios modificadas, y llama a **PZEXTR** para hacer la extrapolación polinómica.

El integrador de Bulirsch–Stoer, con comprobación del error de truncamiento local para asegurar la precisión y ajustar el paso temporal, tiene como entradas el vector de las variables dependientes **Y**(1 : *nv*) y sus derivadas **DYDX**(1 : *nv*) evaluadas en el valor inicial de la variable independiente **X**. Otras entradas son el tamaño de prueba para el paso de integración **HTRY**, la precisión requerida en los cálculos **EPS**, y el vector **YSCAL**(1 : *nv*) que se utiliza para normalizar el error. En cuanto a las salidas, **Y** y **X** son reemplazados por sus nuevos valores, **HDID** es el paso temporal que estaba siendo utilizado en los cálculos, y **HNEXT** es el siguiente paso temporal estimado. **DERIVS** es la subrutina que calcula el miembro derecho de las ecuaciones de las derivadas. Se escoge **HTRY** sobre sucesivas integraciones para el valor de **HNEXT** que devuelve el paso temporal previo, igual que en el caso en que la subrutina es llamada por **ODEINT**. Los parámetros son **NMAX** que es el máximo valor de *nv*; **KMAXX** es el máximo número de filas utilizado en la extrapolación; **IMAX** es el siguiente número de filas; **SAFE1** y **SAFE2** son factores de seguridad; **REDMAX** es el máximo factor utilizado cuando se reduce un paso temporal, siendo **REDMIN** el mínimo; **TINY** evita la división entre cero y **1/SCALMX** es el factor máximo para el que puede incrementarse el tamaño del paso temporal.

La subrutina de extrapolación polinómica está basada en un algoritmo que siempre extrapola a cero en lugar de a un valor arbitrario. La extrapolación se hace individualmente para cada componente de un vector de cantidades. La extrapolación

polinómica evalúa  $nv$  funciones en  $\mathbf{X} = 0$  mediante el ajuste de un polinomio a una secuencia de estimaciones con valores progresivamente más pequeños  $\mathbf{X} = \mathbf{XEST}$  y vectores de funciones correspondientes  $\mathbf{YEST}(1 : nv)$ . Esta llamada está numerada como **IENT** en la secuencia de llamadas. Los valores extrapolados de la función son salidas como  $\mathbf{YZ}(1 : nv)$  y su error estimado es la salida denotada por  $\mathbf{DY}(1 : nv)$ . El máximo valor esperado de **IENT** es **IMAX** y el de  $nv$  es **NMAX**.

Aunque es más frecuente aplicar el método de Bulirsch–Stoer con extrapolación polinómica en lugar de extrapolación racional, puede ser conveniente utilizar la extrapolación racional cuando haya problemas de convergencia en la integración con extrapolación polinómica. La subrutina **RZEXTR** se encarga de introducir la extrapolación con funciones racionales, mientras que **PZEXTR** es para la extrapolación con funciones polinómicas.

## Apéndice B

### Figuras en color

- A **Figura 1.-** Evolución dinámica de un anillo de partículas en presencia de un vórtice con decrecimiento exponencial en amplitud y elongación  $f = 3$ . La imagen muestra el sistema tras 60 años de evolución.
- B **Figura 2.-** Detalle del vórtice para el mismo caso que el de la Figura 1.
- C **Figura 3.-** Estado del mismo sistema mostrado en la Figura 1 tras 100 años.
- D **Figura 4.-** Detalle del vórtice para el mismo caso que el de la Figura 3.
- E **Figura 5.-** Estado del sistema de la Figura 1 tras 260 años.
- F **Figura 6.-** Detalle del vórtice para el mismo caso que el de la Figura 5. El contraste de densidad entre el vórtice y los alrededores es del orden de 100.



- G **Figura 7.-** Evolución dinámica de un anillo de 20.000 partículas sometido a una perturbación espiral L (*leading*) de excentricidad  $e = 0,01$ . La escala temporal de evolución dinámica es de 450 años.
- H **Figura 8.-** Evolución dinámica de un anillo de 20.000 partículas sometido a una perturbación espiral T (*trailing*) de excentricidad  $e = 0,01$ . La escala temporal es la misma de la Figura 7.
- I **Figura 9.-** Evolución dinámica de un anillo de 250.000 partículas métricas (ver escala de color en metros) sometido a una perturbación espiral T (*trailing*) de excentricidad 0,1. La imagen muestra el estado del disco una vez transcurridos 150 años. La simulación se ha llevado a cabo con una versión paralelizada del programa NDISK ejecutándose en el SGI Origin 2000 del CSC y haciendo uso de 25 procesadores.
- J **Figura 10.-** La imagen muestra el estado del disco de la Figura 9 una vez transcurridos 450 años.

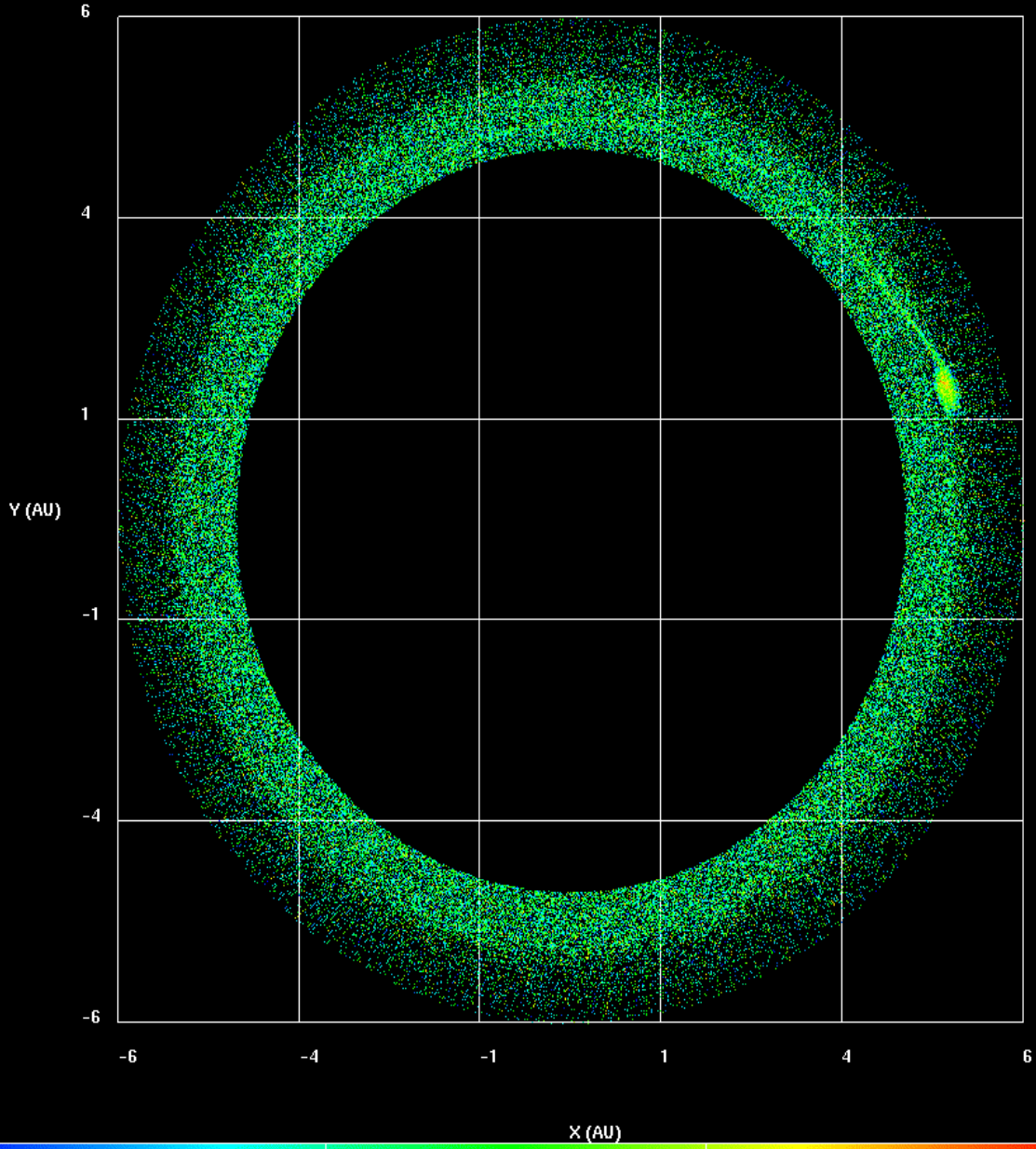


Figura 1: Resultado de la evolución dinámica de un anillo de partículas bajo la influencia de un vórtice gaseoso con parámetro  $f = 3$  como los descritos en el Capítulo 4 transcurridos 60 años. El vórtice está afectado por un decrecimiento exponencial de su amplitud. El color de las partículas está asociado con su radio en metros según la escala que aparece en la figura.

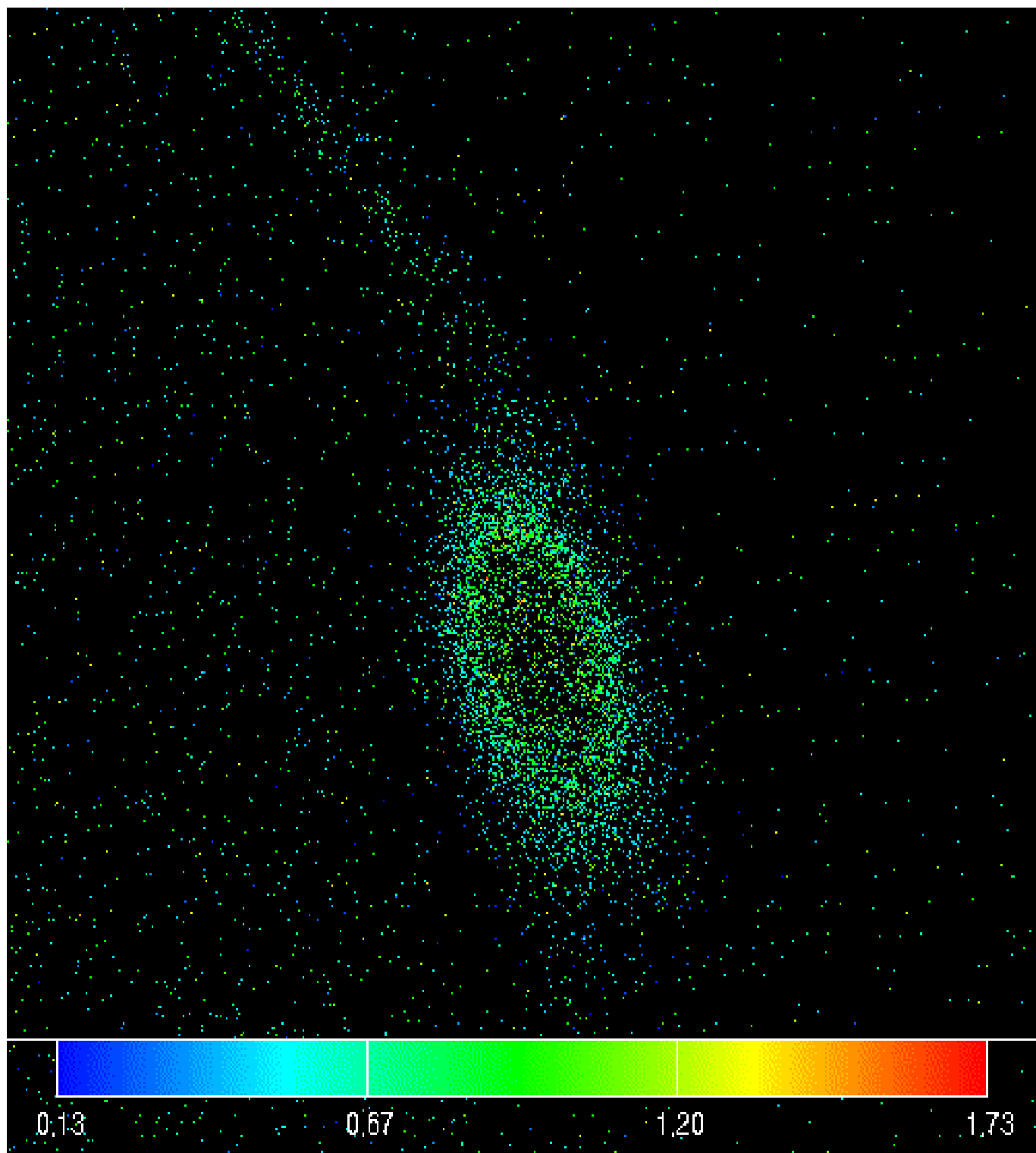


Figura 2: Detalle del vórtice de la figura anterior.

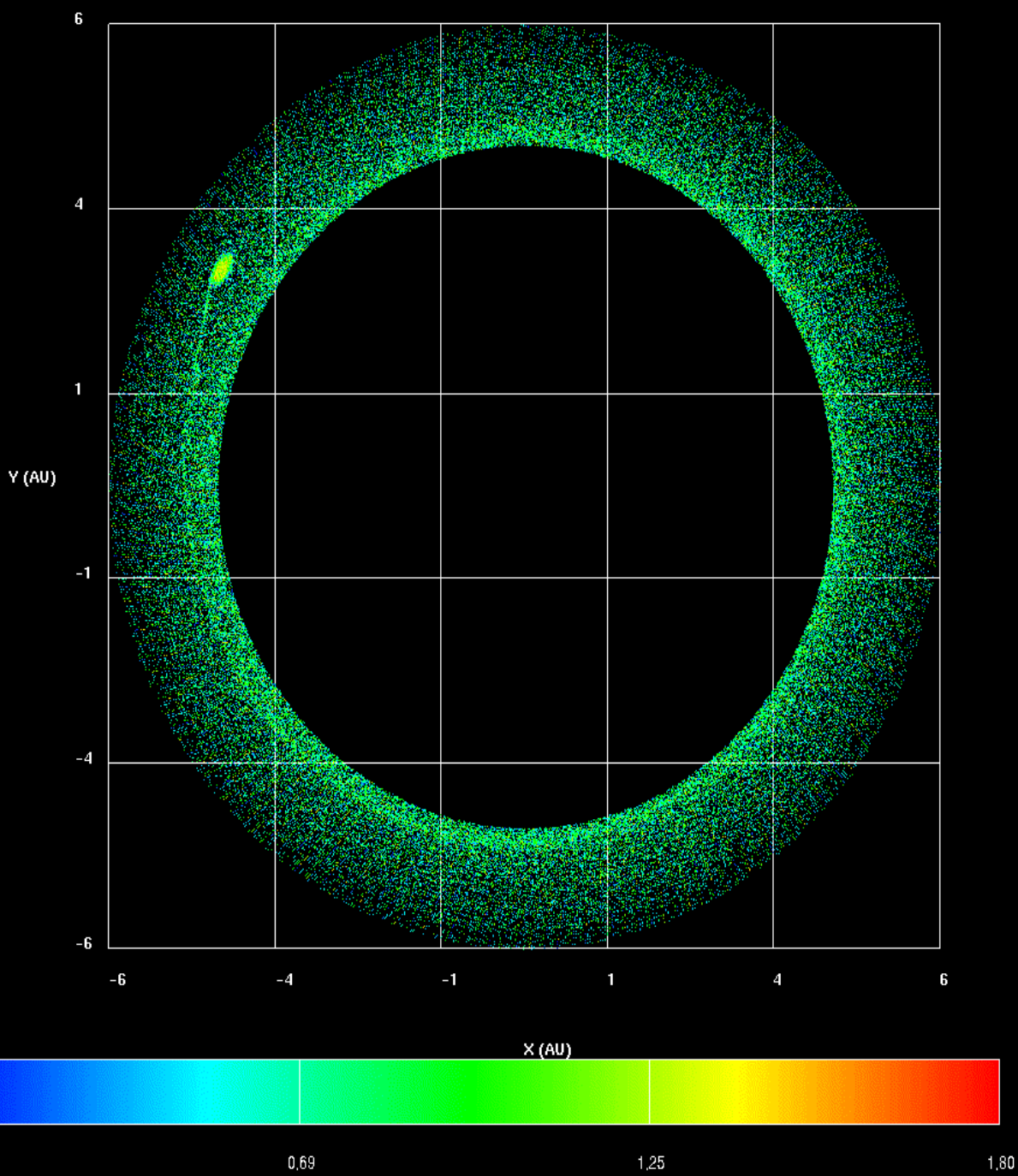


Figura 3: Misma simulación que en la Figura 1 pero tras 100 años.

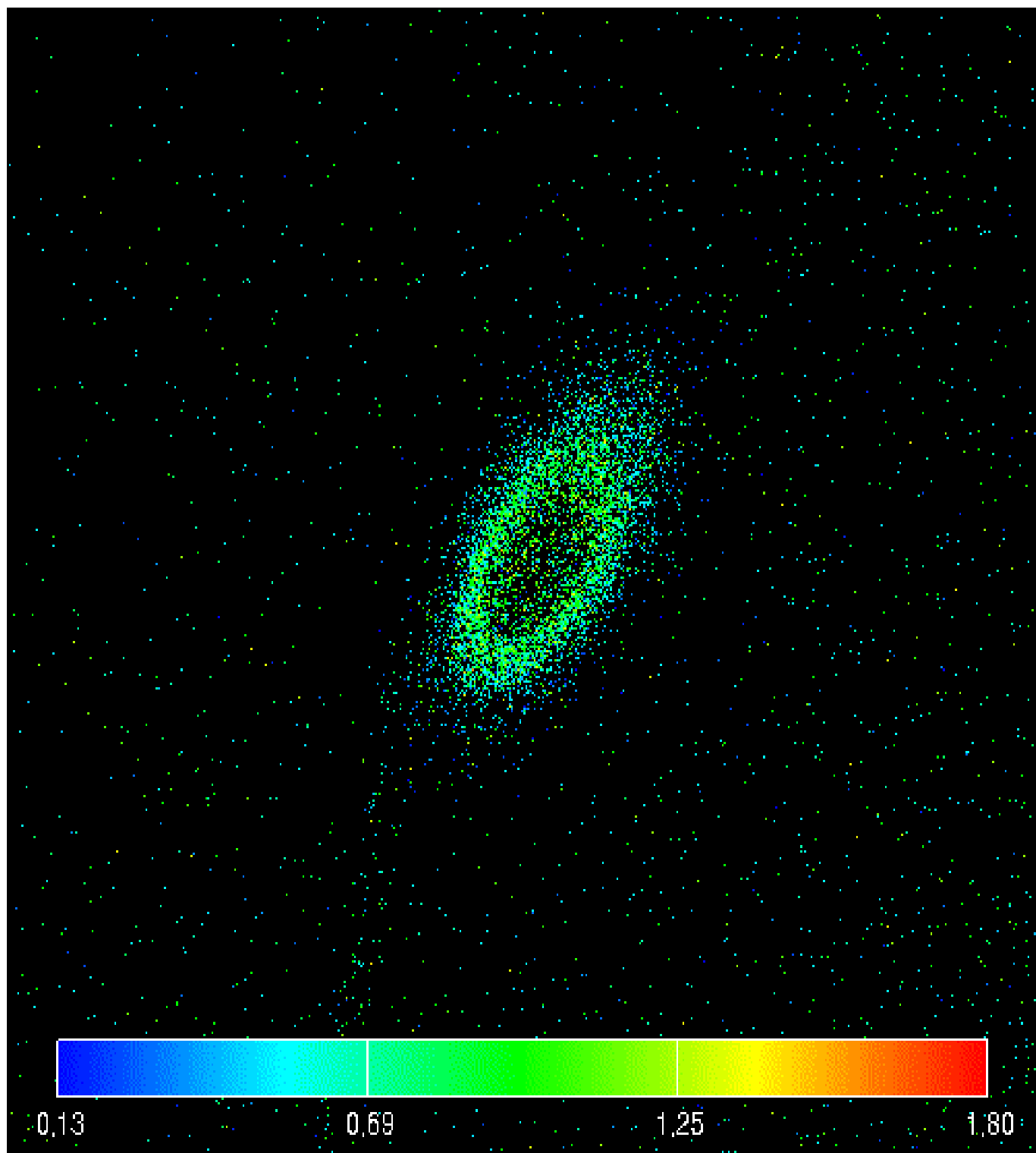


Figura 4: Detalle del vórtice de la figura anterior.

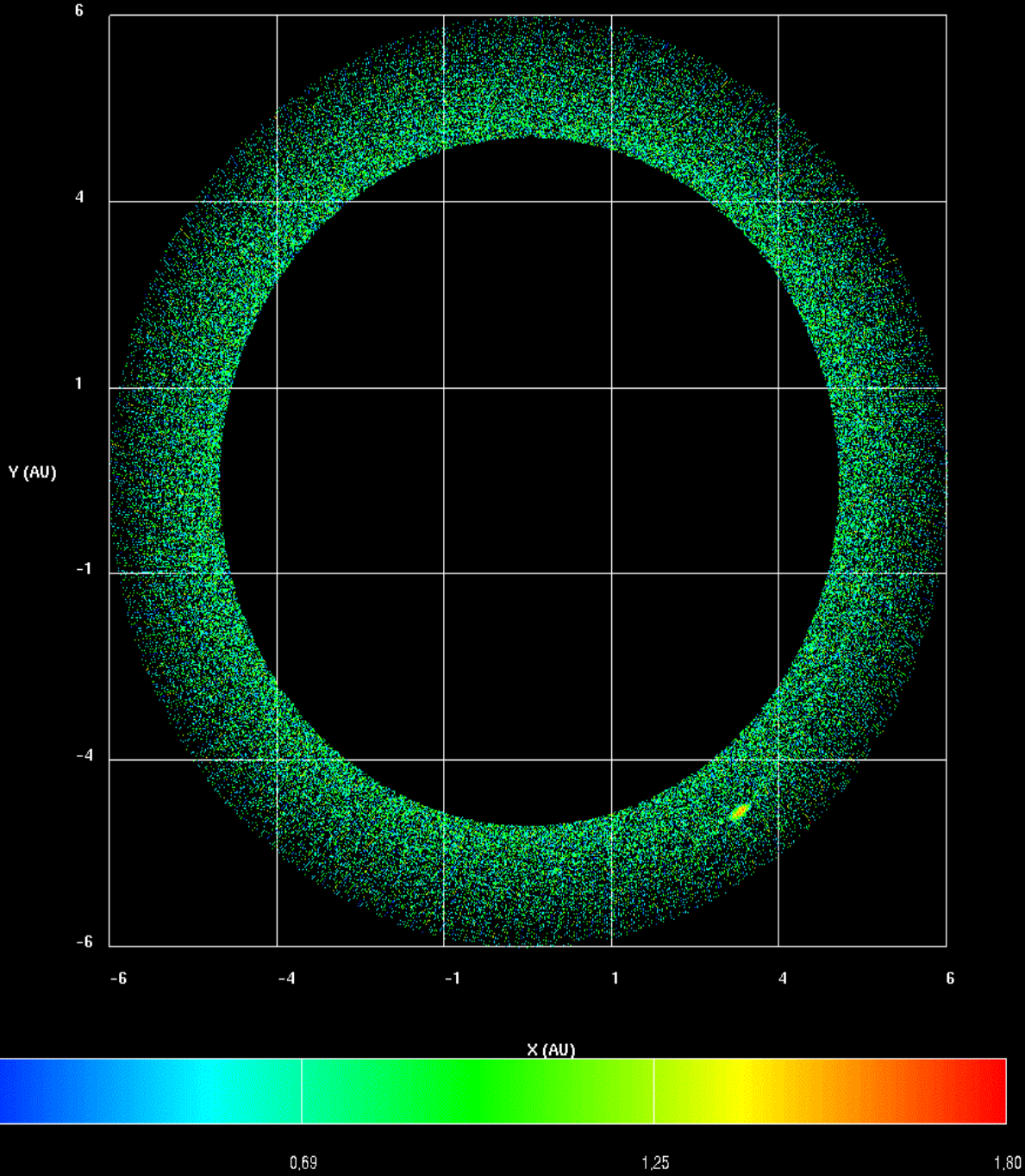


Figura 5: Misma simulación que en las Figuras 1 y 3 tras 260 años. Al cabo de 300 años el contraste de densidad entre el vórtice y sus alrededores llega a alcanzar un factor 100. Considerando un ritmo de acreción de  $10^{-8} M_{\odot}/\text{año}$  la masa incorporada por el vórtice se elevaría al valor de la correspondiente al planeta Marte. La simulación incluye 400.000 partículas y fue llevada a cabo con la versión paralelizada del programa.

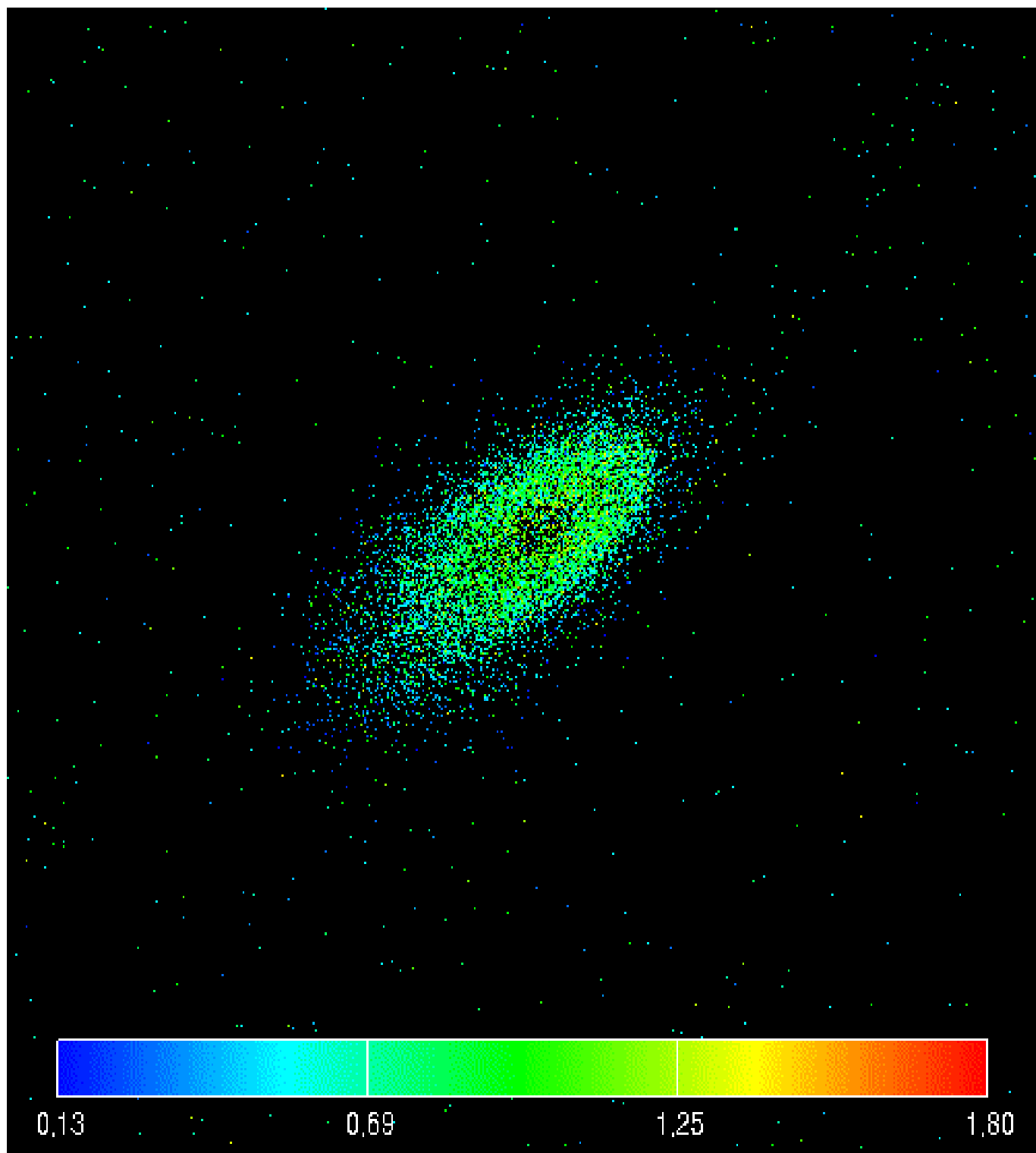


Figura 6: Detalle del vórtice de la figura anterior.

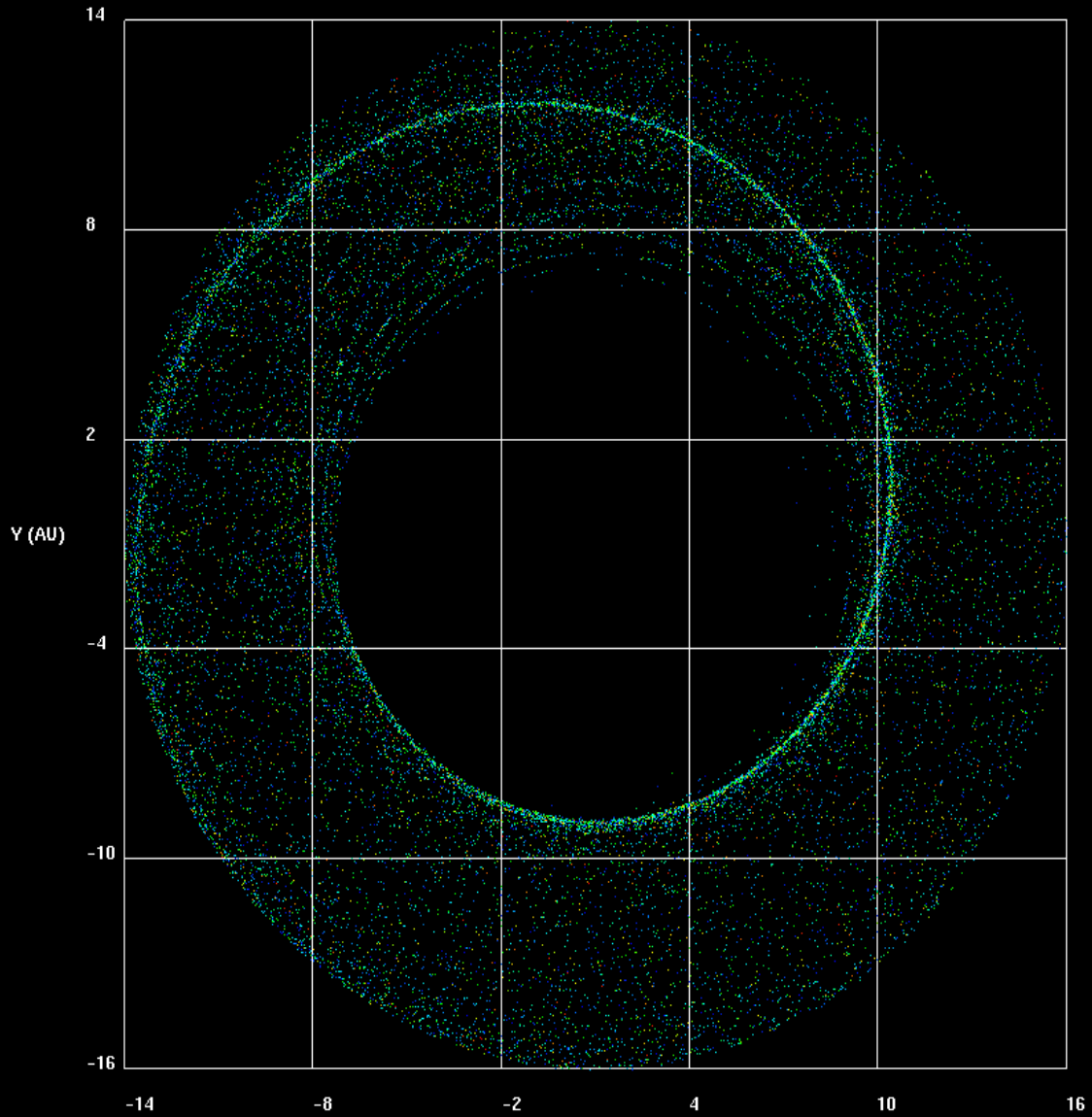


Figura 7: Configuración de un disco de 20.000 partículas sometido a una perturbación espiral L (*leading*) del tipo de las descritas en el Capítulo 5 con una excentricidad  $e = 0,1$ . La escala temporal de evolución dinámica es de 450 años. El color de las partículas está asociado con su radio en metros según la escala que aparece en la figura. Las partículas no caen hacia el Sol y permanecen confinadas en ciclos límite. Las ondas L podrían excitarse como resultado de la interacción con un compañero (estelar o no) en rotación retrógrada. El modelo ha sido calculado por medio de la versión paralelizada del programa haciendo uso de 8 procesadores.



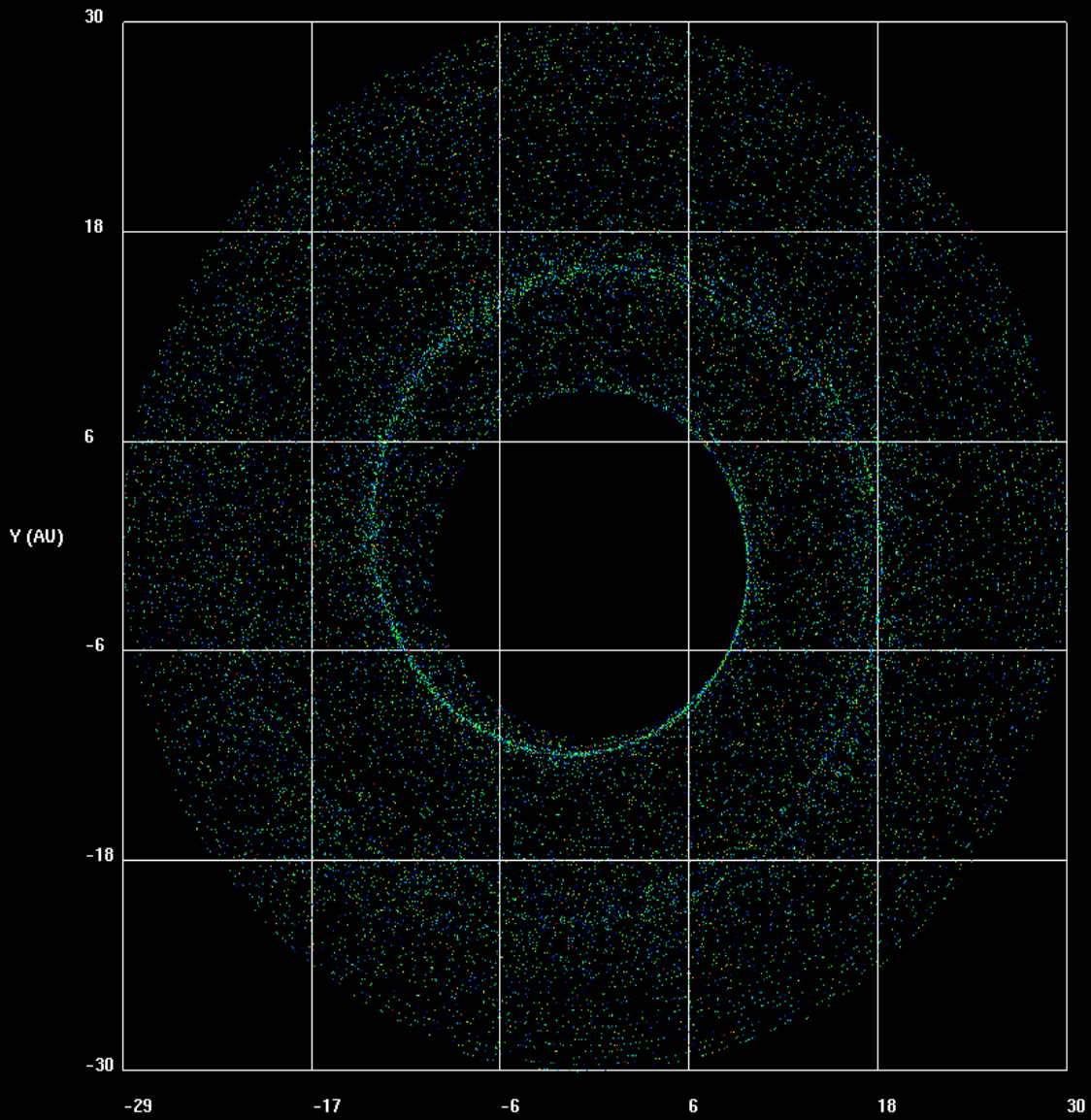


Figura 8: Análoga a la figura anterior pero ahora se trata de una perturbación espiral T (*trailing*). Los resultados son muy similares. Las ondas T podrían excitarse como resultado de la interacción con un compañero (estelar o no) en rotación directa.

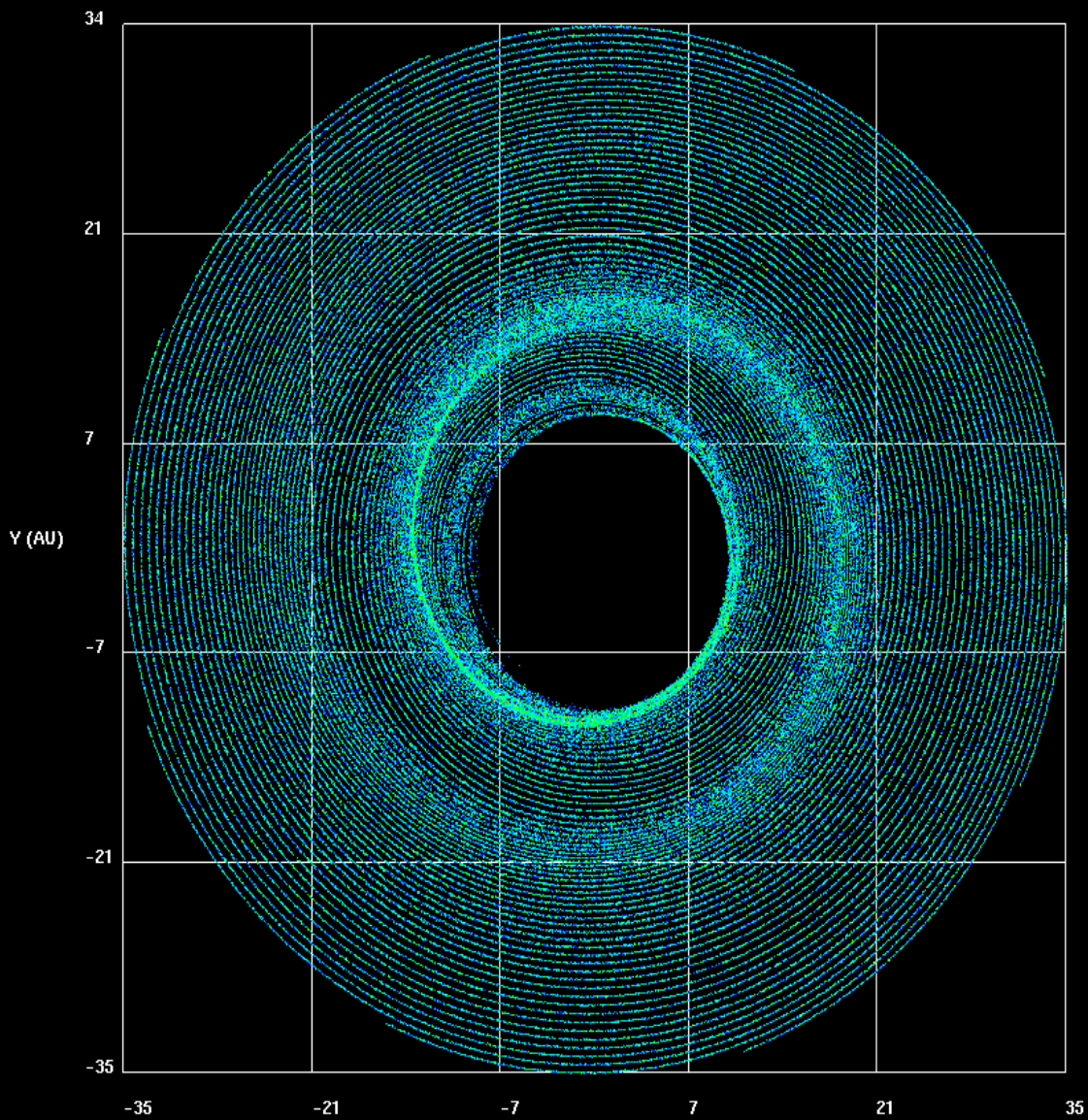


Figura 9: Modelo de disco de partículas métricas (ver escala de color en metros) sometido a una perturbación espiral T (*trailing*). El disco se compone de 250.000 partículas y ha sido calculado haciendo uso de 25 procesadores. Tiempo transcurrido, 150 años.

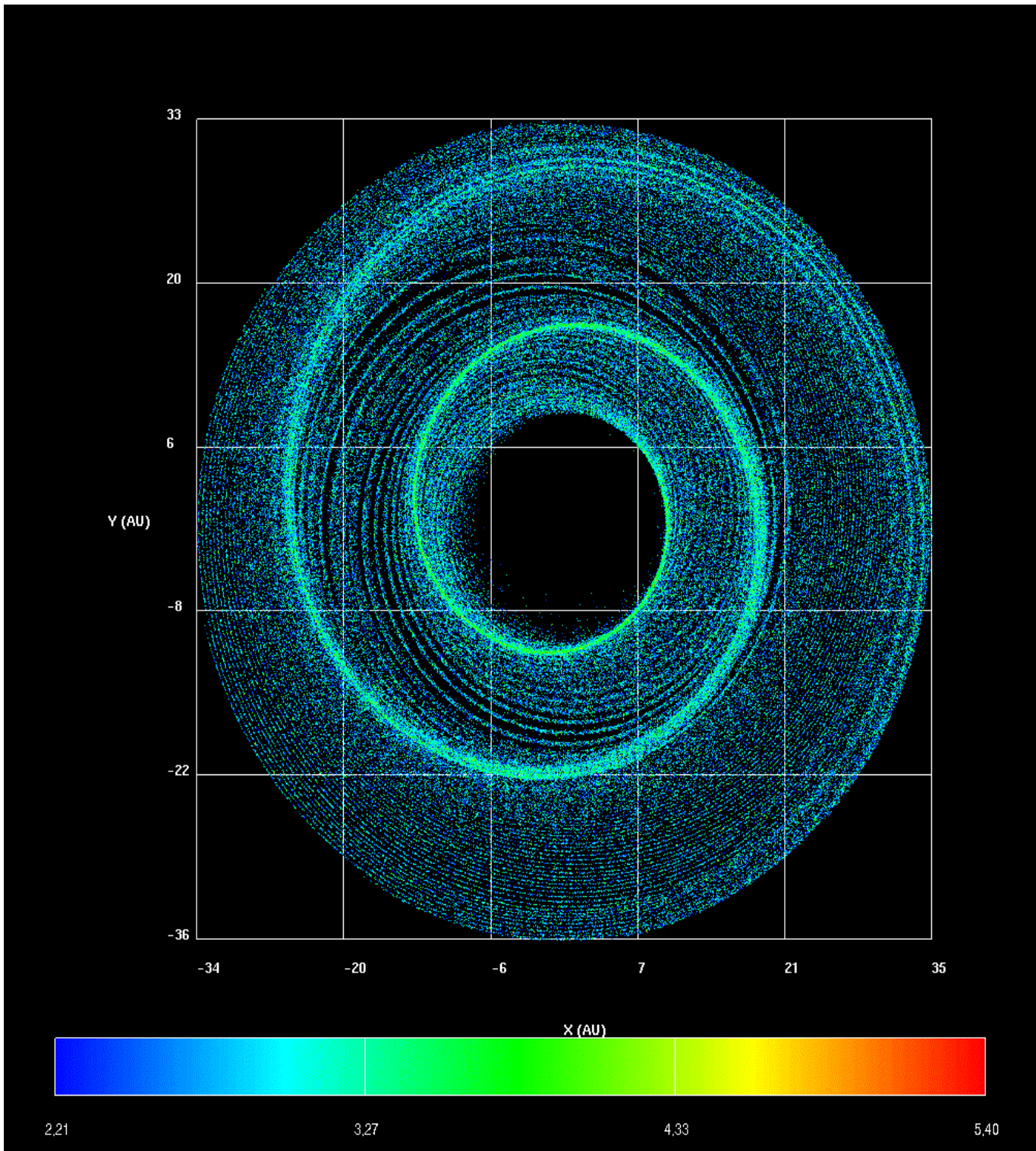


Figura 10: Mismo modelo que en la Figura anterior; el tiempo transcurrido es ahora 1250 años.

# Referencias

- [1] AARSETH S. J.: *Multiple Time Scales*, Academic Press, 1985, p. 377
- [2] AARSETH S. J.: *Galactic Dynamics and N-body Simulations*, Springer Verlag, 1994, p. 277
- [3] AARSETH S. J., HÉNON M., WIELEN R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 37, 1974, p. 183
- [4] ACHESON D. J.: *Elementary Fluid Dynamics*, Clarendon Press, 1990, Oxford
- [5] ADACHI I., HAYASHI C., NAKAZAWA K.: *Progress of Theoretical Physics*, vol. 56, 1976, p. 1756
- [6] ADAMS F. C., LAUGHLIN G.: *Bulletin of the American Astronomical Society*, vol. 189, 1996, p. 49.11
- [7] ADAMS F. C., LAUGHLIN G.: *Icarus*, vol. 150, 2001, p. 151
- [8] ADAMS F. C., RUDEN S. P., SHU F. H.: *Astrophysical Journal*, vol. 347, 1989, p. 959
- [9] ADAMS F. C., WATKINS R.: *Astrophysical Journal*, vol. 451, 1995, p. 314
- [10] ADAMS M. T., STROM S. E., STROM K. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 53, 1983, p. 893

- [11] AIKAWA Y., MIYAMA S. M., NAKANO T., UMEBAYASHI T.: *Astrophysical Journal*, vol. 467, 1996, p. 684
- [12] AIKAWA Y., UMEBAYASHI T., NAKANO T., MIYAMA S. M.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 486, 1997, p. L51
- [13] AIKAWA Y., UMEBAYASHI T., NAKANO T., MIYAMA S. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 519, 1999, p. 705
- [14] AKESON R. L., KOERNER D. W., JENSEN E. L. N.: *Astrophysical Journal*, vol. 505, 1998, p. 358
- [15] ALBROW M. D., BEAULIEU J.-P., CALDWELL J. A. R., DOMINIK M., GAUDI B. S., GOULD A., GREENHILL J., HILL K., KANE S., MARTIN R., MENZIES J., NABER R. M., POLLARD K. R., SACKETT P. D., SAHU K. C., VERMAAK P., WATSON R., WILLIAMS A., BOND H. E., VAN BEMMEL I. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 534, 2000a, p. 894
- [16] ALBROW M. D., BEAULIEU J.-P., CALDWELL J. A. R., DE POY D. L., DOMINIK M., GAUDI B. S., GOULD A., GREENHILL J., HILL K., KANE S., MARTIN R., MENZIES J., NABER R. M., POGGE R. W., POLLARD K. R., SACKETT P. D., SAHU K. C., VERMAAK P., WATSON R., WILLIAMS A., The PLANET Collaboration: *Astrophysical Journal*, vol. 535, 2000b, p. 176
- [17] ALFVÉN H., ARRHENIUS G.: *Evolution of the Solar System*, NASA, 1976
- [18] ANDRÉ P.: *Circumstellar Dust Disks and Planet Formation*, Proceedings of the 10<sup>th</sup> IAP Astrophysics Meeting, Editions Frontieres, 1994, p. 115
- [19] ANDRÉ P., MONTMERLE T.: *Astrophysical Journal*, vol. 420, 1994, p. 837
- [20] ARTYMOWICZ P.: *Ph. D. Thesis*, Universidad de Varsovia, 1990
- [21] ARTYMOWICZ P.: *Astrophysical Journal*, vol. 419, 1993, p. 166

- [22] ARTYMOWICZ P.: *Brown Dwarfs and Extrasolar Planets*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 1997, vol. 134
- [23] ARTYMOWICZ P., BURROWS C., PARESCE F.: *Astrophysical Journal*, vol. 337, 1989, p. 494
- [24] ARTYMOWICZ P., LUBOW S. H.: *Astrophysical Journal*, vol. 421, 1994, p. 651
- [25] ARZOUMANIAN A., JOSHI K., RASIO F. A., THORSETT S. E.: *Pulsars: Problems and Progress*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 105, 1996, p. 525
- [26] AUGEREAU J. C., LAGRANGE A. M., MOUILLET D., MÉNARD F.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 365, 2001, p. 78
- [27] AUGEREAU J. C., NELSON R. P., LAGRANGE A. M., PAPALOIZOU J. C. B., MOUILLET D.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 365, 2001, p. 78
- [28] AUMANN H. H.: *Astrophysical Journal*, vol. 420, 1988, p. 837
- [29] AUMANN H. H., GILLET F. C., BEICHMAN C. A., DE JONG T., HOUCK J.R., LOW F. J., NEUGEBAUER R. G., WALKER R. G., WESSELIUS P. R.: *Astrophysical Journal*, vol. 278, 1984, p. L23
- [30] BACKMAN D. E., GUILLET F. C., WITTEBORN F. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 385, 1992, p. 670
- [31] BACKMAN D. E., PARESCE F.: *Protostars and Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 208
- [32] BAPTISTA R., CATALÁN M. S.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 539, 2000, p. L55

- [33] BAPTISTA R., HARLAFTIS E. T., STEEGHS D.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 314, 2000, p. 727
- [34] BARGE P., SOMMERIA J.,: *Circumstellar Dust Disks and Planet Formation*, Proceedings of the 10th IAP Astrophysics Meeting, éditions Frontières, 1994, p. 295
- [35] BARGE P., SOMMERIA J.,: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 295, 1995, p. L1
- [36] BATTEN A. H., FLETCHER J. M., MCCARTHY D. G.: *Publications of the Dominion Astrophysical Observatory*, vol. 17, 1989, p. 1
- [37] BAUER I., FINOCCHI F., DUSCHL W. J., GAIL H.-P., SCHLÖDER J. P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 317, 1997, p. 273
- [38] BECKWITH S. V. W., HENNING T., NAKAGAWA Y.: *Protostars and Planets IV*, University of Arizona Press, Tucson, 2000, p. 533
- [39] BECKWITH S. V. W., SARGENT A. I.: *Astrophysical Journal*, vol. 381, 1991, p. 250
- [40] BECKWITH S. V. W., SARGENT A. I.: *Protostars and Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 521
- [41] BECKWITH S. V. W., SARGENT A. I.: *Nature*, vol. 383, 1996, p. 189
- [42] BECKWITH S. V. W., SARGENT A. I., CHINI R. S., GÜSTEN R.: *Astronomical Journal*, vol. 99, 1990, p. 924
- [43] BEGEMANN F.: *Reports Prog. Phys.*, vol. 43, 1980, p. 1309
- [44] BELL K. R., CASSEN P. M., KLAHR H. H., HENNING Th.: *Astrophysical Journal*, vol. 486, 1997, p. 372
- [45] BENEDICT G. F.: *poster presented at the Second TOPS Conference*, Hawaii, 1993



- [46] BENNETT D. P., RHIE S. H., BECKER A. C., BUTLER N., DANN J., KASPI S., LEIBOWITZ E. M., LIPKIN Y., MAOZ D., MENDELSON H., PETERSON B. A., QUINN J., SHEMMER O., THOMSON S., TURNER S. E.: *Nature*, vol. 402, 1999, p. 57
- [47] BINNEY J., TREMAINE S.: *Galactic Dynamics*, Princeton University Press, Princeton, 1987, p. 72
- [48] BLACK D. C., HAN I., GATEWOOD G.: *American Astronomical Society*, DPS meeting 32, 2000, # 31.06
- [49] BLAKE G. A., VAN DISHOECK E. F., SARGENT A.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 391, 1992, p. L99
- [50] BLUM J.: *Bull. Amer. Astron. Soc.*, vol. 22, 1989, p. 1082
- [51] BLUM J.: *Advances in Space Research* vol. 15, # 10, 1995, p. 39
- [52] BLUM J., WASSERBURG G. J., HUTCHEON I. D., BECKETT J. R., STOLPER E. M.: *Geochim. Cosmochim. Acta*, vol. 53, 1989, p. 483
- [53] BLUM J., WURM G., KEMPF S., HENNING Th: *Icarus*, vol. 124, 1996a, p. 441
- [54] BLUM J., SCHNAITER M., WURM G., ROTT M.: *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 67, 1996b, p. 589
- [55] BLUM J., WURM G., POPPE T., HEIM L.-O.: *Laboratory Astrophysics and Space Research*, Kluwer, Dordrecht, 1999, p. 399
- [56] BLUM J., WURM G.: *Icarus*, vol. 143, 2000, p. 138
- [57] BODENHEIMER P.: *The comparative study of the Planets*, D. Reidel Publishing Company, 1982, p. 25



- [58] BONNELL I.: *The Third Pacific Rim Conference on Recent Development on Binary Star Research*, ASP Conference Series, vol. 130, 1997, p. 1
- [59] BONNELL I., BATE M. R.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 269, 1994, p. 837
- [60] BOSS A. P.: *Astrophysical Journal Supplements*, vol. 62, 1986a, p. 519
- [61] BOSS A. P.: *Astrophysics of Brown Dwarfs*, Cambridge University Press. Cambridge, 1986b, p. 206
- [62] BOSS A. P.: *Comm. Astrophys.*, vol. 12, 1988, p. 169
- [63] BOSS A. P.: *Highlights of Astronomy*, vol. 8, 1989, Dordrecht, Kluwer, p. 123
- [64] BOSS A. P.: *Lunar & Planetary Science*, vol. V, 1989a, p. 99
- [65] BOSS A. P.: *Astrophysical Journal*, vol. 345, 1989b, p. 554
- [66] BOSS A. P.: *Nature*, vol. 351, 1991, p. 298
- [67] BOSS A. P.: *Science*, vol. 267, 1995, p. 360
- [68] BOSS A. P.: *Nature*, vol. 379, 1996, p. 397
- [69] BOSS A. P.: *Lunar & Planetary Science*, vol. 27, 1996, p. 141
- [70] BOYNTON W. V.: *Protostars & Planets II*, University of Arizona Press, Tucson, 1978a, p. 772
- [71] BRACCO A., CHAVANIS P. H., PROVENZALE A., SPIEGEL E. A.: *Physics of Fluids*, vol. 11, 1999, p. 2280
- [72] BRACCO A., PROVENZALE A., SPIEGEL E. A., YECKO P.: *Theory of Black Hole Accretion Disks*, Cambridge University Press. Cambridge, 1998, p. 254

- [73] BRANDNER W., ZINNECKER H., ALCALÁ J. M., ALLARD F., COVINO E., FRINK S., KÖHLER R., KUNKEL M., MONETI A., SCHWEITZER A.: *Astronomical Journal*, vol. 120, 2000, p. 950
- [74] BRUNO G.: *On the Infinite Universe and Worlds*, 1584
- [75] BRYDEN G., LIN D. N. C., IDA S.: *Astrophysical Journal*, vol. 544, 2000, p. 481
- [76] BULIRSCH R., STOER J.: *Numerical Mathematics*, vol. 8, 1966, p. 1
- [77] BURROWS A. S., HUBBARD W. B., LUNINE J. I.: *Astrophysical Journal*, vol. 345, 1989, p. 939
- [78] BUTLER R. P., MARCY G. W.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 464, 1996, p. L153
- [79] BUTLER R. P., MARCY G. W.: *Astronomical and Biochemical Origins and the Search for Life in the Universe*, IAU Colloquium 161, Bologna, Italy, 1997, p. 331
- [80] BUTLER R. P., MARCY G. W., WILLIAMS E., HAUSER H., SHIRTS Ph.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 474, 1996a, p. L115
- [81] BUTLER R. P., MARCY G. W., WILLIAMS E., MCCARTHY C., DOSANJH P.: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 108, 1996b, p. 500
- [82] BUTLER R. P., MARCY G. W., WILLIAMS E., HAUSER H., SHIRTS P.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 474, 1997, p. L115
- [83] BUTLER R. P., MARCY G. W., FISCHER D. A., BROWN T. M., CONTOS A. R., KORZENNIK S. G., NISENSEN P., NOYES R. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 526, 1999, p. 916

- [84] BUTLER R. P., VOGT S. S., MARCY G. W., FISCHER D. A., HENRY G. W., APPS K.: *Astrophysical Journal*, vol. 545, 2000, p. 504
- [85] CABOT W., CANUTO V. M., HUBICKYJ O., POLLACK J. B.: *Icarus*, vol. 69, 1987a, p. 387
- [86] CABOT W., CANUTO V. M., HUBICKYJ O., POLLACK J. B.: *Icarus*, vol. 69, 1987b, p. 423
- [87] CALVET N., HARTMANN L., STROM S. E.: *Protostars & Planets IV*, University of Arizona Press, Tucson, 2000, p. 377
- [88] CAMERON A. G. W.: *Meteorite Research*, Dordrecht: D. Reidel, 1969, p. 7
- [89] CAMERON A. G. W.: *Icarus*, vol. 18, 1973, p. 407
- [90] CAMERON A. G. W.: *Moon and Planets*, vol. 18, 1978a, p. 5
- [91] CAMERON A. G. W.: *The Origin of the Solar System*, Wiley and Sons, New York, 1978b, p. 49
- [92] CAMERON A. G. W.: *Protostars & Planets II*, University of Arizona Press, Tucson, 1985, p. 1073
- [93] CAMERON A. G. W.: *The Formation and Evolution of Planetary Systems*, Univ. of Cambridge Press., Cambridge, 1989, p. 29
- [94] CAMERON A. G. W., DE CAMPLI W. M., BODENHEIMER P. H.: *Icarus*, vol. 49, 1982, p. 298
- [95] CAMERON A. G. W., PINE M. R.: *Icarus*, vol. 18, 1973, p. 377
- [96] CARR J. S., MATHIEU R. D., NAJITA J. R.: *Astrophysical Journal*, vol. 551, 2001, p. 454
- [97] CASSEN P. M.: *Lunar and Planetary Science*, Conf. XXIII, 1992, p. 207

- [98] CASSEN P. M.: *Icarus*, vol. 112, 1994, p. 405
- [99] CASSEN P. M.: *Chondrules and the Protoplanetary Disk*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996a, p. 21
- [100] CASSEN P. M.: *Meteoritics*, vol. 31, 1996, p. 793
- [101] CASSEN P. M., SMITH B. F., MILLER P. H., REYNOLDS R. T.: *Icarus*, vol. 48, 1981, p. 377
- [102] CHAMBERLIN T. C.: *Carnegie Institution of Washington Year Book*, vol. 3, 1904, p. 195
- [103] CHANDRASEKHAR S.: *Review of Modern Physics*, vol. 15, 1943, p. 1
- [104] CHANDRASEKHAR S.: *New methods in stellar dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1943
- [105] CHANDRASEKHAR S.: *Astrophysical Journal*, vol. 97, 1943, p. 255
- [106] CHANDRASEKHAR S.: *Astrophysical Journal*, vol. 97, 1943, p. 263
- [107] CHANDRASEKHAR S.: *Astrophysical Journal*, vol. 98, 1943, p. 54
- [108] CHANDRASEKHAR S.: *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale University Press, New Haven, 1969
- [109] CHARBONNEAU D., BROWN T. M., LATHAM D. W., MAYOR M.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 529, 2000, p. L45
- [110] CHAVANIS P. H.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 356, 2000, p. 1089
- [111] CHEW G. F., GOLDBERGER M. L., LOW F. E.: *Proceedings of the Royal Society*, vol. 236A, 1956, p. 112

- [112] CHLADNI E. F. F.: *Über den Ursprung der von Pallas Gefundenen und anderer ihr ähnlicher Eisenmassen*, J. F. Hartknoch, 1794, p. 6 (Reimpreso en 1974 por la *Meteoritical Society*)
- [113] CLAYTON R. N., MAYEDA T. K., MOLINIVELSKO C. A.: *Protostars and Planets II*, University of Arizona Press, Tucson, 1985
- [114] CLEMENS D. P., DICKMAN R. L., CIARDI D. R.: *Astronomical Journal*, vol. 104, 1992, p. 2165
- [115] COCHRAN W., HATZES A., BUTLER P., MARCY G., *Astrophysical Journal*, vol. 483, 1997, p. 457
- [116] COHEN M., KUHI L. V.: *Astrophysical Journal Supplements*, vol. 41, 1979, p. 743
- [117] COOK A. F., FRANKLIN F. A.: *Astronomical Journal*, vol. 69, 1964, p. 173
- [118] CORADINI A., FEDERICO C., MAGNI G.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 98, 1981, p. 173
- [119] COVONE G., de RITIS R., DOMINIK M., MARINO A. A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 357, 2000, p. 816
- [120] CUZZI J. N., DOBROVOLSKIS A. R., CHAMPNEY J. M.: *Icarus*, vol. 106, 1993, p. 102
- [121] CUZZI J. N., WEIDENSCHILLING S. J.: *Conference on Disk Dispersal*, Institute of Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, 1992
- [122] DANBY J. M. A.: *Fundamentals of Celestial Mechanics*, Willmann-Bell, 1988, Richmond
- [123] DAVIES M. B., SIGURDSSON S.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. xxx, 2001, p. xxx

- [124] DAVIS S. S., SHEEHAN D. P., CUZZI J. N.: *Astrophysical Journal*, vol. 545, 2000, p. 494
- [125] DE CAMPLI W. M., CAMERON A. G. W.: *Icarus*, vol. 38, 1979, p. 367
- [126] DE CUYPER J.-P.: *Binary and Multiple Stars as Tracers of Stellar Evolution*, D. Reidel Publishing Company, 1982, p. 417
- [127] DEEG H. J., DOYLE L. R., KOZHEVNIKOV V. P., BLUE J. E., MARTÍN E. L., SCHNEIDER J.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 358, 2000, p. L5
- [128] DEFAÏ C., DELEUIL M., BARGE P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 365, 2001, p. 330
- [129] DESCARTES R.: *Principia Philosophia*, 1644, Amsterdam
- [130] DICK S. J.: *Plurality of Worlds*, Cambridge University Press, 1982
- [131] DOMINIK C., LAUREIJS R. J., JOURDAIN DE MUIZON M., HABING H. J.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 329, 1998, p. L53
- [132] DONN B.: *Astronomy and Astrophysics*, vol. 235, 1990, p. 441
- [133] DOYLE L. R., DEEG H. J., KOZHEVNIKOV V. P., OETIKER B., MARTIN E. L., BLUE J. E., ROTTLER L., STONE R. P. S., NINKOV Z., JENKINS J. M., SCHNEIDER J., DUNHAM E. W., DOYLE M. F., PALEOLOGOU E.: *Astrophysical Journal*, vol. 535, 2000, p. 338
- [134] DUBRULLE B.: *Instabilities, Turbulence and Transport in Accretion Disks via Perturbation Methods*, Ph. D. thesis, Toulouse University, 1990
- [135] DUBRULLE B.: *Astronomy and Astrophysics*, vol. 266, 1992, p. 592
- [136] DUBRULLE B.: *Icarus*, vol. 106, 1993, p. 59

- [137] DUQUENNOY A., MAYOR M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 248, 1991, p. 485
- [138] DUNCAN M., LEVISON H.: *Science*, vol. 276, 1997, p. 1670
- [139] DURISEN R. H., STERZIK M. F.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 286, 1994, p. 84
- [140] DUSCHL W. J., GAIL H.-P., TSCHARNUTER W. M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 312, 1996, p. 624
- [141] DUTREY A., GUILLOTEAU S., DUVERT G., PRATO L., SIMON M., SCHUSTER K., MENARD E.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 309, 1995, p. 493
- [142] DUTREY A., GUILLOTEAU S., GUÉLIN M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 317, 1997, p. L55
- [143] DUTREY A., GUILLOTEAU S., PRATO L., SIMON M., DUVERT G., SCHUSTER K., MENARD F.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 338, 1998, p. L63
- [144] DUTREY A., GUILLOTEAU S., SIMON M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 286, 1994, p. 149
- [145] EGGLETON P. P., FITCHETT M. J., TOUT C. A.: *Astrophysical Journal*, vol. 347, 1989, p. 998
- [146] EINSTEIN A.: *Science*, vol. 84, 1936, p. 506
- [147] ENGEL S., LUNINE J. I., LEWIS J. S.: *Icarus*, vol. 85, 1990, p. 380
- [148] EPICURO: *The Stoic and Epicurian Philosophers*, Letter to Herodotus, 1957, p. 3-15:5

- [149] EVANS N. W., READ J. C. A.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 300, 1998, p. 83
- [150] EVANS N. W., READ J. C. A.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 300, 1998, p. 106
- [151] FARRELL W. M., DESCH M. D., ZARKA P., HOUSER J. G.: *Journal of Geophysics Research*, vol. 1031, 1998, p. 1573
- [152] FERLET R., LAGRANGE-HENRI A. M., BEUST H., VITRY R., ZIMMERMAN J. R., MARTIN M., CHAR S., BELMAHDI M., CLAVIER J. P., COUPIAC P., FOING B., SEVRE F., VIDAL-MADJAR A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 267, 1993, p. 137
- [153] FESSENKOV V. G.: *Astr. Zh.*, vol. 33, 1956, p. 614
- [154] FINOCCHI F., GAIL H.-P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 327, 1997, p. 825
- [155] FINOCCHI F., GAIL H.-P., DUSCHL W. J.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 325, 1997, p. 1264
- [156] FRIDMAN A. M., KHORUZHII O. V.: *Astrophysical Discs*, ASP, San Francisco, 1999, p. 341
- [157] FRIDMAN A. M., KHORUZHII O. V., POLYACHENKO E. V., ZASOV A. V., SILCHENKO O. K., MOISEEV A. V., BURLAK A. N., AFANASIEV V. L., DODONOV S. N., KNAPEN J. H.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 323, 2001, p. 651
- [158] FRÖHLICH C. et al.: *Journal of Geophysical Research*, vol. 92, 1987, p. 796
- [159] de la FUENTE MARCOS C.: *Trabajo de Investigación de Tercer Ciclo*, 1994
- [160] de la FUENTE MARCOS C., BARGE P.: *Planetary Systems: the long view*, Editions Frontières, 1998, p. 85



- [161] de la FUENTE MARCOS C., BARGE P.: *Baltic Astronomy*, vol. 8, 1999, p. 499
- [162] de la FUENTE MARCOS C., BARGE P.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 323, 2001, p. 601
- [163] de la FUENTE MARCOS C., de la FUENTE MARCOS R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 326, 1997, p. L21
- [164] de la FUENTE MARCOS C., de la FUENTE MARCOS R.: *New Astronomy*, vol. 4, 1998a, p. 21
- [165] de la FUENTE MARCOS C., de la FUENTE MARCOS R.: *Earth, Moon & Planets*, vol. 81, 1998b, p. 145
- [166] de la FUENTE MARCOS C., de la FUENTE MARCOS R.: *Modes of Star Formation and the Origin of Field Populations*, Proceedings from ASP Conference, vol. xxx, 2001a, p. xxx
- [167] de la FUENTE MARCOS C., de la FUENTE MARCOS R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 371, 2001b, p. 1097
- [168] de la FUENTE MARCOS R.: *Tesis Doctoral*, 1997, Universidad Complutense de Madrid
- [169] de la FUENTE MARCOS R., de la FUENTE MARCOS C.: *Astrophysics & Space Science*, vol. 271, 2000, p. 127
- [170] de la FUENTE MARCOS R., de la FUENTE MARCOS C.: *Stellar Clusters and Associations: Convection, Rotation, and Dynamos*, Proceedings from ASP Conference, vol. 198, ISBN: 1-58381-025-0, 2000a, p. 183
- [171] de la FUENTE MARCOS R., de la FUENTE MARCOS C.: *Astrophysics & Space Science*, vol. 271, 2000b, p. 127

- [172] FUKUSHIMA ,1995,
- [173] GAHM C. F., AHLIN P., LINDROOS K. P.: *Astronomy & Astrophysics Supplement*, vol. 51, 1983, p. 143
- [174] GATEWOOD G.: *American Astronomical Society*, DPS meeting 32, 2000, # 32.01
- [175] GATEWOOD G., HAN I., BLACK D. C.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 548, 2001, p. L61
- [176] GUETH F., GUILLOTEAU S., DUTREY A., BACHILLER R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 323, 1997, p. 943
- [177] GHEZ A. M.: *Tesis Doctoral*, 1992, California Institute of Technology (EE.UU.)
- [178] GHEZ A. M., NEUGEBAUER G., MATTHEWS K.: *Astrophysical Journal*, vol. 106, 1993, p. 2005
- [179] GILLET F. C.: *Light on Dark Matter*, Reidel, 1986, p. 61
- [180] GILLILAND R. L., BROWN T. M., GUHATHAKURTA P., SARAJEDINI A., MILONE E. F., ALBROW M. D., BALIBER N. R., BRUNTT H., BURROWS A., CHARBONNEAU D., CHOI P., COCHRAN W. D., EDMONDS P. D., FRANDSEN S., HOWELL J. H., LIN D. N. C., MARCY G. W., MAYOR M., NAEF D., SIGURDSSON S., STAGG C. R., VANDENBERG D. A., VOGT S. S., WILLIAMS M. D.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 545, 2000, p. L47
- [181] GODON P., LIVIO M.: *Astrophysical Journal*, vol. 521, 1999a, p. 319
- [182] GODON P., LIVIO M.: *Astrophysical Journal*, vol. 523, 1999b, p. 350
- [183] GODON P., LIVIO M.: *Astrophysical Journal*, vol. 537, 2000, p. 396
- [184] GODON P., LIVIO M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 356, 2000, p. 1089

- [185] GOLDREICH P., WARD W. P.: *Astrophysical Journal*, vol. 183, 1973, p. 1051
- [186] GOLES G. G.: *The Handbook of Geochemistry*, Part. 1, Chapter 5 New York, 1969
- [187] GOODMAN J: Comunicación personal, 2001
- [188] GORKAVYI N., OZERNOY L. M., MATHER J. C., TAIDAKOVA T.: *NGST Science and Technology Exposition*, San Francisco: ASP Conference Series, vol. 207, 2000, p. 462
- [189] GORKAVYI N., OZERNOY L., HEAP S., TAIDAKOVA T., MATHER J.: *Planetary Systems in the Universe: Observation, Formation, and Evolution*. Proc. IAU Symp. No. 202, vol. xxx, 2001, ASP Conference Series.
- [190] GOTT J. R. III, GUNN J. E., OSTRICKER J. P.: *Astrophysical Journal*, vol. 160, 1970, p. L91
- [191] GREAVES J. S., HOLLAND W. S., MORIARTY-SHIEVEN G., et al.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 506, 1998, p. L133
- [192] GREAVES J. S. et al.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 503, 1998, p. L133
- [193] GREENBERG R., WEIDENSCHILLING S. J., CHAPMAN C. R., DAVIS D. R.: *Icarus*, vol. 59, 1984, p. 87
- [194] GRININ V., NATTA A., TAMBOVTSEVA L.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 313, 1996, p. 857
- [195] GROSSMAN L.: *Geochim. Cosmochim. Acta*, vol. 36, 1972, p. 597
- [196] GROSSMAN L., LARIMER J. W.: *Rev. Geophys. Space Phys.*, vol. 12, 1974, p. 71
- [197] GUILLOTEAU S., DUTREY A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 339, 1998, p. 467

- [198] HAISCH K. E. Jr., LADA E. A., LADA C. J.: *American Astronomical Society Meeting 197*, 2000, # 24.02
- [199] HAISCH K. E. Jr., LADA E. A., LADA C. J.: *Astronomical Journal*, vol. 120, 2000, p. 1396
- [200] HARLAFTIS E. T., STEEGHS D., HORNE K., MARTIN E., MAGAZZU A.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 306, 1999, p. 348
- [201] HARRINGTON R. S.: *Celestial Mechanics*, vol. 6, 1972, p. 322
- [202] HARTMANN L., KENYON S., HARTIGAN P.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 497
- [203] HATZES A. P., COCHRAN W. D., McARTHUR B., et al: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 544, 2000, p. L145
- [204] HAYASHI C.: *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, vol. 4, 1966, p. 171
- [205] HAYASHI C.: *Report of 5th Lunar Planet. Symp. ISAS*, Tokyo, 1972, p. 13
- [206] HAYASHI C.: *Progress of Theoretical Physics Suppl.*, vol. 70, 1981b, p. 35
- [207] HAYASHI C., NAKAZAWA K., NAKAGAWA Y.: *Protostars & Planets II*, University of Arizona Press, Tucson, 1985, p. 1100
- [208] HAYASHI M., OHASHI N., MIYAMA S. M.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 418, 1993, p. L71
- [209] HEGGIE D. C.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 173, 1975, p. 729
- [210] HEGGIE D. C., RASIO F. A.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 282, 1996, p. 1064

- [211] HENRY G., MARCY G., BUTLER P., VOGT S.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 529, 2000a, p. L41
- [212] HENRY G., BALIUNAS S. L., DONAHUE R. A., FEKEL F. C., SOON W.: *Astrophysical Journal*, vol. 531, 2000b, p. 415
- [213] HEWINS R. H.: *Chondrules and their Origins*, Lunar and Planetary Institute, Houston, 1983, p. 122
- [214] HODGSON L. S., BRANDENBURG A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 330, 1998, p. 1169
- [215] HOLMAN M., TOUMA J., TREMAINE S.: *Nature*, vol. 386, 1997, p. 254
- [216] HOOD L. L., HORANYI M.: *Icarus*, vol. 93, 1991, p. 259
- [217] HOOD L. L., HORANYI M.: *Icarus*, vol. 106, 1993, p. 179
- [218] HUMMEL C. A., MOZURKEWICH D., ELIAS N. M., QUIRRENBACH A., BUSHNER D. F., ARMSTRONG J. T., JOHNSTON K. J., SIMON R. S., HUTTER D. J.: *Astronomical Journal*, vol. 108, 1994, p. 326
- [219] IDA S., BRYDEN G., LIN D. N. C., TANAKA H.: *Astrophysical Journal*, vol. 534, 2000b, p. 428
- [220] IDA S., LARWOOD J., BURKERT A.: *Astrophysical Journal*, vol. 528, 2000a, p. 351
- [221] INGERSOLL A. P.: *Science*, vol. 248, 1990, p. 308
- [222] JAYAWARDHANA R., FISHER S., HARTMANN L., TELESCO C., PINA R., FAZIO C.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 503, 1998, p. L79
- [223] JEANS J. H.: *Astronomy and Cosmogony*, Cambridge University Press, 1929

- [224] JEWITT D. C., LUU J. X.: *Protostars & Planets IV*, University of Arizona Press, Tucson, 2000, p. 1201
- [225] JOSHI K. J., RASIO F. A.: *Astrophysical Journal*, vol. 479, 1997, p. 948; erratum 488, 901
- [226] KAISING M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 218, 1989, p. 102
- [227] KANT I.: *Allegmaine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*, 1755.
- [228] KATZ K.: *Astrophysical Journal*, vol. 484, 1997, p. 826
- [229] KAWABE R., ISHIGURO M., OMODAKA T., KITEMURA Y., MIYAMA S. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 404, 1993, p. L63
- [230] KLAHR H. H., BODENHEIMER P., *Planetary Systems in the Universe*, International Astronomical Union Symposium no. 202, Manchester, 2000
- [231] KLAHR H. H., HENNING T.: *Icarus*, vol. 128, 1997, p. 213
- [232] KEAYS R. R., GANAPATHY R., ANDERS E.: *Geochim. Cosmochim. Acta*, vol. 35, 1971, p. 337
- [233] KENYON S. J., LUU J. X.: *Astronomical Journal*, vol. 115, 1998, p. 2136
- [234] KIANG T.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 123, 1962, p. 359
- [235] KITCHATINOV L. L., RÜDINGER G., KHOMENKO G.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 287, 1994, p. 320
- [236] KLEY W., PAPALOIZOU J. C. B., LIN D. N. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 416, 1993, p. 679
- [237] KOERNER D. W.: *Origins of Life and Evolution of the Biosphere*, vol. 27, 1997, p. 157

- [238] KOERNER D. W.: *Planetary and Interstellar Processes Relevant to the Origins of Life*, Kluwer Academic Publishers, 1997, p. 157
- [239] KOERNER D. W., SARGENT A. I., BECKWITH S. V. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 408, 1993, p. L93
- [240] KOERNER D. W., CHANDLER C. J., SARGENT A. I.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 452, 1995, p. L69
- [241] KOERNER D. W., WERNER M. E., RESSLER M. W., BACKMAN D. E.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 503, 1998, p. L83
- [242] KOHLER R., LEINERT C.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 331, 1998, p. 977
- [243] KORESKO C. D.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 507, 1998, p. L145
- [244] KROUPA P.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 277, 1995a, p. 1491
- [245] KROUPA P.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 277, 1995b, p. 1507
- [246] KROUPA P.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 277, 1995c, p. 1522
- [247] KROUPA P., TOUT C. A., GILMORE G.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 251, 1991, p. 293
- [248] KUIPER G. P.: *Astrophysics: A Topical Symposium*, McGraw-Hill, New York, 1951, p. 357
- [249] KUSAKA T., NAKANO T., HAYASHI C.: *Progress of Theoretical Physics*, vol. 44, # 6, 1970, p. 1580
- [250] LACY J. H., CARR J. S., EVANS N. J., BAAS F., ACHTERMANN J. M., ARENS J. F.: *Astrophysical Journal*, vol. 376, 1991, p. 556

- [251] LAGAGE P. O., PANTIN E.: *Nature*, vol. 369, 1994, p. 628
- [252] LAPLACE P., *Exposition du systeme du monde*, París, 1796.
- [253] LARIMER J. W.: *Geochim. Cosmochim. Acta*, vol. 31, 1967, p. 1215
- [254] LARIMER J. W., ANDERS E.: *Geochim. Cosmochim. Acta*, vol. 31, 1967, p. 1239
- [255] LARSON R. B.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 206, 1984, p. 197
- [256] LARWOOD J., KALAS P.: *Planetary Systems in the Universe*, Proceedings of the IAU Symposium No. 202, 2001, ASP Conference Series.
- [257] LATTANZI M. G., SPAGNA A., SOZZETTI A., CASERTANO S.: *HIPPARCOS: Venice '97*, ESA SP-402, ESA ESTEC, 1997, p. 755
- [258] LAUGHLIN G., ADAMS F. C.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 508, 1998, p. L171
- [259] LAUGHLIN G., ADAMS F. C.: *Icarus*, vol. 145, 2000, p. 614
- [260] LAUGHLIN G., BODENHEIMER P.: *Numerical Simulations in Astrophysics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994a, p. 313
- [261] LAUGHLIN G., BODENHEIMER P.: *Astrophysical Journal*, vol. 436, 1994b, p. 335
- [262] LECACHEUX M.: *On the feasibility of extra-solar planetary detection at very low radio frequencies*, in *Proceedings of Bioastronomy, the search for extraterrestrial life*, 1991, Springer-Verlag.
- [263] LEE E., GOODMAN J.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 308, 1999, p. 984



- [264] LEE M. H.: *Icarus*, vol. 143, 2000, p. 74
- [265] LEFLOCH B., CERNICHARO J.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 545, 2000, p. 340L
- [266] LEFLOCH B., CERNICHARO J., CESARSKY D., DEMYK K., RODRIGUEZ L. F.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 368, 2001, p. L13
- [267] LEINERT CH., HAAS M., RICHICHI A., ZINNECKER H., MUNDT R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 250, 1991, p. 407
- [268] LEINERT CH., WEITZEL N., ZINNECKER H., CHRISTOU J., RIDGWAY S. T. et al.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 278, 1993, p. 129
- [269] LESTRADE J. F., JONES D. L., PRESTON R. A., PHILLIPS R. B.: *Astrophysics and Space Science*, vol. 212, 1994, p. 251
- [270] LEVATO H., MALARODA S., MORRELL N., GARCIA B., HERNANDEZ C.: *Astrophysical Journal Supplements*, vol. 75, 1991, p. 869
- [271] LEWIS R. S.: *Earth and Planetary Science Letters*, vol. 15, 1972a, p. 286
- [272] LI H., COLGATE S. A., LOVELACE R. V. E.: *American Astronomical Society*, HEAD meeting, # 32, 2000a, # 02.15
- [273] LI H., FINN J. M., LOVELACE R. V. E., COLGATE S. A.: *Astrophysical Journal*, vol. 533, 2000b, p. 1023
- [274] LI H., COLGATE S. A., WENDROFF B., LISKA R.: *Astrophysical Journal*, vol. 551, 2001, p. 874
- [275] LIEBERT J., SAFFER R. A., GREEN E. M.: *Astronomical Journal*, vol. 107, 1994, p. 1408
- [276] LIN D. N. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 246, 1981, p. 972

- [277] LIN D. N. C., IDA S.: *Astrophysical Journal*, vol. 477, 1997, p. 781
- [278] LIN D. N. C., PAPALOIZOU J. C. B.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 186, 1979, p. 799
- [279] LIN D. N. C., PAPALOIZOU J. C. B.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 191, 1980, p. 37
- [280] LIN D. N. C., PAPALOIZOU J. C. B.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 756
- [281] LIN D. N. C., PRINGLE J. E.: *Close Binary Systems*, IAU Symp. No. 73, 1976, Reidel, Dordrecht, p. 237
- [282] LIN D. N. C., PRINGLE J. E.: *Astrophysical Journal*, vol. 358, 1990, p. 515
- [283] LINDROOS K. P.: *Astronomy & Astrophysics Supplement*, vol. 60, 1985, p. 183
- [284] LINDROOS K. P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 156, 1986, p. 223
- [285] LISSAUER J. J.: *Icarus*, vol. 69, 1987, p. 249
- [286] LISSAUER J. J.: *Dynamics of Astrophysical Discs*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, p. 1
- [287] LIVIO M., PRINGLE J. E., SAFFER R. A.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 257, 1992, p. 15
- [288] LOVELACE R. V. E., LI H., COLGATE S. A., NELSON A. F.: *Astrophysical Journal*, vol. 513, 1999, p. 805
- [289] LUNINE J. I., TITTEMORE W. C.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 1149

- [290] LYNDEN-BELL D.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 136, 1967, p. 101
- [291] LYNDEN-BELL D., WOOD R.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 138, 1968, p. 495
- [292] LYUBARSKIY Y. E., POSTNOV K. A., PROKHOROV M. E.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 266, 1994, p. 583
- [293] MACPHERSON G. J., PAQUE J. M., STOLPER E., GROSSMAN L.: *J. Geol.*, vol. 92, 1984, p. 289
- [294] MALHOTRA R.: *Astronomical Journal*, vol. 110, 1995, p. 420
- [295] MANNINGS V., EMERSON J. P.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 267, 1994, p. 361
- [296] MAO S., PACZYŃSKI B.: *Astrophysical Journal*, vol. 374, 1991, p. L37
- [297] MARCY G. W.:  
<http://cannon.sfsu.edu/williams/planetsearch/planetsearch.html>, 1996a
- [298] MARCY G. W.: *talk presented at Conference on Planetary Formation in the Binary Environment*, SUNY - Stony Brook, 1996b
- [299] MARCY G. W., BUTLER R. P.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 464, 1996, p. L147
- [300] MARCY G. W., BUTLER R. P., VOGT S. S., FISCHER D., LISSAUER J. J.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 505, 1998, p. L147
- [301] MARCY G. W., BUTLER R. P., VOGT S. S., FISCHER D., LIU M. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 520, 1999, p. 239
- [302] MARCY G. W., BUTLER R. P., VOGT S. S., FISCHER D., SHIRTS P., APPS K., MCCARTHY C., HAUSER H., ETKLENBORG M.: *Bioastronomy 99*:

- A New Era in Bioastronomy: 6th Bioastronomy Meeting*, Kohala Coast Hawaii, 1999, p. 120
- [303] MARDLING R.A., AARSETH S.J.: Comunicación personal, 1997
- [304] MARDLING R.A., AARSETH S.J.: *The Dynamics of Small Bodies in the Solar System, A Major Key to Solar System Studies*, Kluwer Academic Publishers, 1999, p. 385
- [305] MARGULIS M., LADA C. J.: *Royal Observatory Star Formation Workshop*, 1984, p. 41
- [306] MARK J. W.-K.: *Astrophysical Journal*, vol. 193, 1974, p. 539
- [307] MARSDEN B.:  
<http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/centaurs.html>  
<http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/TNOs.html>, 2000
- [308] MATHIEU R. D.: *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, vol. 32, 1994, p. 465
- [309] MATHIEU R. D., STASSUN K., BASRI G., JENSEN E. L. N., JOHNS-KRULL C. M., VALENTI J. A., HARTMANN L. W.: *Astronomical Journal*, vol. 113, 1997. p. 1841
- [310] MATTOX J. R., HALPERN J. P., CARAVEO P. A.: *Astrophysical Journal*, 1997,
- [311] MAYOR M., MARTINET L.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 55, 1977, p. 221
- [312] MAYOR M., QUELOZ D.: *Nature*, vol. 378, 1995, p. 355
- [313] MAZEH T., GOLDBERG D., LATHAM D. W.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 501, 1998, p. L199

- [314] MAZEH T., LATHAM D.W., STEFANIK R.P.: *Astrophysical Journal*, vol. 466, 1996, p. 415
- [315] MAZEH T., KRYMOŁOWSKI Y., ROSENFELD G.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 477, 1997a, p. L103
- [316] MAZEH T., MAYOR M M., LATHAM D.W.: *Astrophysical Journal*, vol. 478, 1997b, p. 367
- [317] McCREA W. H., WILLIAMS I. P., *Proceedings of the Royal Society*, vol. A287, 1965, p. 143
- [318] McNAMARA B. J., SEKIGUCHI K.: *Astrophysical Journal*, vol. 310, 1986, p. 613
- [319] McWILLIAMS J. C.: *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 146, 1984, p. 21
- [320] McWILLIAMS J. C.: *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 219, 1990, p. 361
- [321] MEHTA A. V., FLIERL G. R.: *Bulletin of the American Astronomical Society*, vol. 28, 1996a, p. 11.09
- [322] MEHTA A. V., FLIERL G. R.: *From Stardust to Planetesimals*, 1996b, p. 183
- [323] MEHTA A. V., FLIERL G. R.: *Bulletin of the American Astronomical Society*, vol. 29, 1997, p. 28.15
- [324] MERMILLIOD J.-C.: *The database for stars in open clusters*, 2000,  
<http://obswww.unige.ch/webda>
- [325] MICHEL F. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 279, 1984, p. 807
- [326] MICHEL J., ROBERT R.: *Journal of Statistical Physics*, 1994
- [327] MILLAR T. J.: *Contemporary Physics*, vol. 41, 2000, p. 191

- [328] MILLER J., WEICHMAN P. B., CROOSS M. C.: *Physical Review A*, vol. 45, 1992, p. 2328
- [329] MIYAKE K., NAKAGAWA Y.: *Conference on Disk Dispersal*, Institute of Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, 1992
- [330] MIYAKE K., NAKAGAWA Y.: *Icarus*, vol. 106, 1993, p. 20
- [331] MIYAMA S. M., HAYASHI C., NARITA S.: *Astrophysical Journal*, vol. 276, 1984, p. 621
- [332] MIZUNO H., NAKAZAWA K.: *Progress of Theoretical Physics*, vol. 96, 1988, p. 266
- [333] MORALES-RUEDA L., MARSH T. R., BILLINGTON I.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 313, 2000, p. 454
- [334] MORFILL G. E.: *Birth and Infancy of Stars*, North Holland Press, Amsterdam, 1985, p. 693
- [335] MORFILL G. E., SPRUIT H., LEVY E. H.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 939
- [336] MORFILL G. E., TSCHARNUTER W., VÖLK H. J.: *Protostars & Planets II*, University of Arizona Press, Tucson, 1985, p. 493
- [337] MORFILL G. E., WOOD J. A.: *Icarus*, vol. 82, 1989, p. 225
- [338] MOUILLET D., LAGRANGE A. M., BEUZIT J.- L.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 324, 1997a, p. 1083
- [339] MOUILLET D., LARWOOD J. D., PAPALOIZOU J. C. B., LAGRANGE A. M.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 292, 1997b, p. 896
- [340] MURPHY R. E.: *Astrophysical Journal*, vol. 74, 1969, p. 1082

- [341] MUZEROLLE J., CALVET N., BRICEÑO C., HARTMANN L., HILLENBRAND L.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 535, 2000, p. L47
- [342] NAKAGAWA Y., NAKAZAWA K., HAYASHI C.: *Icarus*, vol. 45, 1981, p. 517
- [343] NAKAGAWA Y., SEKIYA M., HAYASHI C.: *Icarus*, vol. 67, 1986, p. 375
- [344] NAKANO T.: *Progress of Theoretical Physics*, vol. 36, 1966, p. 515
- [345] NEZLIN M. V., SNEZHNIKIN E. N.: *Rossby Vortices, Spiral Structures, Solitons* Springer-Verlag, Berlin, 1993
- [346] NOH H., VISHNIAC E. T., COCHRAN W. D.: *Astrophysics Journal*, vol. 383, 1991, p. 372
- [347] NOH H., VISHNIAC E. T., COCHRAN W. D.: *Astrophysics Journal*, vol. 397, 1992, p. 347
- [348] NORMAN C. A., PARESCE F.: *The Formation and Evolution of Planetary Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, p. 151
- [349] OHNISHI K., HOSOKAWA M., FUKUSHIMA T., TAKEUTI M.: *Astrophysical Journal*, vol. 448, 1995, p. 271
- [350] OORT J. H.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 78, 1979, p. 312
- [351] OSTERLOH M., BECKWITH S. V. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 439, 1995, p. 288
- [352] PADGETT D. L., STROM S. E., EDWARDS S., (y 10 autores más): *Disks and Outflows around Young Stars*, Springer-Verlag, 1996
- [353] PADGETT D. L., STROM S. E., GHEZ A. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 477, 1997, p. 705

- [354] PALME H., BOYNTON W. V.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 979
- [355] PANTIN E., LAGAGE P. O., ARTYMOWICZ P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 327, 1997, p. 1123
- [356] PAPALOIZOU J. C. B., LIN D. N. C.: *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, vol. 33, 1995, p. 505
- [357] PAPALOIZOU J. C. B., PRINGLE J. E.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 181, 1977, p. 441
- [358] PARESCE F.: *Advanced Space Research*, vol. 12, 1992, p. 157
- [359] PELS G., OORT J. H., PELS-KLUYVER H. A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 43, 1975, p. 243
- [360] PENNY L. R., GIES D. R., HARTKOPF W. I., MASON B. D., TURNER N. H.: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, vol. 105, 1993, p. 588
- [361] PHILLIPS J. A., CHANDLER C. J.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 420, 1994, p. L83
- [362] PHINNEY E. S., HANSEN B. M. S.: *Planets around Pulsars*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 36, 1993, p. 371
- [363] PICKETT B. K., DURISEN H. R., DAVIS G. A.: *Astrophysical Journal*, vol. 458, 1996, p. 714
- [364] PINTER S., BLUM J., GRÜN : *Proc. Intl. Workshop on the Physics and Mechanics of Cometary Materials*, ESA SP-302, 1989, p. 215
- [365] PODOLAK M., POLLACK J. B., REYNOLDS R. T.: *Icarus*, vol. 73, 1988, p. 163
- [366] PODOSEK F. A., CASSEN P.: *Meteoritics*, vol. 29, 1994, p. 6



- [367] PODSIADLOWSKI P.: *Planets around Pulsars*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 36, 1993, p. 149
- [368] POLLACK J. B., McKAY C., CHRISTOFFERSON B.: *Icarus*, vol. 64, 1985, p. 471
- [369] POLLACK J. B., PODOLAK M., BODENHEIMER P., CHRISTOFFERSON B.: *Icarus*, vol. 67, 1986, p. 409
- [370] POPPER D. M.: *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, vol. 18, 1980, p. 115
- [371] POPPER D. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 262, 1982, p. 641
- [372] POTTER D., BAUDOZ P., BRANDNER W., CLOSE L., GRAVES B., GUYON O., NORTHCOTT M.: *American Astronomical Society Meeting 197*, 2000, # 91.05
- [373] POTTER D., BAUDOZ P., GUYON O., BRANDNER W., CLOSE L., GRAVES J. E., NORTHCOTT M.: *American Astronomical Society Meeting 198*, 2001, # 18.02
- [374] POURBAIX D.: *Astronomy & Astrophysics Supplement*, vol. 145, 2000, p. 215
- [375] POURBAIX D.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 369, 2001, p. L22
- [376] POURBAIX D., JORISSEN A.: *Astronomy & Astrophysics Supplement*, vol. 145, 2000, p. 161
- [377] PRESS W. H., TEUKOLSKY S. A., VETTERLING W. T., FLANNERY B. P.: *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992
- [378] PRINN R. G., FEGLEY B.: *Origin and Evolution of Planetary and Satellite Atmospheres*, University of Arizona Press, Tucson, 1989, p. 78
- [379] PROCTOR R. A.: *Other Worlds Than Ours*, D. Appleton, 1898, p. 220

- [380] PROSSER C. F., STAUFFER J. R., HARTMANN L., SODERBLOM D. R., JONES B. F., WERNER M. W., McCAUGHREAN M. J.: *Astrophysical Journal*, vol. 421, 1994, p. 517
- [381] RASIO F. A., HEGGIE D. C.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 445, 1995, p. L133
- [382] RASIO F. A., FORD E. B.: *Science*, vol. 274, 1996, p. 954
- [383] RAY T. P., SARGENT A. I., BECKWITH S. V. W., KORESKO C.: *Circumstellar Dust Disks and Planet Formation*, Proceedings of the 10th IAP Astrophysics Meeting, éditions Frontières, 1994, p. 143
- [384] RAY T. P., SARGENT A. I., BECKWITH S. V. W., KORESKO C., KELLY P.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 440, 1995, L89
- [385] REES M. J.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 176, 1976, p. 483
- [386] REGO M., FERNÁNDEZ M. J.: *Astrofísica*, EUDEMA, 1988
- [387] REID N.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 265, 1993, p. 785
- [388] REIPURTH B.: *Formation and Evolution of Low Mass Stars*, Dordrecht Reidel Publishers, 1988, p. 305
- [389] RICHICHI A., LEINERT CH., JAMESON R., ZINNECKER H.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 287, 1994, p. 145
- [390] ROBERTS W. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 158, 1969, p. 123
- [391] ROGERS F. J., IGLESIAS C. A.: *Astrophysical Journal Supplements*, vol. 401, 1992, p. 361
- [392] ROY A. E.: *Orbital Motion*, Adam Hilger, Bristol, 1991, p. 182

- [393] RUBIN A. E., FEGLEY B., BRETT R.: *Meteorites and the Early Solar System*, 1988, p. 488
- [394] RUDEN S. P., ADAMS F. C., SHU F. H.: *Dynamics of Astrophysical Discs*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, p. 119
- [395] RUDEN S. P., LIN D. N. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 308, 1986, p. 883
- [396] RUDEN S. P., POLLACK J. B.: *Astrophysical Journal*, vol. 375, 1991, p. 740
- [397] RUZMAIKINA T. V., IP W.: *Icarus*, vol. 112, 1994, p. 430
- [398] RYU D., GOODMAN J.: *Astrophysical Journal*, vol. 388, 1992, p. 438
- [399] SAFRONOV V. S.: *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planets*, 1969, Moscow: Nauka Press; también NASA TTF-677, 1972
- [400] SAFRONOV V. S.: *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and the Planets*, NASA TT F-677, 1972 (Traducción al inglés de la obra publicada originalmente en ruso por Nauka en 1969, Moscú)
- [401] SAFRONOV V. S.: *Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”*, Course 73, Accumulation of the Protoplanetary Bodies, New York, 1980, p. 58
- [402] SAFRONOV V. S.: *Astron. Vestnik*, vol. XXI, 1987, p. 216
- [403] SAFRONOV V. S.: *Kuiper prize lecture: Some problems in the formation of the planets*, *Icarus*, vol. 94, 1991, p. 260
- [404] SAFRONOV V. S.: *Workshop on Planetesimal Formation*, Gravitational Instabilities in Disks, Institute of Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, 1992

- [405] SAGAR R., JOSHI U. C., SINVHAL S. D.: *Bulletin of the Astronomical Society of India* vol. 11, 1983, p. 44
- [406] SCALO M. J.: *Protostars and Planets*, The University of Arizona Press, 1978, p. 265
- [407] SCALO M. J.: *Fundamentals of Cosmic Physics*, vol. 11, 1986, p. 1
- [408] SCHMITT W., HENNING T., MUCHA R.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 325, 1997, p. 569
- [409] SCHNEIDER J.: *The Extrasolar Planets Encyclopedia*, 2001,  
<http://www.obspm.fr/planets>
- [410] SCHNEIDER J., AUVERGNE M., BAGLIN A., MICHEL E., ROUAN D., APPOURCHOUX T., BARGE P., DELEUIL M., VUILLEMIN A., CATALÁ C., GARRIDO R., LEGER S. A., WEISS W.: *The COROT mission: From structure of stars to origin of planetary systems*. In *Origins*, ASP Conference Series No. 148, 1998, San Francisco: ASP, p. 298
- [411] SCHNEIDER G., BECKLIN E. E., SMITH B. A., WEINBERGER A. J., SILVERSTONE M., HINES D. C.: *Astronomical Journal*, vol. 121, 2001, p. 525
- [412] SCHOLL H., ROQUES F., SICARDY B.: *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, vol. 56, 1993, p. 381
- [413] SCHROEDER M. C., COMINS N. F.: *Astrophysical Journal*, vol. 326, 1988, p. 756
- [414] SEKIYA M.: *Progress of Theoretical Physics*, vol. 69, 1983, p. 1116
- [415] SHABANOVA T. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 453, 1995, p. 779
- [416] SHAKURA N. I., SUNYAEV R. A.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 24, 1973, p. 237

- [417] SHU F. H.: *The Physical Universe*, University Science Books, 1982
- [418] SHU F. H.: *Planetary Rings*, University of Arizona Press, Tucson, 1984, p. 513
- [419] SHU F. H., ADAMS F. C., LIZANO S.: *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, vol. 25, 1987, p. 23
- [420] SHU F. H., TREMAINE S., ADAMS F. C., RUDEN S. P.: *Astrophysical Journal*, vol. 358, 1990, p. 495
- [421] SILK J.: *Astrophysical Journal*, vol. 214, 1977, p. 718
- [422] SIMON M.: *Complementary Approaches to Double and Multiple Star Research*, IAU Colloq. 135, 1992, p. 41
- [423] SIMON M., CHEN W. P., HOWELL R. R., BENSON J. A., SLOWIK D.: *Astrophysical Journal*, vol. 384, 1992, p. 212
- [424] SIMON M., GHEZ A. M., LEINERT CH.: *Astrophysical Journal*, vol. 408, 1993, p. L33
- [425] SIMON M., GHEZ A. M., LEINERT CH., (y 7 autores más): *Astrophysical Journal*, vol. 443, 1995, p. 625
- [426] SKRUTSKIE M. F., DUTKEVITCH D., STROM S. E., EDWARDS S., STROM K. M., SHURE M. A.: *Astronomical Journal*, vol. 99, 1990, p. 1187
- [427] SMITH K. W., BONNELL I. A., BATE M. R.: *Visual Double Stars: Formation, Dynamics and Evolutionary Tracks*, Dordrecht: Kluwer Academic, 1997, p. 145
- [428] SMITH B. A., TERRILE R. J.: *Science*, vol. 226, 1984, p. 1421
- [429] SOMMERIA J., MEYERS S. D., SWINNEY H. L.: *Nature*, vol. 331, 1988, p. 689

- [430] SOMMERIA J., NORE C., DUMOND T., ROBERT R.: *C. R. Acad. Sci.*, Paris, vol. 312, II, 1991, p. 999
- [431] STAHLER S. W.: *Astrophysical Journal*, vol. 293, 1985, p. 207
- [432] STAPELFELDT K. R., KRIST J. E., MENARD F., BOUVIER J., PADGETT D. L., BURROWS C. J.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 502, 1998, p. L65
- [433] STAUFFER J. R., HARTMANN L. W., JONES B. F., McNAMARA B. R.: *Astrophysical Journal*, vol. 342, 1989, p. 285
- [434] STEEGHS D.: *Spiral waves in accretion discs*, Ph. D. thesis, 1999, University of St. Andrews
- [435] STEEGHS D.: *Astro-tomography workshop*, Springer-Verlag Lecture Notes in Physics Series, 2000, Brussels
- [436] STEEGHS D., HARLAFTIS E. T., HORNE K.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 290, 1997, p. L28-L32
- [437] STEEGHS D., STEHLE R.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 307, 1999, p. 99
- [438] STEPINSKI T. F., REYES-RUIZ M., VANHALA H. A. T.: *Icarus*, vol. 106, 1993, p. 77
- [439] STEPINSKI T. F., VALAGEAS P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 309, 1996, p. 301
- [440] STEPINSKI T. F., VALAGEAS P.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 319, 1997, p. 1007
- [441] STERN S. A., COLWELL J. E.: *Astronomical Journal*, vol. 114, 1997, p. 841
- [442] STERZIK M. F., ALCALÁ J. M., NEUHAUSER R., SCHMITT J. H. M. M.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 297, 1995a, p. 418

- [443] STERZIK M. F, MORFILL G. E., DUBRULLE B.: *Astrophysics and Space Science*, vol. 224, 1995b, p. 567
- [444] STETTER H. J.: *Numerical Mathematics*, vol. 7, 1965, p. 18
- [445] STEVENSON D. J.: *Annual Review of Earth and Planetary Science*, vol. 10, 1982a, p. 257
- [446] STEVENSON D. J., LUNINE J. I.: *Icarus*, vol. 75, 1988, p. 146
- [447] STOER J., BULIRSCH R.: *Introduction to Numerical Analysis*, Springer Verlag, New York, 1980, c. 7
- [448] STOLPER E., PAQUE J. M.: *Geochim. Cosmochim.*, Acta 50, 1986, p. 1785
- [449] STONE J. M., BALBUS S. A.: *Astrophysical Journal*, vol. , 1996, p. 364
- [450] STROM K. M., STROM S. E., EDWARDS S., CABRIT S., SKRUTSKIE M. F.: *Astronomical Journal*, vol. 97, 1989, p. 1451
- [451] STROM K. M., STROM S. E., MERRILL K. M.: *Astrophysical Journal*, vol. 412, 1993, p. 233
- [452] STROM S. E.: *Protostars and Planets II*, University of Arizona Press, 1985, p. 17
- [453] STROM S. E., EDWARDS S., SKRUTSKIE M. F.: *Protostars and Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 837
- [454] STROM S. E., EDWARDS S., STROM K. M.: *The Formation and Evolution of Planetary Systems*, Univ. de Cambridge, Cambridge, 1989a, p. 91
- [455] SYER D., CLARKE C. J.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 255, 1992, p. 92

- [456] SYER D., CLARKE C. J.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 260, 1993, p. 463
- [457] TAKEUCHI T., MIYAMA S. M., LIN D. N. C.: *Astrophysical Journal*, vol. 460, 1996, p. 832
- [458] TANGA P., BABIANO A., DUBRULLE B., PROVENZALE A.: *Icarus*, vol. 121, 1996, p. 158
- [459] TAYLOR G. J., SCOTT E. R. D., KEIL K.: *Chondrules and Their Origins*, Lunar and Planetary Institute, Houston, 1983, p. 329
- [460] TELESCO C. M., BECKLIN E. E., WOLSTENCROFT R. D., DECHER R.: *Nature*, vol. 335, 1988, p. 51
- [461] TER HAAR D.: *Astrophysical Journal*, vol. 111, 1950, p. 179
- [462] TEREBEY S., VAN BUREN D., HANCOCK T., PADGETT D. L., BRUNDAGE M.: *Bulletin of the American Astronomical Society*, vol. 30, 1998a, p. 79.04
- [463] TEREBEY S., VAN BUREN D., PADGETT D. L., HANCOCK T., BRUNDAGE M.: *Astrophysical Journal Letters*, vol. 507, 1998b, p. L71
- [464] TEREBEY S., VAN BUREN D., MATTHEWS K., PADGETT D. L.: *Astronomical Journal*, vol. 119, 2000, p. 2341
- [465] TODES O. M.: *Problems of Kinetics and Catalysis*, vol. VII, 1949, p. 137
- [466] TOKUNAGA A. T., TOOMEY D. W., CARR J. S., HALL D. N. B., EPPS H. W.: *SPIE*, vol. 1235, 1990, p. 131
- [467] TOMLEY L., CASSEN P., STEIMAN-CAMERON T.: *Astrophysical Journal*, vol. 382, 1991, p. 530
- [468] TOMLIN S.: *Nature*, vol. 411, 2001, p. 651



- [469] TOOMRE A.: *Astrophysical Journal*, vol. 139, 1964, p. 1217
- [470] TOOMRE A.: *The Large-Scale Structure of the Universe*, IAU Symposium No. 70, Reidel, Dordrecht, 1978, p. 109
- [471] TOOMRE A.: *The Structure and Evolution of Normal Galaxies*, Cambridge University Press, London, 1981, p. 111
- [472] TOOMRE A., TOOMRE J.: *Astrophysical Journal*, vol. 178, 1972, p. 623
- [473] TRILLING D. E., BROWN R. H., RIVKIN A. S.: *Astrophysical Journal*, vol. 529, 2000, p. 499
- [474] UREY H. C.: *J. Geophys. Res.*, vol. 64, 1996, p. 1721
- [475] VAN BUREN D., TEREBEY S.: *Planets Around Pulsars*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, San Francisco, vol. 36, 1993, p. 327
- [476] VAN DISHOECK E. F., BLAKE G. A., DRAINE B. T., LUNINE J. I.: *Protostars & Planets III*, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 163
- [477] WADHWA M., RUSSELL S. S.: *Protostars & Planets IV*, University of Arizona Press, Tucson, 2000, p. 995
- [478] WALKER C. K., NARAYANAN G., BOSS A. P.: *Astrophysical Journal*, vol. 431, 1994, p. 767
- [479] WALKER G. A., WALKER A. R., RACINE R., MURRAY FLETCHER J., McCLURE R. D.: *Publications of Astronomical Society of the Pacific*, vol. 106, 1994, p. 356
- [480] WALTER F. M., ALCALÁ J. M., NEUHÄUSER R., STERZIK M., WOLK S. J.: *Protostars & Planets IV*, Univ. of Arizona Press, Tucson, 2000, p. 273

- [481] WEIDENSCHILLING S. J.: *Comets, asteroids, meteorites: Interrelations, evolution and origins*, Proceedings of the 39<sup>th</sup> International Colloquium, (A78-19751 06-88), Toledo, Ohio, University of Toledo, 1977, p. 541
- [482] WEIDENSCHILLING S. J.: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 180, 1977, p. 57
- [483] WEIDENSCHILLING S. J.: *Icarus*, vol. 44, 1980, p. 172
- [484] WEIDENSCHILLING S. J.: *Icarus*, vol. 60, 1984, p. 553
- [485] WEIDENSCHILLING S. J.: *Gerlands Beitrage zur Geophysik*, vol. 96, 1987, p. 21
- [486] WEIDENSCHILLING S. J.: *Workshop on the Origins of Solar System*, LPI Tech Rept. 88-04, 1988a, p. 31
- [487] WEIDENSCHILLING S. J.: *Meteorites and the Early Solar System*, Univ. of Arizona Press, Tucson, 1988b, p. 348
- [488] WEIDENSCHILLING S. J.: *Lunar and Planetary Science*, vol. XIX, 1988c, p. 1253
- [489] WEIDENSCHILLING S. J.: *Nature*, vol. 368, 1994, p. 721
- [490] WEIDENSCHILLING S. J.: *Icarus*, vol. 116, 1995, p. 433
- [491] WEIDENSCHILLING S. J.: *Icarus*, vol. 127, 1997, p. 290
- [492] WEIDENSCHILLING S. J., DONN B., MEAKIN P.: *The formation and Evolution of Planetary Systems*, Cambridge University Press, 1989, p. 131
- [493] WEINBERGER A. J., RICH R. M., BECKLIN E. E., ZUCKERMAN B., MATTHEWS K.: *Astrophysical Journal*, vol. 544, 2001, p. 937
- [494] WEIZSÄCKER C. von: *Zeit. fur Phys.*, vol. 22, 1944, p. 319

- [495] WEIZSÄCKER C. von: *Zeit. für Phys.*, vol. 124, 1948, p. 614
- [496] WETHERILL G. W.: *Asteroids II*, University of Arizona Press, 1988
- [497] WETHERILL G. W.: *The formation and Evolution of Planetary Systems*, Cambridge University Press, 1989, p. 1
- [498] WETHERILL G. W.: *Astrophysics & Space Science*, vol. 212, 1994, p. 23
- [499] WETHERILL G. W.: *Nature*, vol. 373, 1995, p. 470
- [500] WETHERILL G. W., CHAPMAN C. R.: *Meteorites and the Origin of the Solar System*, University of Arizona Press, 1988
- [501] WHIPPLE F. L.: *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 52, 1964, p. 565
- [502] WHIPPLE F. L.: *From Plasma to Planet*, Wiley, 1972, p. 211
- [503] WHIPPLE F. L.: *Evolutionary and Physical Properties of Meteoroids*, Proceedings of IAU Colloquium 13, NASA SP 319, 1973, p. 345
- [504] WHIPPLE F. L.: *Evolutionary and Physical Properties of Meteoroids*, Proceedings of IAU Colloquium 13, NASA SP 319, 1973, p. 355
- [505] WIIK H. B.: *Geochim. Cosmochim.*, Acta 9, 1956, p. 279
- [506] WILLACY K., KLAHR H. H., MILLAR T. J., HENNING Th.: *Astronomy & Astrophysics*, vol. 338, 1998, p. 995
- [507] WOLSZCZAN A.: *Science*, vol. 264, 1994, p. 538
- [508] WOLSZCZAN A.: *Visual Double Stars: Formation, Dynamics and Evolutionary Tracks*, Kluwer Academic Publishers, 1997, p. 221
- [509] WOLSZCZAN A., FRAIL D. A.: *Nature*, vol. 355, 1992, p. 145
- [510] WOOD J. A.: *Meteoritics & Planetary Science*, vol. 31, 1996, p. 641

- [511] WOOD J. A., MORFILL G. E.: *Meteorites and the Early Solar System*, Univ. of Arizona Press, Tucson, 1988, p. 329
- [512] WOODWARD J. W., TOHLIN J. E., HASHISU I.: *Astrophysical Journal*, vol. 420, 1994, p. 247
- [513] WURM G., BLUM J., COLWELL J. E.: *Icarus*, vol. 151, 2001, p. 318
- [514] YANG S., DURISEN R. H., COHL H. S., IMAMURA J. N., TOMAN J.: *Icarus*, vol. 91, 1991, p. 14
- [515] ZINNECKER H.: *ESO Workshop on Low Mass Star Formation and Pre-Main Sequence Objects*, European Southern Observatory, 1989, p. 447
- [516] ZINNECKER H.: *The Origins, Evolution and Destinies of Binary Stars in Clusters*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 90, 1996, p. 57
- [517] ZINNECKER H., McCAUGHREAN M. J., WILKING B. A.: *Protostars and Planets III*, The University of Arizona Press, Tucson, 1993, p. 429

# Índice analítico

- $\beta$  Pictoris, 297
- $\epsilon$  Eridani, 14, 187, 192, 212, 213
- $\rho$  Cancri, 13, 192
- $\rho$  CrB, 20
- $\tau$  Boo, 20
- $v$  And, 20
- Hipparcos*, 20
- 16 Cygni B, 20, 221, 294–296, 306, 319, 339
- 47 Uma, 20
- 51 Peg, 20
- 55 Cnc, 20
- 70 Vir, 20
- Aarseth, 189, 190, 194, 198, 214, 217
- abundancia química solar, 43
- abundancias químicas, 27
- aceleración de arrastre, 105
- acelerometría, 17, 19
- Acheson, 124, 125
- acreción, 7
- acreción de masa, 303
- acreción de planetesimales, 9
- acreción desordenada, 81
- Adachi, 40
- Adams, 10, 11, 117, 118, 123, 125, 188, 189, 212, 230, 237, 239, 266, 295, 345
- Adams–Moulton, 53
- aerodinámica de las partículas sólidas, 102
- aglomeración del material sólido, 6
- agregados primordiales, 298
- agua poco profunda (aproximación), 119
- Aikawa, 36–38
- Akeson, 297
- Albrow, 19
- Alfven, 118
- alta resolución espacial, 295
- altamente jerárquico, 306
- alteración orbital, 186, 188
- amplitud del vórtice, 126
- André, 310
- ángulo azimutal, 112
- anillos planetarios, 235
- anomalía excéntrica, 106, 112, 253, 254,

- 266
- anomalía verdadera, 104, 242, 248, 266
- apoastro, 217, 295
- aproximación alfa, 32
- aproximación de estado estacionario, 35
- aproximación diferida de Richardson, 6
- aproximación epicíclica, 127, 179, 183
- aproximación geostrófica, 125
- aproximación maestro/esclavo, 65
- argumento del perihelio, 242
- arrastre del gas, 152, 191
- Artymowicz, 295, 296, 298
- Arzoumanian, 17
- asimetría del campo de velocidades, 23
- asociación estelar, 187
- asteroides, 1, 4, 6, 190
- astrometría, 17, 19
- Atacama Large Millimeter Array, 227
- atomista griego, 4
- Augereau, 12
- Aumann, 10, 12
- autogravedad, 44, 48, 69
- autogravedad débil, 235
- autogravedad del disco, 164, 165, 300, 303
- AVS/Express, 61
- axialmente simétrico, 23, 68, 319
- Backman, 297
- baja luminosidad intrínseca, 8
- Baptista, 236, 348
- Barge, vi, 10, 11, 117–119, 127, 133, 134, 138, 139, 148, 155, 170, 179, 180, 183, 184, 224, 225, 308, 343–345
- baricentro, 300
- baricentro de la binaria, 204
- Bauer, 36
- Bead, 308
- Beckwith, 2, 10, 41, 71, 191
- Begeman, 83
- Bell, 38
- Benedict, 18
- Bennet, 19
- binaria, 300, 326
- binaria directa, 307
- binaria eclipsante CM Draconis, 18
- binaria interna, 295, 300, 302, 326
- binaria primordial, 185, 189, 204, 318
- binaria retrógrada, 307
- binarias duras, 202
- binarias visuales, 334
- Binney, 47, 148, 149
- Black, 21
- Blake, 36
- Blum, 276, 277
- Bodenheimer, 24, 69, 118, 126, 215,

230–232

Bonnell, 237

Boss, 7, 8, 10, 79, 80, 118, 233

Boynton, 3, 10, 25, 27, 118

Bracco, 10, 11, 118, 119, 126, 133, 147, 153, 175, 180, 183

Brandner, 118

brazos espirales, 229, 235, 247, 265, 307, 308

brazos espirales de marea, 307

Bruhweiler, 343

Bryden, 192

Bulirsch, 5, 6, 194, 299

Bulirsch–Stoer, 53, 304

Burrows, 8

Butler, 18, 20, 214, 294, 348

C, 59

cóndrulos, 3, 81–83, 232

cúmulo estelar, 186

cúmulo estelar joven, 340

cúmulo globular 47 Tucanae, 18

cúmulos abiertos, 185, 187, 189, 199, 220, 221

caída de material, 3

cadena concéntrica de vórtices, 10

Calvet, 102

Cameron, 7, 8, 26, 78, 80, 85, 103, 230

campo de velocidades, 132

campo de velocidades axialmente simétrico, 84, 132

campo de velocidades del gas, 129

campo de velocidades del vórtice, 65, 152

campo de velocidades kepleriano, 133

campo de velocidades vortical anticiclónico, 134

campo de velocidades vortical estacionario, 133

campo de vorticidad, 119, 125

campo gravitatorio galáctico, 223

captura de material sólido, 225

captura en las resonancias, 194

Carr, 13, 298

Cash, 3

Cassen, 2, 41, 69, 71, 230

Catalán, 236

CEK, 189, 198

centro de gravedad instantáneo, 302

centro de masas del sistema, 298

centro del vórtice, 130

Chamberlin, 4

Chandler, 337

Chandrasekhar, 56, 237

Chapman, 7

Charbonneau, 18

Chavanis, 10, 119, 130, 133, 135, 153,

170, 183

Chladni, 4

ciclo límite, 153, 156, 157, 249, 260, 261, 265, 269, 347

cinturón de asteroides, 28, 82

cinturón de Edgeworth–Kuiper, 185–188, 205, 212, 213

cinturones de asteroides, 185

circularización gravitacional, 199

cizalladura turbulenta, 140

Clarke, 101

clasificación espectral, 190

Clayton, 83

Clemens, 10

CNRS, 61

coagulación, 185

coagulación de polvo, 297

Cochran, 214, 294

cociente de densidades superficiales, 176

cociente de semiejes, 180

coeficiente adimensional de arrastre, 52

coeficiente de agregación, 277

coeficiente de correlación de Pearson, 170

colapso gravitacional, 1, 43

Colwell, 192, 344

combustión del hidrógeno, 8

cometa Halley, 28, 29

cometa LINEAR, 361

cometas, 1, 4, 6, 28, 193

cometesimales, 349

componente gaseosa, 28, 122

componente sólida, 71

componente sólida de la Nebulosa, 223

componente tangencial de la velocidad del gas, 107

componentes de la velocidad del gas, 53, 142

componentes del modelo, 299

composición química solar, 7

composición solar, 1

concentración de la vorticidad, 24, 124

concentración de masa, 355

concentración de partículas, 162, 163

concentración selectiva, 175

condición de incompresibilidad bidimensional, 129, 136

condiciones de captura de las partículas, 144, 148

condiciones iniciales, 25

condritas, 3, 5, 28, 78

condritas carbonáceas, 26, 27

condritas carbonáceas C1, 27, 78

condritas carbonáceas C2, 27

condritas carbonáceas C3, 27

configuración directa, 318



configuración jerárquica, 188, 204, 220, 331, 338  
 configuración orbital, 187  
 configuraciones binarias jerárquicas, 299  
 configuraciones retrógradas, 318  
 confinamiento de partículas, 225  
 conservación del momento lineal, 300  
 continuo milimétrico, 310  
 continuo submilimétrico, 308  
 contraste de densidad del vórtice, 228  
 convección, 125  
 coordenada azimutal, 128  
 coordenada radial, 128  
 Copérnico, 4, 15  
 coplanarias, 319  
 Coradini, 70, 71  
 coronografía, 18  
 corrotación, 239  
 Cosmogonía, 4, 360  
 Cosmogonía de Kant-Laplace, 4  
 Cosmotheoros, 16  
 Covone, 19  
 CPU, 64, 65  
 Cray Research, 62  
 crecimiento de las partículas, 6  
 crecimiento descontrolado, 191  
 criterio de estabilidad, 219  
 CSC, 59, 61, 62, 359  
 CTTs, 308, 334  
 curva de rotación, 235, 251  
 Cuzzi, 6, 41, 72, 84, 119, 151, 179, 191, 198, 305  
 Danby, 203  
 datos meteoríticos, 10, 97, 118  
 Davies, 18  
 Davis, 10, 11  
 DD, 65  
 De Campli, 7  
 de la Fuente Marcos, 10, 11, 87, 118, 119, 138, 180, 183–185, 188, 189, 194, 196, 199, 201, 202, 204, 205, 216, 224, 225, 294, 295, 299, 308, 310, 343, 344  
 DEC 2100 AXP, 59  
 DEC Alpha Server 8200 Turbo Laser AXP, 59  
 decrecimiento de amplitud, 164, 165  
 decrecimiento exponencial de amplitud, 169  
 Deeg, 18  
 Defaÿ, 21  
 Demócrito, 15, 21  
 densidad crítica de Safronov, 70  
 densidad crítica mínima, 70  
 densidad de partículas, 182  
 densidad de partículas de polvo, 162,

164, 165

densidad de Roche, 76, 77

densidad del gas, 40, 52

densidad del material sólido, 52

densidad superficial, 39, 338

densidad superficial de las partículas, 225

densidad superficial de material sólido, 308

densidad superficial del gas, 45, 301

densidad superficial del polvo, 7

densidad superficial promedio, 298

densidades superficiales, 300

deposición, 191

deriva radial de las partículas, 151, 174

derivada convectiva, 136

Descartes, 4

descomposición del dominio, 65

desplazamiento radial mínimo, 45

detección de los campos magnéticos internos, 19

dinámica de las partículas, 68, 123, 150, 175, 224, 300, 318

dinámica de las partículas de polvo, 51

dinámica de las partículas sólidas, 23

dinámica estelar, 201

dinámica galáctica, 230

directo, 302, 340

disco circunestelar, 13, 15, 192, 296, 337

disco circumprimario, 296

disco circumpulsar, 337

disco de acreción axialmente simétrico, 79

disco de acreción turbulento, 50

disco protoplanetario, 65, 101, 102, 104, 106, 110, 113, 186, 187, 190–192, 196, 299, 300, 303, 305–307, 311, 318, 337, 338, 340, 342, 350

disco protoplanetario axialmente simétrico, 177

disco protoplanetario circumbinario, 236, 298

disco protoplanetario de  $\beta$  Pictoris, 18

disco residual de gas, 10

discos autogravitantes, 235

discos circunbinarios, 295

discos circunestelares, 2, 10, 118, 123, 125, 193, 224, 295

discos cuasi-keplerianos, 236

discos de acreción, 235

discos de acreción circulares, 101

discos de acreción elípticos, 101

discos keplerianos, 235

discos protoestelares, 2, 298

discos protoplanetarios, 188, 235, 250,  
269, 298, 308, 310, 331, 335,  
338, 349

discriminante de la ecuación de segun-  
do grado, 143

disipación del gas, 8, 9

disipación viscosa, 185

disipación viscosa de la vorticidad, 125,  
126

dispersión de velocidades, 191

dispersión planetaria, 188, 212

distancia de confinamiento, 261, 347

distancia de corrotación, 231

distribución de masas, 189

distribución de tamaños, 163

distribución orbital, 186, 187

distribución radial, 44

divergencia del flujo, 140

DL Tau, 30

DM Tau, 36

Dominik, 14, 192

Doyle, 18

DQ Tau, 13

Dubrulle, 230

Duncan, 205, 345, 346

Duquennoy, 296

Duschl, 36, 38

Dutrey, 14, 30, 36

ecuación característica, 143

ecuación de coagulación, 55

ecuación de conservación de la canti-  
dad de movimiento, 127

ecuación de conservación de la masa,  
31

ecuación de conservación del momento  
angular, 32

ecuación de continuidad, 127

ecuación del momento linealizada, 139

ecuación secular, 141

ecuaciones de colisión, 7

ecuaciones de Euler, 127, 129, 133, 179,  
183, 184

ecuaciones de Euler de orden cero, 128

ecuaciones de las líneas de corriente,  
136

ecuaciones de movimiento de las partícu-  
las, 141

ecuaciones de Navier-Stokes, 124

ecuaciones del movimiento, 25, 190, 300

ecuaciones planetarias de Lagrange, 103

efecto Doppler, 17

efectos de selección, 223

eficiencia de captura, 141, 170, 174,  
175, 179, 225

eficiencia del mecanismo de captura,  
163, 182, 224, 227

Eggleton, 190, 214  
 electrónicamente degenerado, 8  
 elementos de fluido, 122  
 elementos orbitales, 185, 197  
 elementos orbitales de los OCEKs, 212  
 elementos orbitales primordiales, 221  
 elementos osculatrices, 103, 106, 107  
 elevada excentricidad, 223, 295  
 eclipse del gas, 248  
 eclipse osculatriz, 104, 106, 109, 252  
 elipses keplerianas, 133  
 elongación del vórtice, 129, 133, 134,  
     141, 143, 144, 145, 148, 154,  
     162, 164, 165, 169, 170, 172,  
     173, 176, 183, 184, 224, 225,  
     343  
 Emerson, 2  
 enana marrón, 295  
 enanas marrones, 8, 295  
 encuentro estelar, 205  
 encuentros cercanos, 185, 199, 204, 205,  
     212  
 encuentros distantes, 185, 201, 202, 205,  
     212  
 encuentros entre binarias, 318  
 encuentros estelares, 186–189, 204  
 encuentros gravitacionales, 199  
 encuentros hiperbólicos, 201  
 energía de ligadura, 201, 202  
 energía kepleriana, 104  
 energía orbital, 194  
 Engel, 29  
 epiciclo, 155  
 Epicuro, 15, 21  
 equilibrio hidrostático, 73, 301  
 error de truncamiento, 2  
 escala de tiempo característica, 7  
 escala de tiempo dinámica, 7, 70  
 escala de tiempo viscosa, 72  
 escala temporal de caída, 111, 114  
 escala temporal de caída libre, 72, 76,  
     79, 96  
 escala temporal de caída por fricción,  
     77, 87, 96, 278, 340  
 escala temporal de captura, 147  
 escala temporal de captura de las partículas, 180  
 escala temporal de captura normalizada, 143, 343  
 escala temporal de circularización, 111,  
     114  
 escala temporal de crecimiento por agregación, 278  
 escala temporal de decrecimiento en amplitud, 165  
 escala temporal de disipación del vórtice

ce, 126

escala temporal de Kelvin–Helmholtz, 68, 73

escala temporal de sedimentación, 75

escape preferencial, 213

Escuela de Kyoto, 4

espectro de masas, 55, 290, 292

espectro de tamaños de las partículas, 163

espectroscopía Doppler, 17

espesor medio de la Nebulosa, 45

esquema de integración de Bulirsch–Stoer, 5

esquema de Monte–Carlo, 188

esquema predictor–corrector, 188

esquemas de integración de paso temporal variable, 2

estado estacionario, 33, 140

estrella binaria, 298

estrella de tipo A, 297

estrella de tipo B, 334

estrella de tipo O, 334

estrella de tipo Vega, 297

estrella M, 297

estrella primaria, 297

estrella progenitora, 301, 340

estrellas binarias progenitoras, 299

estrellas CTT, 334

estrellas enanas G, 296

estrellas jóvenes, 6

estrellas post T–Tauri, 334

estrellas PTT, 334, 335

estrellas T–Tauri, 303

estructura espiral, 242, 265, 307

estructuras gaseosas, 223

estructuras vorticales, 341

etapas evolutivas, 3

Evans, 308

evolución estelar, 190

evolución sostenida, 261

evolución viscosa del disco, 79

evolucionista, 4

EX Draconis, 236

excentricidad, 248

excentricidad de la partícula, 110, 114

excentricidad de la perturbación, 271

excentricidad del disco protoplanetario, 102

excentricidad del flujo, 112, 242, 244, 247, 249, 260, 263, 265, 268

excentricidad media, 56

excentricidad orbital, 202, 220

excentricidad osculatriz, 153

excentricidad primordial, 217

excentricidades orbitales, 346

exceso infrarrojo, 2, 334

factor de enfoque gravitacional, 7, 164, 165, 227  
 fase CTT, 303  
 fase en calma, 303  
 fase estándar de la espiral, 248  
 fase FU Orionis, 305  
 fase post-CTT, 303  
 fases evolutivas catastróficas, 335  
 fases FU Orionis, 303  
 Fegley, 29  
 Fehlbberg, 2  
 Ferlet, 12  
 Fessenkov, 103  
 Figuras en color, 175, 260, 270  
 Finocchi, 36, 39  
 Flierl, 10, 11, 118, 124  
 flops, 60  
 fluido ideal, 125, 127  
 fluido incompresible, 127  
 flujo baroclínico, 125  
 flujo barotrópico, 125  
 flujo de gas axialmente simétrico, 5, 6  
 flujo de vorticidad, 125  
 flujo estacionario, 136  
 flujo incompresible bidimensional, 136  
 flujo kepleriano, 119, 126  
 flujo rotacional, 133  
 flujos incompresibles, 125  
 flujos zonales paralelos, 121  
 Ford, 295  
 formación de enanas marrones, 8  
 formación de Júpiter, 7  
 formación de la Tierra, 3  
 formación de los planetas, 4, 51  
 formación de los planetas gigantes, 7–9, 11, 23, 29, 191, 308, 341  
 formación de los planetas terrestres, 9  
 formación de los protoplanetas, 9  
 formación de planetesimales, 6, 11, 77, 98, 191  
 formación de vórtices, 10, 125  
 formación del Sistema Solar, 4, 6, 23  
 formación del Sol, 1  
 formación estelar, 5  
 formación planetaria, 185–187, 190–194, 204, 223, 297–299, 338  
 formación planetaria en vórtices, 345  
 fragmentación, 121, 190  
 Frail, 17, 335  
 frecuencia de Larmor, 122  
 frecuencia kepleriana, 128, 151  
 frecuencia orbital kepleriana, 39  
 frente de choque, 234  
 fricción del gas, 150  
 fricción viscosa, 301  
 Fridman, 125, 228

frontera del vórtice, 143  
 FU–Orionis, 80  
 fuerza centrífuga, 152  
 fuerza de arrastre, 104  
 fuerza de arrastre por unidad de masa,  
     252  
 fuerza de arrastre sistemática, 151  
 fuerza de Coriolis, 152  
 fuerza de marea, 190  
 fuerzas de arrastre, 338  
 fuerzas de cizalladura, 126  
 fuerzas de superficie, 275  
 fuerzas de Van der Waals, 276  
 fuerzas viscosas, 194, 301  
 Fukushima, 17  
 función de corriente, 134, 136, 137  
 función de masas realista, 189  
 función de probabilidad, 57  
 función inicial de masas de Safronov,  
     57, 301  
 función racional de extrapolación, 6  
 fusión de planetesimales, 5  
 fusión de vórtices, 125, 180  
  
 Gahm, 334  
 gas interestelar, 1  
 Gatewood, 14, 21  
 gemelo del Sol, 295  
 GG Tau, 36, 236  
 GG Tauri, 358  
 Ghez, 295  
 Gillet, 10  
 Gilmore, 57  
 Giordano Bruno, 15  
 Godon, 10, 11, 118, 119, 124–127, 133–  
     135, 140, 144, 162, 170, 175,  
     179, 182, 184, 224, 343, 357,  
     358  
 Goldreich, 70, 77, 83, 190  
 Goles, 43  
 Goodman, 235, 250, 251  
 Gorkavyi, 12  
 gradiente de presiones, 40, 44, 71, 107,  
     128, 151, 256  
 grado de inclinación, 266  
 Gran Mancha Roja, 118, 121  
 granos de polvo, 10, 23, 28, 193  
 granos de polvo helados, 69  
 Greaves, 14, 192, 212  
 Greenberg, 7  
 Grinin, 14, 193  
 Grossman, 26  
 Gueth, 30  
 Guillermo de Ockham, 15  
 Guillermo de Vorilong, 15  
 Guilloteau, 14  
 Haisch Jr., 14

Hansen, 337  
 Harlaftis, 236, 348  
 Harrington, 300  
 Hartmann, 303, 305  
 Hatzes, 213  
 Hayashi, 4, 30, 36, 45, 74, 77, 121, 123,  
     251, 277, 297  
 HD 114762, 20  
 HD 1237, 20  
 HD 134987, 20  
 HD 141569, 20  
 HD 168443, 20  
 HD 169830, 20  
 HD 210277, 20  
 HD 82943, 20  
 HD 12661, 20  
 Heggie, 202, 203, 216, 217  
 helio, 1  
 Henry, 18  
 Hewins, 82  
 hidrógeno, 1  
 Hipólito, 15  
 hipótesis de equilibrio hidrostático, 128  
 HK Tauri, 296  
 HK Tauri A, 297  
 HK Tauri B, 297  
 HL Tau, 30, 36  
 Holman, 295  
 Hood, 232  
 Horanyi, 232  
 HR 4896A, 297  
 Hummel, 18  
 Huygens, 16  
 IC 348, 14  
 Ida, 188, 198, 205, 295, 346  
 ideas cosmogónicas, 4  
 impacto de cometas, 125  
 inclinación, 331  
 inclinación del plano orbital, 204  
 incremento en la densidad superficial,  
     349  
 inercia de las partículas, 150  
 inestabilidad axialmente simétrica, 70  
 inestabilidad baroclínica, 24, 118, 125  
 inestabilidad de Goldreich–Ward, 72  
 inestabilidad de Kelvin–Helmholtz, 80  
 inestabilidad de la capa de polvo, 119  
 inestabilidad de Rossby, 24, 118  
 inestabilidad gravitacional, 6, 70, 151,  
     190–192, 225, 341, 347  
 información estadística, 19  
 infrarrojo, 5  
 Ingersoll, 118  
 integración numérica directa, 189  
 Integrador de Adams–Moulton, 1  
 integrador de Bulirsch–Stoer, 13



integrador de Runge–Kutta, 13  
 interacción de marea, 338  
 interacciones acopladas, 298  
 interacciones cuasiadiabáticas, 201  
 interacciones de marea, 298  
 interacciones de tres cuerpos, 318  
 interacciones dinámicas, 189, 220  
 interacciones gravitacionales, 185, 187,  
     188  
 interferometría de moteado, 18  
 invariante adiabático, 201, 202  
 Ip, 232  
 IP Pegasi, 236, 348  
 IRAS 04361+2547, 11  
 IRAS 20386+6751, 30  
 IRIX, 62, 63, 65  
 ISO, 192  
 Júpiter, 7–9, 24, 191, 295  
 Jayawardhana, 297  
 Jeans, 76  
 jerárquica, 294  
 jerárquicos, 296  
 Jewitt, 186  
 Jorissen, 21  
 Joshi, 17  
 Kaising, 10  
 Kalas, 12  
 Kant, 4  
 Karp, 3  
 Katz, 295  
 Kawabe, 295  
 Kenyon, 193  
 Khoruzhii, 125  
 Kiang, 103, 104  
 Kitchatinov, 125  
 Klahr, 24, 118, 126  
 Koerner, 2, 295, 297  
 Kondo, 344  
 Koresko, 296  
 Kroupa, 57, 216  
 Kuiper, 230  
 límite de Jacobi, 302  
 línea de ápsides, 138  
 línea de corriente, 136  
 línea de nodos, 203  
 líneas de corriente, 24, 50, 127, 133,  
     134, 138, 150, 155, 240  
 líneas de corriente circulares, 138  
 líneas de corriente elípticas, 138  
 la Luna, 5  
 la Tierra, 5  
 Lacy, 28  
 Lagage, 297  
 Lagrange-Henri, 344  
 Laplace, 4, 26  
 Larimer, 26

Larson, 10, 230  
 Larwood, 12  
 Lattanzi, 22  
 Laughlin, 10, 11, 69, 118, 123, 188,  
 189, 212, 230–232, 295, 346  
 leading, 306, 307, 309, 318, 326, 329,  
 340  
 Lecacheux, 19  
 Lee, 56, 235, 250, 251  
 Lefloch, 15  
 Leinert, 295  
 Lestrade, 18  
 Leucipo, 4, 21  
 Levinson, 345, 346  
 Levison, 205  
 Lewis, 26  
 Li, 24, 118, 126, 179  
 limitaciones de la instrumentación, 5  
 Lin, 10, 69, 74, 101, 118, 150, 175, 295,  
 298  
 Linblad, 235  
 Lindroos, 334  
 Lissauer, 7, 24, 81, 118  
 Livio, 10, 11, 118, 119, 124–127, 133–  
 135, 140, 144, 162, 170, 175,  
 179, 182, 184, 224, 343, 357,  
 358  
 longitud del nodo ascendente, 203  
 longitud del pericentro, 204  
 Lovelace, 24, 118, 125, 126  
 Lubow, 296  
 Lucrecio, 15  
 luminosidad bolométrica del disco, 331  
 luminosidad del disco, 331  
 Lunine, 9, 29  
 Luu, 186, 193  
 Lyubarskij, 101  
 máxima eficiencia de captura, 170, 174  
 método adaptativo de integración, 2  
 método de amplificación, 19  
 método de Bulirsch-Stoer, 54  
 método de cronometrado de pulsos, 17  
 método de cronometraje, 18, 19  
 método de Deulhard, 8  
 método de integración de Bulirsch–Stoer,  
 302  
 método de las lentes gravitacionales, 19  
 método de las velocidades radiales, 18,  
 19  
 método de los tránsitos planetarios, 18  
 método de Monte-Carlo, 189  
 método de ocultación, 20  
 método de perturbaciones gravitacio-  
 nales, 18  
 método de Runge–Kutta Cash–Karp,  
 3, 5, 54

método de Runge–Kutta de cuarto orden, 2  
 métodos de integración directos, 24  
 métodos indirectos, 17  
 módulo de la vorticidad, 133, 134  
 máxima eficiencia de captura, 164, 169  
 MacPherson, 82  
 macroturbulencia, 229, 357, 358  
 Malhotra, 198  
 Mannings, 2  
 Marcy, 20, 214, 294, 348  
 Mardling, 217  
 Mark, 238  
 Marte, 180, 341, 344  
 masa circunestelar, 310  
 masa crítica, 295  
 masa mínima, 81  
 masa molecular media, 39, 52  
 material asteroidal, 361  
 material circunestelar, 1, 337  
 material condritico, 3, 308  
 material interestelar, 1  
 material planetario, 308  
 Mathieu, 13  
 Mayor, 20, 296, 348  
 Mazeh, 214, 295  
 McWilliams, 125  
 mecanismo de captura, 119  
 mecanismo de confinamiento, 151, 193, 227, 235  
 mecanismo de excitación, 261, 294, 353  
 mecanismos de confinamiento, 308, 349  
 medio gaseoso, 25  
 Mehta, 10, 11, 118, 124  
 Mermilliod, 185  
 meteorito Allende, 26, 27  
 meteoritos, 3  
 meteoritos condriticos, 5, 28, 82  
 Mflops, 60  
 Michel, 10, 11  
 microgravedad, 349  
 migración, 187  
 migración radial, 191  
 Millar, 34, 228, 345  
 Miller, 11, 119  
 misión COROT, 21  
 misión Rosetta, 28  
 misión SIM, 21  
 Miyake, 41  
 Mizuno, 41  
 modelo analítico clásico de Safronov, 7  
 modelo axialmente simétrico, 87, 193  
 modelo bidimensional, 121  
 modelo de crecimiento continuo, 196  
 modelo de Deuffhard, 10  
 modelo de disco delgado, 300

modelo de Kant–Laplace, 51  
 modelo de orden cero, 68  
 modelo de Plummer, 189  
 modelo del crecimiento continuo, 119  
 modelo epicíclico, 152  
 Modelo Estándar, 4, 10, 23, 117, 127, 162  
 modificación orbital, 185, 188, 189  
 modos espirales, 308  
 momento angular, 202  
 momento angular osculatriz, 104  
 momento de la fuerza, 202  
 momento orbital, 194  
 Morales-Rueda, 236  
 Morfill, 10, 25, 78, 82, 118  
 Mouillet, 12  
 movimiento azimuthal, 139  
 movimiento Browniano, 191  
 movimiento circular kepleriano, 44  
 movimiento propio, 19  
 movimiento propio común, 297  
 movimiento radial, 139  
 movimientos epicíclicos, 127  
 MPI, 63, 67, 359  
 MPT, 62, 63  
 multiproceso, 67  
 Murphy, 334  
 Muzerolle, 2  
 núcleo del vórtice, 180  
 núcleos cometarios, 198  
 número azimuthal, 308  
 número de brazos espirales, 247  
 número de Knudsen, 51  
 número de Mach, 231, 232  
 número de procesadores, 66  
 número de Reynolds, 51, 96, 286  
 Nakagawa, 40, 41, 74, 76, 108, 111  
 nebulosa axialmente simétrica, 24, 115  
 nebulosa de masa mínima, 85, 87, 98, 100, 235  
 nebulosa en equilibrio de Hayashi, 44  
 nebulosa gaseosa, 319  
 nebulosa masiva, 100  
 nebulosa poco masiva, 307  
 nebulosa protoplanetaria, 6, 22, 56, 180, 308, 310  
 nebulosa protoplanetaria masiva, 85, 123  
 nebulosa solar, 1, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 25, 26, 32, 39, 43, 68, 69, 103, 191, 234, 308, 318  
 nebulosa solar axialmente asimétrica, 292  
 nebulosa solar axialmente simétrica, 151  
 nebulosa solar de masa mínima, 36, 123, 251, 297, 308, 310, 318, 335  
 nebulosa solar estándar, 28, 43, 119,

235

Nebulosa Trífida, 15

nebulosas circunestelares, 6

Neptuno, 7–9, 186, 187, 192, 194, 198, 200, 205, 212

Newton, 4, 231

Nezlin, 118, 124

nodo ascendente, 203, 204

Noh, 237, 239

Norman, 10

Noyes, 348

NQE, 63

Nube Molecular de Taurus, 11

nube molecular L1157, 30

objetos del cinturón de Edgeworth-Kuiper, 184

objetos estelares jóvenes, 5

objetos transneptunianos, 185, 186, 199

Observatorio Espacial ISO, 14

obtención de imágenes directas, 17

OCEKs, 186–188, 189–190, 192, 193, 196, 198

OCEKs clásicos, 205

OCEKs primordiales, 190

OCEKs resonantes, 205

ODCEKs, 205

ODDs, 205

OGLE-1998-BUL-14, 19

Ohnishi, 17

olivina, 27

onda de densidad, 234

onda espiral, 2

ondas de densidad, 69

ondas de densidad espirales, 308

ondas de densidad estacionarias, 235, 250

ondas de Rossby, 126

ondas de vorticidad, 126

ondas espirales, 10, 235, 347, 348

oposiciones múltiples, 200

óptica adaptativa, 236

ópticamente delgados, 310

órbita antihoraria, 307

órbita circular, 190, 299

órbita circular kepleriana, 126

órbita kepleriana, 52, 104

órbita kepleriana confinada, 55

órbita ligada, 297

órbita planetaria, 217

órbitas caóticas, 340

órbitas circulares, 221

órbitas coplanarias, 299

órbitas de Larmor, 122

órbitas en fase, 302

órbitas estelares, 319

órbitas excéntricas, 295

orígenes meteoríticos, 26  
 orden de la resonancia, 194  
 orden de las resonancias, 196  
 origen del Sistema Solar, 16  
 Osterloh, 2  
  
 pérdida de masa, 223  
 Palme, 3, 10, 25, 118  
 Pantin, 297  
 Papaloizou, 74, 175, 296, 298  
 Paque, 82  
 parámetro de entrada, 148  
 parámetro de entrada de la partícula,  
     144  
 parámetro de estabilidad gravitacional  
     de Toomre, 69  
 parámetro de fricción, 144, 163, 170,  
     224, 225  
 parámetro de fricción modificado, 143  
 parámetro de impacto, 142, 147, 148,  
     202  
 parámetro de perturbación, 41, 71, 107  
 parámetro de Toomre, 69, 230  
 parámetros dinámicos, 217  
 parámetros nebulares, 131, 299  
 parámetro de fricción, 146, 176  
 parámetro de fricción modificado, 145,  
     146  
 parámetro de impacto, 154  
  
 paralelización, 65, 66  
 Parallel Virtual Machine, 62  
 Paresce, 10  
 partícula sólida, 301  
 partículas de polvo, 25  
 partículas de prueba, 188, 190  
 partículas métricas, 6, 187  
 partículas sólidas, 5, 6, 8, 10, 11, 187  
 partículas submétricas, 6  
 patrón de velocidades, 307  
 patrón espiral, 248  
 pensamiento clásico, 15  
 periastro, 295  
 pericentro de la binaria, 204  
 periodo orbital, 112, 308  
 periodo orbital del vórtice, 143  
 perturbación a la fuerza radial, 111  
 perturbación espiral, 24, 244, 247, 256,  
     260, 262, 265, 307  
 perturbaciones axialmente asimétricas,  
     79  
 perturbaciones espirales, 23, 250, 269,  
     308, 318, 338, 346, 348  
 perturbaciones espirales de marea, 348  
 perturbaciones gravitatorias, 294  
 perturbaciones vorticales, 123  
 PGEs, 220  
 Phillips, 337

Phinney, 337

Pickett, 237

Pine, 85, 103

Pinter, 276

planetas, 1, 3, 4

planetas extrasolares, 16, 17, 19–21, 192, 298, 305, 335

planetas extrasolares gigantes, 346

planetas gigantes, 6–10, 29, 68, 78, 184, 220, 221, 294, 318, 347, 360, 361

planetas gigantes excéntricos, 220–222

planetas terrestres, 347

planetesimal, 294

planetesimales, 5, 9, 12, 23, 29, 116, 118, 119, 151, 180, 185, 188, 190, 192, 235, 269, 299, 310, 338, 344

planetesimales helados, 186

planetesimales remanentes, 185

plano medio de la nebulosa, 298

plano orbital, 326, 331

plano orbital de la binaria, 203

población de OCEKs, 194

Podolak, 9

Podosek, 2

Podsiadlowski, 337

Pollack, 9, 41

potenciales cuasi-armónicos, 235

Potter, 236

Pourbaix, 21

predictor-corrector de cuarto orden de Adams-Moulton, 54

presecuencia principal, 295, 310

presión del gas, 43, 124

Press, 3, 49, 149, 304

Pringle, 101, 150, 296

Prinn, 29

problema estelar de tres cuerpos, 300

procesadores, 65

proceso de captura, 143, 152, 176, 182, 290, 349

proceso de coagulación, 56, 276

proceso de concentración de las partículas, 223

proceso de concentración selectiva, 163

proceso de concentración vortical, 150

proceso de migración mínima del polvo, 43

proceso de sedimentación, 74

procesos colisionales, 191

procesos de acrecimiento, 4

procesos de adhesión, 191

procesos de agregación, 191, 278

procesos de coagulación, 4

procesos de migración, 305

Proctor, 4  
 programa FORTRAN NDISK, 53  
 programa NDISK, 359  
 proporción de hidrógeno y helio, 8  
 protoestrellas, 2  
 protoplaneta, 117  
 protoplanetas, 187  
 protoplanetas gaseosos gigantes, 7  
 Protosol, 188  
 protosol, 1, 51, 294  
 Proyecto GAIA, 21  
 PSR 1257+12, 17  
 PSR 1620-26, 17  
 PSR B0329+54, 17  
 PSR B1828-11, 17  
 PSR B1937+21, 17  
 pulsares, 17–19, 337  
 PVM, 60, 62–64, 359  
  
 química interestelar, 28  
 Queloz, 20, 348  
  
 régimen de arrastre, 111, 114  
 régimen de Epstein, 42, 101, 151, 261, 278, 279, 281, 286, 349  
 régimen de Stokes, 42, 96, 101, 151, 278  
 radio baroclínico, 122, 123  
 radio barotrópico, 122  
 radio de giro, 32  
 radio de Larmor, 122  
 radio de las partículas, 52, 175, 278  
 radio de marea, 190, 302  
 radio de marea del disco, 296  
 radio de Rossby, 123  
 radio de Rossby-Obukhov, 123  
 radio del vórtice, 122, 126, 175  
 radio inicial del vórtice, 165  
 radio medio, 189  
 radio pulsar, 17  
 radioondas, 5  
 Rasio, 17, 203, 216, 217, 295  
 Ray, 334  
 recorrido libre medio, 42, 51, 85, 122  
 recursivamente circulares, 319, 326  
 redistribución del momento angular, 79  
 regímenes de temperatura, 3  
 región transneptuniana, 192  
 regiones de captura, 118  
 regiones de confinamiento, 269, 352  
 regiones de formación estelar, 295  
 rendimiento, 66, 67  
 reprocesado de los fotones estelares, 125, 334  
 reprocesado dinámico del material, 264  
 resistencia del medio, 107  
 resolución espacial, 65  
 resonancia, 198



resonancia 2:1 con Neptuno, 207  
 resonancia 3:2 con Neptuno, 205, 207  
 resonancia externa, 187  
 resonancia interna de Lindblad, 308  
 resonancias, 205  
 resonancias externas primordiales, 194  
 resonancias gravitatorias, 185  
 respuesta dinámica, 293  
 retrógrado, 302, 340  
 ritmo óptimo de captura, 162  
 ritmo de acreción, 335  
 ritmo de acreción de gas, 9  
 ritmo de acreción de masa, 334  
 ritmo de cambio instantáneo, 112  
 ritmo de captura, 162, 170, 172, 173,  
     175, 179, 183, 184, 224, 225,  
     342  
 ritmo de decrecimiento de la distancia  
     heliocéntrica, 151  
 Robert, 11  
 Roberts, 232  
 rotación del gas, 152  
 rotación diferencial, 118  
 rotación inversa, 306  
 rotación kepleriana, 140  
 Roy, 103, 104  
 Rubin, 83  
 Ruden, 41, 69, 237  
 Runge–Kutta, 2, 53  
 Russell, 3, 10, 71, 78  
 Ruzmaikina, 232  
 S2MP, 59  
 Saffman, 130  
 Safronov, 2, 4, 6, 7, 70, 75, 77, 190,  
     301  
 Sargent, 2, 10, 41, 71  
 satélite IRAS, 10  
 satélites, 1, 6  
 Saturno, 7, 9  
 Scalo, 214  
 Schmitt, 192  
 Schneider, 20, 21, 298  
 Scholl, 194  
 sección eficaz de captura, 219  
 secciones eficaces, 188  
 secuencia principal, 1, 2, 20, 334  
 sedimentación, 121  
 segregación de masa, 260, 264, 270, 356  
 Sekiya, 70  
 semieje mayor de la binaria, 203, 326  
 semieje mayor osculatriz, 153, 326  
 semiejes mayores, 302  
 semiejes mayores osculatrices, 311  
 semiespesor del disco, 39  
 sentido de rotación, 306  
 sentido directo, 306, 344

separatriz, 155  
 separatriz del vórtice, 143  
 SGI, 63, 64  
 SGI Origin, 62  
 SGI ORIGIN 2000, 59–62, 64, 66, 359  
 Shabanova, 17  
 Shakura, 32  
 SHMEM, 63  
 Shu, 1, 2, 5, 24, 237, 238, 240, 248  
 SIGRAP, 61  
 Sigurdsson, 18  
 Silicon Graphics, 62  
 Simon, 295  
 simulaciones de Monte-Carlo, 212  
 simulaciones numéricas, 187, 188, 299  
 sistema binario, 304  
 sistema binario DQ Tau, 298  
 sistema binario interno, 339  
 sistema de tipo CEK, 201  
 sistema de variables jacobiano, 300  
 sistema estelar triple, 294  
 sistema heliocéntrico, 15  
 sistema jerárquico, 217, 221, 340  
 sistema jerárquico triple, 339  
 sistema múltiple, 294  
 sistema monoplanetario, 219  
 Sistema Solar, 1, 4, 5  
 Sistema Solar externo, 186  
 sistema triple, 295, 301, 331  
 sistemas binarios, 298  
 sistemas de tipo CEK, 190  
 sistemas de tipo Vega, 5  
 sistemas jerárquicos, 201, 204, 220, 339  
 sistemas jerárquicos triples, 296  
 sistemas múltiples, 295, 296  
 sistemas planetarios, 185, 186, 199, 221  
 Skrutskie, 2  
 Smith, 12, 297  
 Snezhkin, 118, 124  
 Sol, 1  
 solenoidal, 139  
 solución de captura, 141  
 solución estacionaria, 139  
 soluciones separables, 129  
 Sommeria, vi, 10, 11, 117–119, 127, 133, 134, 138, 139, 148, 155, 170, 179, 183, 184, 224  
 sonda Galileo, 227  
 Stapelfeldt, 296  
 Steeghs, 236, 348  
 Stehle, 236, 348  
 Stepinski, 303  
 Stepinsky, 10  
 Stern, 192  
 Sterzik, 10  
 Stetter, 5

Stevenson, 8, 9  
 Stoer, 5, 6, 194, 299  
 Stolper, 82  
 Strom, 2, 8, 10  
 Sunyaev, 32  
 Syer, 101  
  
 T–Tauri, 2, 80, 81, 297, 298, 304, 305, 310  
 T–Tauri N, 297  
 técnicas de integración directas, 53  
 técnicas hidrodinámicas, 122  
 técnicas observacionales, 16  
 tablas de evolución estelar de Eggleton, 190  
 Takeuchi, 298  
 tamaño característico del vórtice, 129  
 Tanga, 10, 11, 117–119, 133, 134, 139, 140, 144, 153, 180, 183  
 Taurus, 14  
 Taylor, 82  
 Telesco, 297  
 Telescopio Blanco de Cerro Tololo, 297  
 Telescopio Espacial Hubble, 11, 12, 18, 296  
 temperatura de la Nebulosa, 44  
 temperatura del disco, 39  
 teoría clásica de perturbaciones, 102, 255  
 teoría de agregación continua, 151  
 teoría de Descartes, 4  
 teoría de la formación planetaria, 4  
 teoría de la Gravitación Universal, 4  
 teoría de las enanas marrones, 8  
 teoría de los remolinos, 4  
 teoría de perturbación secular, 203  
 Teorema de Chew, Goldberger y Low, 122  
 teorema de circulación de Kelvin, 125  
 Teorema del Virial, 73  
 ter Haar, 74  
 Terebey, 11, 12, 337  
 Terrile, 12, 297  
 tiempo de CPU, 61, 305  
 tiempo de frenado, 51, 72, 96, 100, 101, 116, 131, 139, 141, 144, 180, 183, 257, 280, 301  
 tiempo de respuesta dinámico, 123  
 tiempo propio, 189  
 tiempos de permanencia en la nebulosa, 326  
 tipo espectral G, 296  
 Tittlemore, 29  
 TMR–1, 11  
 TMR–1A, 11  
 TMR–1B, 11  
 TMR–1C, 11

Todes, 56  
 Tokunaga, 13  
 Tomley, 237, 358  
 Tomlin, 236  
 Toomre, 230, 307, 308  
 Tout, 57  
 tránsito simple, 19  
 trailing, 306, 307, 309, 318, 326, 328, 340  
 transporte de momento angular, 251  
 Tratado del Mundo, 4  
 trayectoria espiral, 139, 155, 319  
 Tremaine, 47, 148, 149  
 Trilling, 192  
 truncamiento de marea, 296, 338  
 turbulencia, 123, 191  
 turbulencia a pequeña escala, 24  
 turbulencia bidimensional, 11  
 turbulencia de cizalladura, 191  
 turbulencia vortical, 132  
 UMIST, 36  
 unidades centrales de proceso, 65  
 UNIX, 62, 64, 65  
 Urano, 7–9, 186, 187  
 Urey, 230  
 URL, 163, 298  
 UX Ori, 14  
 UX Orionis, 192  
 vórtice, 11, 65, 134, 153, 193  
 vórtice anticiclónico, 227  
 vórtice circular, 133  
 vórtice estacionario, 162  
 vórtice gaseoso, 2  
 vórtice gigante, 24, 121  
 vórtice infinitamente elongado, 133  
 vórtices, 11, 23, 119, 143, 184, 215, 341, 348  
 vórtices anticiclónicos, 11, 117, 119, 125, 126, 152, 162, 223, 224  
 vórtices ciclónicos, 126, 152  
 vórtices cuasi-bidimensionales, 118  
 vórtices sinópticos, 123  
 vórtice epicíclico, 155  
 vórtice estacionario, 155, 156  
 Valageas, 10  
 Van Buren, 337  
 Van de Kamp, 16, 18  
 Van Dishoeck, 29  
 vecindad solar, 190, 296  
 vector de rotación, 140  
 velocidad angular del disco, 149  
 velocidad angular del gas, 151  
 velocidad angular kepleriana, 53, 71, 301  
 velocidad azimutal, 139  
 velocidad circular kepleriana, 151

velocidad cuadrática media, 189  
 velocidad de la partícula, 51, 104, 139  
 velocidad de rotación del gas, 121  
 velocidad de rotación del vórtice, 121  
 velocidad de sedimentación, 75  
 velocidad del gas, 5, 51, 105, 106, 109,  
     111, 131, 139  
 velocidad del sonido en el gas, 278  
 velocidad orbital circular kepleriana, 107  
 velocidad orbital de la componente ga-  
     seosa, 71  
 velocidad térmica, 52  
 versión de Gill, 2  
 vida media característica, 174  
 vida media característica de las partícu-  
     las, 278  
 vida media de la Nebulosa, 85, 177  
 vida media de las partículas, 5, 6, 72,  
     85, 96, 110, 114, 151, 184, 270,  
     278, 279, 299, 311, 318, 331,  
     338, 347, 349  
 vida media de un vórtice, 144, 162, 170,  
     184  
 vida media del cúmulo, 220, 223  
 vida media del disco, 14  
 viscosidad del gas, 81  
 viscosidad dinámica del gas, 52  
 viscosidad turbulenta, 126  
 VLA, 15  
 VLBI, 18  
 von Weizsäcker, 10, 118, 121, 180  
 vorticidad, 117, 124, 140, 180  
 Wadhwa, 3, 10, 71, 78  
 Walker, 18  
 Walter, 10  
 Ward, 70, 77, 83, 190  
 Watkins, 10, 11, 117, 125  
 Weidenschilling, 5, 23, 41, 52, 71, 72,  
     76, 84, 103, 115, 151, 179, 185,  
     191–193, 196, 199, 224, 233,  
     249, 276, 278, 338  
 Weinberger, 20  
 Wetherill, 2, 7  
 Whipple, 51, 52, 103, 123  
 Wiik, 27  
 Willacy, 36, 38, 39  
 Wolszczan, 17, 18, 335  
 Wood, 78, 82, 308  
 Woodward, 237  
 WTTs, 308  
 Wurm, 277  
 Yang, 237  
 zona de cizalladura turbulenta, 71